

컨베이어 추적을 위한 로봇 매니퓰레이터의 동작 계획
(Motion Planning of a Robot Manipulator for Conveyor Tracking)

오 박 태 형 이 범 희 고 명 삼
(T.H.Park B.H.Lee M.S.Ko)

서울대학교 공과대학 제어계측공학과
로봇틱스 및 지능 시스템 연구실

This paper presents a motion planning algorithm for conveyor tracking. We formulate the problem as the linear quadratic tracking problem in optimal control theory and solve it through dynamic programming. In the proposed algorithm, the steady-state tracking error is eliminated completely, and the joint torque, velocity, acceleration, and jerks are considered as some constraints. Numerical examples are then presented to demonstrate the utility of the proposed motion planning algorithm.

1. 서 본

로봇을 실제에 응용함에 있어서, 많은 작업이 로봇과 이송장치의 결합을 필요로 한다. 컨베이어 벨트로 이송되는 파트를 로봇이 가공, 처리하여 다음 작업 단계로 이송시키는 것은 공장 자동화의 가장 기본적인 요소이다. 그런데 파트가 로봇의 작업 공간으로 이송된 후 컨베이어가 정지된 상태에서 파트의 가공, 처리가 이루어지게 되면, 연속되는 전체 작업의 효율은 떨어지게 된다. 따라서 로봇이 컨베이어 상의 파트를 추적 하면서 작업을 하는 발전된 개념의 도입이 필요하다. 컨베이어의 추적을 위한 로봇 매니퓰레이터의 운동을 제어하기 위하여 다음의 조건들이 고려되어야 한다.

첫째, 로봇 핸드와 파트에 대한 작업은 상태 변위가 0으로 지속되는 상태 (안정 상태 : steady state) 에서 수행된다. 안정 상태에서의 추적 오차는 작업의 정밀도에 직접 영향을 주므로 최소화 되어야 한다.

둘째, 추적 초기 위치에서 로봇 핸드와 정지하고 있는 파트는 컨베이어 상에서 운동 중에 있다. 따라서 로봇 핸드와 파트의 운동 상태가 파트의 운동 상태와 일치되기 위하여 과도 상태 (transient state) 를 필요로 한다. 과도 상태가 종료되는 시간과 로봇 매니퓰레이터의 추적 궤적은 벨트의 속도와 추적 초기 위치에서의 로봇 핸드와 파트의 변위차에 따라 달라진다.

셋째, 추적 궤적의 생성에 고려되어야 할 또 하나의 요소는 로봇 매니퓰레이터의 물리적 특성이다. 토크와 최대 관절 속도, 최대 관절 가속도, 최대 관절 저크의 제한 범위를 고려한 추적 궤적이 생성 되어야 한다.

컨베이어 벨트의 속도가 일정한 경우 과도 상태는 로봇 핸드와 파트의 변위 구간, 안정 상태는 로봇 핸드와 파트의 등속 구간에 해당된다.

이상의 조건을 만족시키도록 로봇 매니퓰레이터의 운동을 제어하는 것이 본 논문의 목적이다. 그런데 로봇의 동작 (motion)을 위한 제어 구조는 동작 계획 (motion planning) 과 경로 제어 (path control)의 두 단계로 나뉘어진다. 동작 계획은 궤적 계획 (trajectory planning)과 경로 계획 (path planning)을 포함한다. 로봇 동적 방정식의 비선형성과 결합성은 선형 제어를 사용하는 경로 제어기에 의해 고려되어지기 힘들기 때문에, 제어 구조의 분리는 불가피하다.⁸⁾ 동작 계획기는

로봇의 동적 특성을 고려한 이동 궤적과 이동 경로를 결정하고 이를 경로 제어기에 보낸다. 경로 제어기는 동작 계획기로부터 입력된 값과 로봇의 경로의 실제 값이 일치되도록 로봇의 운동을 제어한다. 따라서 본 논문에서는 동작 계획의 관점에서 로봇 매니퓰레이터의 추적 운동을 제어한다.

