

추적정확도 향상을 위한 최적제어기 설계 및 실현화  
(Optimal Controller Design and Implementation of Tracking System)

정 구 락, 김 광 태, 김 재 환  
( K. R. Chung, K. T. Kim, J. W. Kim )

진 해 기 계 창 ( Chinhae Machine Depot )

This paper proposes a performance improvement to a control system with state feedback control loops and feedforward control loops proposed in a previous paper. The technique allows to solve the regulator problem and at the same time to make the system follow command signal. The scheme is implemented in a 16 bit micro-computer using a floating coprocessor. Tests on a DC machine have been conducted. Comparisons with the previous results are made.

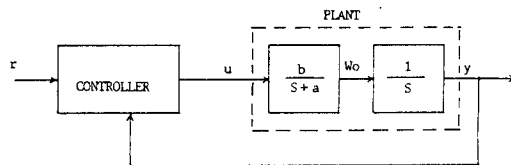
1. 서 론

많은 제어응용분야에서 기준입력을 정확히 추적할 수 있는 제어기가 요구되고 있다. 그러나 성능 판별기준은 주로 임펄스 외란을 제거하거나 시스템의 상태를 영상태(Zero State)로 만드는 데 주력했다. 추적시스템에 있어서 중요한 문제는 기준 입력이 변화할 때 시스템의 출력이 신속히 기준 입력을 따라가도록 만드는 동시에 시스템의 조정(Regulation) 문제를 해결하는 것이다. 최적상태 변환 제어기는 계단입력과 같은 기준입력 변화에는 양호한 성능을 얻을 수 있지만 기준입력이 빠른 속도로 증가하거나 정현파와 같이 지속적으로 변화할 경우 원하는 성능을 얻기는 매우 어렵다.

본 논문에서는 계단입력, 경사입력 및 정현파 입력에 대하여 양호한 성능을 가지는 디지털 추적제어기를 설계하여 직류전동기의 위치제어기에 적용하였다. 적용된 플랜트로서 속도 및 전류제어기와 9KW DC 서보모터 및 대형부하(4톤)를 사용하였으며, 제어기는 16bit 마이크로 컴퓨터와 연동 프로세서(Coprocessor)를 사용하여 실현하였다. 디지털 추적제어기를 적용한 결과 기존 제어기에 비해 우수한 결과를 보여주었다. 본 논문은 참고논문 [1] 방법을 적용하였을 때 정현파 입력에 대한 추적성능을 개선하기 위하여 연구되었다.

2. 제어기의 구성

속도제어기, 전류제어기 및 부하를 플랜트로 고려할 때 시스템 [1], [2] 블록 선도는 그림 1. 과 같다.



r : 위치명령                      u : 제어기출력  
Wo : 속도출력                    y : 위치출력

그림 1. 시스템 블록 선도

시스템 블록선도에서 플랜트 전달함수

$$G(s) = \frac{b}{S(s+a)} \dots\dots\dots (1)$$

를 시간영역으로 변환하면 아래와 같다.

$$y'' + ay' = bu \dots\dots\dots (2)$$

상태변수를 위치오차와 속도오차로 정의하면 다음 상태방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} X_1 &: \text{위치오차} & X_2 &: \text{속도오차} \\ X_1 &= r-y, & X_2 &= r'-y' \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} X_1' \\ X_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} r' + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r'' \quad (3)$$

기준입력을 시변함수(Time Varing)로 고려하면 (3)식의 상태방정식은 (4)식과 같이 표현 가능하다.

$$\begin{bmatrix} X_1^+ \\ X_2^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} V + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} P$$

$$X' = AX + BU + FV + GP \quad \dots\dots(4)$$

V: 기준입력의 속도성능

P: 기준입력의 가속도 성분

(4)식을 이산시간계로 변환하여 (5)식을 얻는다.

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \gamma U(k) + FdV(k) + GdP(k)$$

$$\Phi = e^{AT} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\gamma = \int_0^T e^{At} B dt$$

$$Fd = \int_0^T e^{At} F dt$$

$$Gd = \int_0^T e^{At} G dt$$

(5)식에서 제어입력 U(k) 는 U<sub>fb</sub>(k) (Feedback ) 과 U<sub>ff</sub>(k) (Feedforward) 으로 나누어 쓸 수 있다.

$$U(k) = U_{fb}(k) + U_{ff}(k) \quad \dots\dots\dots (6)$$

(5), (6) 식에서 U<sub>ff</sub>(k) 항에 대해서는 다음의 조건이 만족되어야 한다.

$$\gamma U_{ff}(k) + FdV(k) + GdP(k) = 0 \quad \dots\dots (7)$$

$$U_{ff}(k) = \frac{a}{b} V(k) + \frac{1}{b} P(k)$$

(7) 식이 만족될 때 (5) 식의 상태방정식은 다음과 같다.