자동화의 필요성이 증가함에 따라 로봇과 컨베이어 벨트가 결합된 작업 시스템의 구성 및 이에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다.^{2),3),4)} S.W.Holland 등이 개발한 CONSIGNET-1²⁾, X.J.Mo 등이 개발한 로봇 작업 시스템³⁾에서 로봇 핸드는 파트를 추적하여 그리핑 (gripping) 한다. 추적 동작은 직선 경로 운동⁵⁾으로 계획된다. 그러나 이 동작 계획에는 로봇 매니퓰레이터의 동적 방정식이 포함되어있지 않다. 온라인의 추적 계획이 이루어지는 반면, 토크의 제한 범위를 고려하지 않은 동작이 계획된다. 위의 추적 계획에 있어서의 변속 구간은 벨트 속도에 의하여만 결정된다. 따라서 로봇 매니퓰레이터의 무리한 동작을 유발시켜 전체 작업의 효율을 감소한다.

로봇 매니퓰레이터의 동적 방정식과 제한 조건이 고려된 동작의 계획을 위하여 많은 연구가 진행되었다. 그러나 대부분의 연구는 정해진 공간 상의 두 점을 최소 시간에 이동시키는 문제 (minimum-time problem)에 집중되었다.⁷⁾⁻¹⁰⁾ 운동 물체를 추적하는 문제는 최소 시간 문제와는 다른 문제이다. 따라서 본 연구에서는 로봇 매니퓰레이터가 등속으로 이동 중인 파트의 운동 상태를 추적하기 위한 성능 지수를 새로이 설정한다.

2. 문제 의 정의

본 연구에서 설정된 작업 시스템은 그림 1 과 같다. 컨베이어 벨트로 이송되는 파트와 파트의 운동 상태를 추적 하는 로봇 매니퓰레이터의 운동 과정을 나타내고 있다. 추적 중의 컨베이어 벨트의 속도는 V_b 로 일정 하다고 가정한다. Cartesian space에서 파트의 위치와 속도를 각각 X_p , \dot{X}_p 라 하면, 파트의 운동 상태는 다음의 식 (1) 과 같이 유지된다.

$$X_p = V_b t + X_p(t_0)$$

$$\dot{X}_p = V_b \quad \text{for } t \geq t_0 \quad (1)$$

추적 시작 시간 (t_0) 에서 로봇 핸드와 파트의 직선

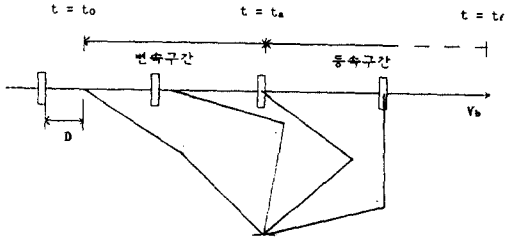


그림 1 컨베이어 추적의 과정

경로 상에 정지하여 있으며, 파트의 초기 위치 $X_p(t_0)$ 와 D 의 차이를 갖고 있다. D 를 초기 위치 편차라 정의 한다. 또한 로봇트 매니퓰레이터의 오리엔테이션은 파트의 오리엔테이션과 일치하며, 추적 진행 중 오리엔테이션의 변화는 없다고 가정한다. 로봇트 핸드의 위치와 속도를 각각 X_h , \dot{X}_h 라 하면, 로봇트 핸드 운동의 초기 조건은 다음의 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} X_h(t_0) &= 0 \\ X_h(t_0) - X_p(t_0) &= D \end{aligned} \quad (2)$$

단, X_h 는 2 관절 매니퓰레이터의 경우 $[x \ y]^T$, 3 관절 이상의 매니퓰레이터의 경우 $[x \ y \ z]^T$ 이다. 추적이 시작된 이후 파트는 등속 운동을 계속하고, 로봇트 핸드 는 변속 운동을 하면서 파트를 추적한다. 로봇트 핸드의 운동 상태(위치, 속도)가 파트의 운동 상태와 일치 되기 시작하는 시간을 t_a 라하면, t_a 를 변속 종료시간이라 한다. t_a 는 미리 설정되는 값이 아니며, 추적궤적의 생성과 함께 결정 되어야 하는 값이다. t_a 부터 로봇트 핸드는 등속 운동을 하며 파트에 대한 작업이 이루어 진다. 파트에 대한 상대 속도가 0 이므로 정지 시와 같은 작업 효과를 갖게된다.

$X_h(t_0)$ 로부터 시작되는 로봇트 핸드의 운동은 직선으로 유지되어야 하며, 이를 위하여 추적 목표점 $X_h(t_r)$ 를 정의할 필요가 있다. t_r 를 추적 목표 시간이라고 정의 한다. 실제 작업은 $X_h(t_r)$ 이전에 종료되며, $X_h(t_r)$ 는 $X_h(t_0)$ 로부터 직선 상의 충분히 먼 점에 설정한다. 본 논문에서 다루는 동작 계획의 범위는 t_0 로부터 t_a 까지의 변속 구간과 t_a 이후의 등속 구간으로 한정한다.

운동 중인 파트를 추적하는 로봇트 핸드의 궤적은 매우 많이 존재하지만, 다음의 조건을 만족하는 추적 궤적이 선택되어야 한다. 우선 각 관절의 토크는 한계치를 초과하지 않도록 억제되어야 한다. n 축 로봇트 매니퓰레이터의 $n \times 1$ 토크 벡터를 U 라 하면 다음의 식(3)은 토크 제한 범위를 의미한다.

$$\begin{aligned} u_{i, \min}(t) &\leq u_i(t) \leq u_{i, \max}(t) \quad i = 1 \dots n \\ \text{단, } U &= [u_1 \dots u_n]^T \end{aligned} \quad (3)$$

또한 무리한 추적 동작의 방지를 위하여 각 관절의 속도, 가속도, 저크는 그 크기가 제한되어야 한다. 식(4)(5)(6)을 평활 제한 조건(smoothness constraints)이라고 한다. 로봇트 핸드의 궤적이 평활하지 않거나, 급작스런 등속 구간으로의 진입이 이루어지는 경우 이 제한 범위를 위반한다.

$$V_{i, \min} \leq \dot{q}_i(t) \leq V_{i, \max} \quad i = 1 \dots n \quad (4)$$

$$A_{i, \min} \leq \ddot{q}_i(t) \leq A_{i, \max} \quad i = 1 \dots n \quad (5)$$

$$J_{i, \min} \leq \dot{q}_i^{(3)}(t) \leq J_{i, \max} \quad i = 1 \dots n \quad (6)$$

위의 제한 조건을 만족 시키는 추적 궤적의 t_a 는 작아야 한다. 물론 t_a 는 V_b 와 D 에 따라 달라지나, V_b 와 D 가 주어질 경우 빠른 등속 구간으로의 진입은 전체 작업 시

간의 단축을 가져온다.

3. 문제의 구성

3.1 파라미터로 치환된 동적 방정식

직선 운동을 하는 로봇트 핸드의 변위 X_h 는 식 (7) 과 같이 파라미터 r 를 사용하여 표현 될 수 있다. r 은 스칼라 양으로 0 에서 1 까지 변화에 따라 X_h 는 추적 초기 위치 $X_h(t_0)$ 에서 추적 목표 위치 $X_h(t_r)$ 로 직선 운동 하게 된다.

$$X_h = X_h(t_0) + r [X_h(t_r) - X_h(t_0)] \quad (7)$$

$$\text{단, } r(t_0) = 0 \quad r(t_r) = 1$$

따라서 로봇트 매니퓰레이터의 동작 계획은 시간에 따른 r 의 결정과 같은 의미이다. $D(r)$ 함수⁵⁾ 는 오리엔테이션의 변화가 없는 경우 식 (7) 과 같게 된다. 3×1 벡터의 변화율 스칼라 r 로 나타냄으로서, 추적 동작의 계획을 매우 편리하게 한다. 또한 이 파라미터에 의하여 로봇트 매니퓰레이터의 동적 방정식이 치환된다.

n 자유도를 갖는 로봇트 매니퓰레이터의 동적 특성을 나타내는 L-E 방정식(Lagrange-Euler equation) 은 다음의 식 (8) 이다.