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \gamma U_{fb}(k) \quad \dots\dots\dots (8)$$

(8) 식이 가제어성(Controllability)를 만족할 때 성능지수 Jd 를 최소화 하는 제어입력 U\*<sub>fb</sub>(k) 가 존재한다.

$$Jd = \sum_{k=0}^{\infty} [X^T(k) Q X(k) + U_{fb}^T(k) R U_{fb}(k)] \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$U_{fb}^*(k) = -(R + \gamma^T K \gamma)^{-1} (\gamma^T K \Phi) X(k) = K_p X_1(k) + K_d X_2(k) \quad \dots\dots\dots (10)$$

따라서 전체제어 입력 U(k) 는 (11) 식과 같다.

$$U(k) = \frac{a}{b} V(k) + \frac{1}{b} P(k) + K_p X_1(k) + K_d X_2(k) \quad \dots\dots\dots (11)$$

위 결과로부터 설계된 추적제어기는 그림 2. 와 같다.

$$K_f = \frac{a}{b}, \quad K_a = \frac{1}{b}$$

Kc: 쿨롱 마찰 보상이득

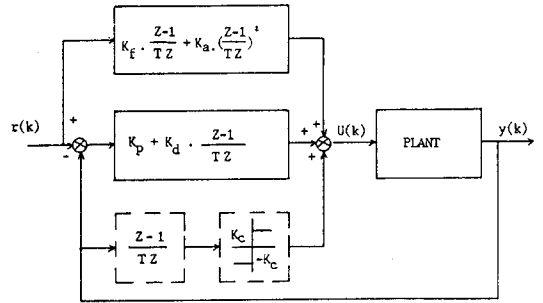


그림 2. 제어기 구성도

### 3. 실험 및 고찰

지금까지 설계된 추적제어기를 INTEL 8086, 8087 로 구성된 마이크로 컴퓨터에 실현하였다. 플랜트 모델이

$$G(s) = \frac{1.17}{S(S + 7.56)} \quad \text{일 때 모델에서}$$

K<sub>f</sub>, K<sub>a</sub> 값을 구하고 성능지수를 최소화 하는 K<sub>p</sub>, K<sub>d</sub> 값을 구하면 표 1. 과 같다.

표 1. 제어기 계수

K <sub>f</sub>	K <sub>a</sub>	K <sub>p</sub>	K <sub>d</sub>
6.46	0.86	100.0	2.0

이렇게 구성된 제어기의 동특성을 측정하기 위하여 계단입력, 경사입력, 정현파입력을 인가하여 추적오차를 측정하였다. 경사입력 인가시 입력크기(50°/sec → 20°/sec) 의 감소에 따라 추적오차는 감소하였으나 입력이 5°/sec 이하로 줄어들 경우 오차의 감소는 나타나지 않았으며, 0.3°/sec 경사 입력에서는 구동방향에 대하여 일정한 오프셋 오차 (Offset Error) 가 발생하였다.

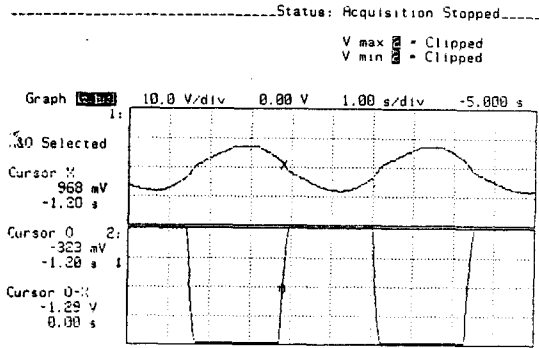
이러한 비선형성을 쿨롱마찰에 의한 것으로 판단하여 그림 2. 와 같이 보상한 결과 양호한 특성을 보였다. 실험결과는 표 2, 3. 및 그림 3. 과 같다.

표 2. 공동 마찰보상에 따른 위치오차

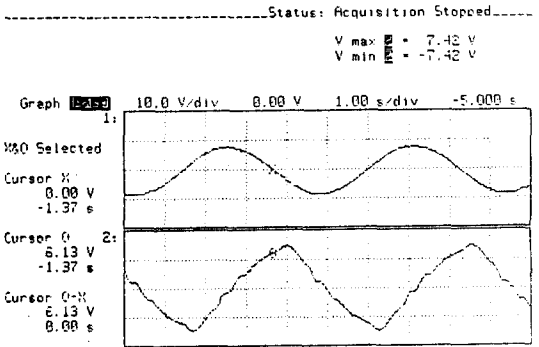
경사 입력	Kc	위치 오차
30°/sec	Kc = 0	0.45 mrad
20°/sec	Kc = 0	0.39 mrad
0.3°/sec	Kc = 0	0.36 mrad
30°/sec	Kc=0.022	0.26 mrad
20°/sec	Kc=0.022	0.24 mrad
5°/sec	Kc=0.022	0.13 mrad
0.3°/sec	Kc=0.022	0.1 mrad