$$U = M(q) \ddot{q} + h(q, \dot{q}) \quad (8)$$

$$\text{단, } q = [q_1 \dots q_n]^T$$

$M(q)$: $n \times n$ 의 관성 행렬

$h(q, \dot{q})$: $n \times 1$ 의 Coriolis 의 힘, 원심력, 중력 벡터
관절의 값 q 는 역기구학 방정식에 의하여 Cartesian 공간에서 로봇트 핸드의 위치와 오리엔테이션을 나타내는 $n \times 1$ 벡터로부터 구할 수 있다. 그런데 추적 동작중 오리엔테이션의 변화가 없는 경우 식(7)의 관계에 의하여 q 는 파라미터 r 의 함수이다. 또한 \dot{q} 와 \ddot{q} 는 r, \dot{r}, \ddot{r} 에 의하여 결정된다. 즉,

$$q = f(r) \quad (9)$$

$$\dot{q} = \frac{df(r)}{dr} \dot{r} \quad (10)$$

$$\ddot{q} = \frac{d^2f(r)}{dr^2} \dot{r}^2 + \frac{df(r)}{dr} \ddot{r} \quad (11)$$

따라서 식 (9),(10),(11) 을 식 (8)에 대입함으로서, 파라미터 r 로 표현되는 로봇트 매니퓰레이터의 동적 방정식을 얻을 수 있다.

$$U = M(r) \frac{df(r)}{dr} \ddot{r} + M(r) \frac{d^2f(r)}{dr^2} \dot{r}^2 + h(r, \dot{r}) \quad (12)$$

식 (12)는 n 개의 비선형 미분 방정식이며, 이를 r 과 r 에 대한 2차의 상태 공간 방정식으로 변환 시킬 수 있다. $1 \times n$ 의 행 벡터 $[M(r) \cdot df(r)/dr]^T$ 를 식 (12)의 양변에 곱하면, 단일의 비선형 미분 방정식이 얻어진다. $[M(r) \cdot df(r)/dr]^T U = [M(r) \cdot df(r)/dr]^T [M(r) \cdot df(r)/dr] \ddot{r} + [M(r) \cdot df(r)/dr]^T [M(r) \cdot d^2f(r)/dr^2] \dot{r}^2 + [M(r) \cdot df(r)/dr]^T h(r, \dot{r})$ (13)

식 (13) 에서 상태 변수 $x_1 = r, x_2 = \dot{r}$, 입력 변수 u_1 를 각 관절의 구동 토크로 하는 2차의 상태공간방정식을 얻는다.

$$x_1 = x_2$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{1}{a(x_1)} \left[b(x_1) x_2^2 + c(x_1, x_2) \right] + \sum_{i=1}^n d_i(x_1) u_i \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } a(x_1) &= [M(x_1) \cdot df(x_1)/dx_1]^T [M(x_1) \cdot df(x_1)/dx_1] \\ b(x_1) &= -[M(x_1) \cdot df(x_1)/dx_1]^T [M(x_1) \cdot d^2f(x_1)/dx_1^2] \\ c(x_1, x_2) &= -[M(x_1) \cdot df(x_1)/dx_1]^T h(x_1, x_2) \\ [d_1(x_1) \dots d_n(x_1)] &= [M(x_1) \cdot df(x_1)/dx_1]^T / a(x_1) \end{aligned}$$

경로가 평활한 직선인 경우, $df(x_1)/dx_1$ 은 0 이 될 수 없으며, 관성 행렬 $M(x_1)$ 은 positive definite 하므로 식(14)의 상태 공간 방정식은 유효하다. 식(14)를 정리하면 다음의 식 (15) 와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= m(x_1, x_2) + \sum_{i=1}^n d_i(x_1)u_i \end{aligned} \quad (15)$$

단, $m(x_1, x_2) = \frac{1}{a(x_1)} [b(x_1) x_2^2 + c(x_1, x_2)]$

추적 궤적의 생성을 위하여 결정 되어야 할 x_1, x_2 는 상태 공간 방정식 (15) 에서 구한다. 이 때 토르크 제한 범위 (식(3)) 는 입력 변수의 제한 조건이다. 평활 제한 조건 (식(4)(5)(6)) 은 4.3 절에서 논하는 바와 같이 상태 변수 x_1, x_2 의 존재 범위를 제한한다.

3.2 Linear Quadratic Tracking 문제로의 접근

2 장에서 정의된 추적 궤적의 계획을 위하여, 최적 제어 이론에서의 linear quadratic tracking 문제¹⁴⁾로 접근한다. 우선 파트의 운동 상태 (식(1))를 r, \dot{r} 로 나타낸다.

$$\begin{aligned} V_b t + X_p(t_0) &= X_h(t_0) + r [X_h(t_f) - X_h(t_0)] \\ V_b &= \dot{r} [X_h(t_f) - X_h(t_0)] \end{aligned} \quad (16)$$

즉, (16)의 관계에서 $\tilde{x}_1 = r, \tilde{x}_2 = \dot{r}$ 이라 하면, 다음의 식 (17)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= \frac{[V_b t + X_p(t_0) - X_h(t_0)]_i}{[X_h(t_f) - X_h(t_0)]_i} \\ \tilde{x}_2 &= \frac{[V_b]_i}{[X_h(t_f) - X_h(t_0)]_i} \end{aligned} \quad (17)$$

for some $i, s, t., [X_h(t_f) - X_h(t_0)]_i \neq 0$

$[A]_i$ 는 행렬 A 의 i 번째 원소를 의미한다. 로봇트 쉘드의 운동 상태 x_1, x_2 가 파트의 운동 상태 \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 를 추적하기 위하여 다음의 성능 지수 (performance index) J 를 설정 한다.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [(x_1(t) - \tilde{x}_1(t))^2 + (x_2(t) - \tilde{x}_2(t))^2] dt \quad (18)$$

이 때 x_1, x_2 의 경계 조건은 다음의 식 (19) 이다.

$$\begin{aligned} x_1(t_0) &= x_2(t_0) = 0 \\ x_1(t_f) &= \tilde{x}_1(t_f) \\ x_2(t_f) &= \tilde{x}_2(t_f) \end{aligned} \quad (19)$$

결국 컨베이어의 추적 계획은 경계 조건 (식(19)) 을 만족 시키면서 추적 성능 지수 (식(18)) 를 최소화 하는 동적 방정식(식(15))의 해 x_1, x_2 를 구하는 문제이다. 이 때 토르크의 제한 (식(3))과 평활 제한 (식 (4), (5), (6)) 이 고려되어야 한다.

4. 동적 계획법에 의한 컨베이어 추적 계획

4.1 동적 계획법의 도입

3 장에서 정의된 추적 문제의 해를 구하기 위하여 Pontryagin 의 최소 원리¹⁸⁾ 를 적용시킬 수 있다. 그러나 제한 조건이 있는, 추적 성능 지수를 최소화하는 비선형 상태 공간 방정식의 해를 구하는 것은 매우 힘든 일이다. 성능 지수가 최소 시간인 경우에 한하여 비선형 방정식의 해를 구하지 않고도 최적해를 구하는 것이 가능하다.^{8), 9)} 따라서 최적 제어 이론에서의 수식적 해법이 아닌 수치적 해법, 즉 동적 계획법 (DP)의 사용이 불가피하다. DP 는 성능지수에 거의 제약을 받지 않고

며¹¹⁾⁻¹³⁾, 그 최적성은 증명 되어있다.¹⁵⁾

DP 의 적용을 위하여 동적 방정식 (식(15))과 추적 성능 지수 (식(18)) 를 이산화 시킨다. 충분히 작은 Δt 에 대하여 다음의 근사화가 성립된다.

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &\approx \frac{X(t+\Delta t) - X(t)}{\Delta t} \\ \text{단, } X &= [x_1 \quad x_2]^T \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20) 에 의하여 식 (15) 와 식 (18) 은 다음의 식(21), (22) 로 각각 이산화 된다.