표 3. 서보시스템 추적오차

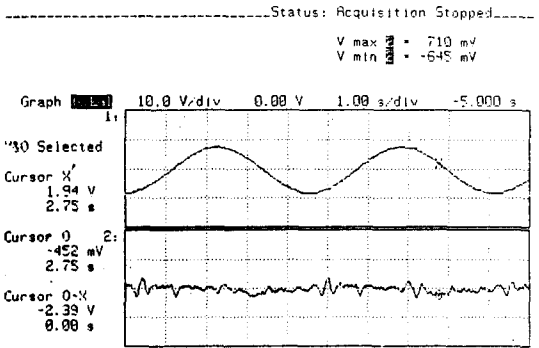
입 력	Kf	Ka	3 mrad 도달시간	정상상태 위치오차
계단입력	0	0	1.78 sec	0.16 mrad
: 90°	6.46	0.86	1.78 sec	0.16 mrad
경사입력	6.46	0	0.75 sec	0.26 mrad
: 50°/초	6.46	0.86	0.75 sec	0.26 mrad
정현파 입력	0	0	-	20mrad 이상
: 20°sin (1.38t)	6.46	0	-	7.0 mrad
	6.46	0.86	-	0.71 mrad



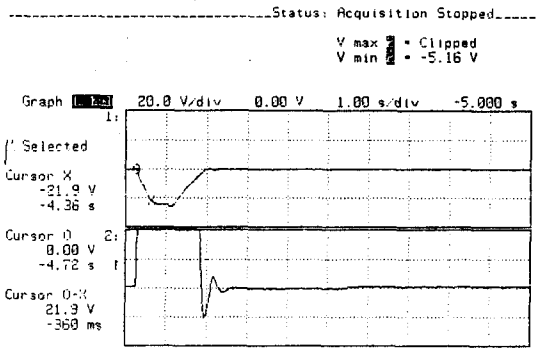
(c) 정현파 입력 :  $20^\circ \sin(1.38t)$   
Kf=0, Ka=0



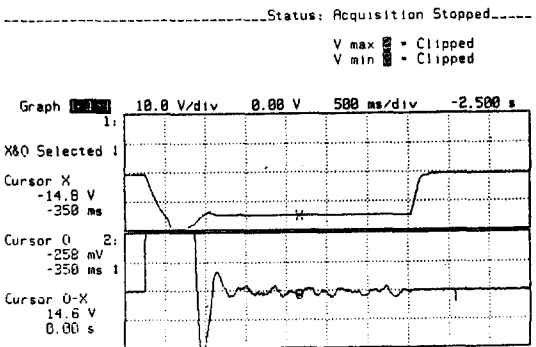
(d) 정현파 입력 :  $20^\circ \sin(1.38t)$   
Kf=6.46, Ka=0



(e) 정현파 입력 :  $20^\circ \sin(1.38t)$   
Kf=6.46, Ka=0.86



(a) 계 단 입 력 : 90°  
Kf=6.46, Ka=0.86



(b) 경사입력 : 50° / 초  
Kf=6.46, Ka=0.86

그림 3. 실험 결과

( CH1 : 모따속도, CH2 : 위치오차 )

#### 4. 결 론

본 논문에서는 기준입력이 빠른 속도로 증가하거나 정현파와 같이 변화할 경우 추적오차를 최소화 할 수 있는 추적제어기를 설계하였으며, 이를 디지털 제어기로 실현하여 기존 제어기에 비해 개선된 결과를 얻었다. 시스템 파라미터가 변하거나 과도한 부하변화에도 양호한 추적성능을 가지게 하기 위하여 연구가 계속되고 있다.

#### 5. 참고문헌

- 1) 김광태, 김재환, 김영수  
추적오차를 최소화 하기 위한 최적제어기  
설계 및 실현화 연구  
'88. 한국자동제어 학술회의 논문집  
Vo.1, PP 164-168
- 2) 최중락, 김재환, 정구락, 김영수  
최적제어이론을 이용한 서보메카니즘의 PID  
제어기 설계  
'86. 한국자동제어 학술회의 논문집  
Vol.1, PP 488-492
- 3) Atans. M  
"On the PID Controllers Using Optimal  
Linear Regulator Theory"  
Automatica Vol.7, PP 643-647, 1971
- 4) Barna Szabados, Naresh K.Sinha  
"A Time Optimal Digital Position Con-  
troller Using PMDC Servomotor"  
IEEE Trans. Onind, Vol.1ECI-19, PP 74-77,  
No.3, Aug. 1972