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) + \Delta t \cdot x_2(k) \\ x_2(k+1) &= x_2(k) + \Delta t \cdot m(x_1(k), x_2(k)) + \Delta t \sum_{i=1}^n d_i(x_1(k))u_i(k) \end{aligned} \quad (21)$$

$$J = \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [(x_1(k) - \tilde{x}_1(k))^2 + (x_2(k) - \tilde{x}_2(k))^2] \quad (22)$$

단, $k = k_0 \Delta t, t_f = k_f \Delta t, t_0 = k_0 \Delta t$

고차 시스템의 최적해를 구하기 위하여 DP 를 사용할 경우, 방대한 기억 용량과 계산 시간을 필요로 하여 그 적용이 힘들다. 이를 DP 의 'curse of dimensionality' 라고 한다.¹⁴⁾ n 자유도를 갖는 로봇트 매니퓰레이터의 동적 방정식은 $2n$ 차의 상태 공간 방정식이다, 파라미터 r 를 이용하여 2 차의 상태 공간 방정식으로 변환됨은 앞서 논한 바이다. 따라서 'curse of dimensionality' 문제는 해결되며, DP 의 적용이 가능하다.

4.2 DPCT 알고리즘

DP 를 사용하여 컨베이어 추적 문제의 해를 구하는 DPCT (Dynamic Programming for Quadratic Tracking) 알고리즘을 구현하였다. 추적 궤적 x_1, x_2 는 위상 평면(phase plane)에서의 탐색(search)에 의하여 생성된다. (그림 2)

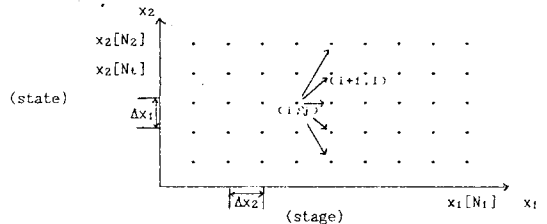


그림 2 위상 평면 상에서의 탐색

x_1, x_2 축은 각각 N_1, N_2 개의 격자 (grid) 로 분할된다. x_1 의 각 격자 단계를 stage, x_2 의 각 격자 단계를 state 라고 한다. N_2 이내의 범위에서 N_t 를 정하여 다음과 같이 초기화 한다.

$$\begin{aligned} x_1[0] &= x_2[0] = 0 \\ x_1[N_1] &= x_1(t_f) \\ x_2[N_t] &= x_2(t_f) \end{aligned} \quad (23)$$

stage N_t 에서 x_2 는 추적목표 시의값을 갖는다. x_2 의 한계 범위 $x_2[N_2]$ 가 $x_2[N_t]$ 보다 큰 이유는 추적 동작의 속도 오우버슈우트(overshoot)를 감안하였기 때문이다. N_2 의 80 - 90 % 로 N_t 를 정한다. $x_1 - x_2$ 축의 격자 간격 $\Delta x_1, \Delta x_2$ 는 다음과 같이 일정하다.

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= x_1[N_1]/N_1 \\ \Delta x_2 &= x_2[N_t]/N_t \end{aligned} \quad (24)$$

위상 평면 상에서의 점 (0,0) 로부터 (N_1, N_t) 까지, 각 stage 에 대하여 최적의 state 를 정하고, 이 점들의 연결에 의하여 이루어지는 위상도(phase plot) 를 얻는 것이 DPCT의 주요 기능이다. 구해진 위상도는 동적 방정식(식(21))을 만족하고, 추적 성능 지수(식(22))를 최소화

시켜야 한다. 우선 제한 조건을 고려하지 않는 경우의 DPCT 알고리즘을 논하고, 제한조건이 고려된 경우에 대하여는 다음의 4.3 절에서 논하고자 한다.

탐색은 stage N_1 으로부터 stage 0 까지 stage 블록으로 진행되며, 위상 평면 상의 모든 점 (i, j) 에 대하여 $J_{(i,j)}^*$ 와 $NP_{(i,j)}$ 를 구하여 저장한다.

현재 점 (i, j) 에 대하여 다음 점은 $(i+1, l)$ ($l=0 \dots N_2$) 이다. 즉, 다음 stage 는 $i+1$ 로 고정되나, 다음 state 는 N_2+1 개 존재한다. 이 경우, 이산화된 동적 방정식 (식(21)) 에 대입되는 상태 변수는 다음의 식 (25) 이다.

$$\begin{aligned} x_1(k) &= x_1[i] & x_2(k) &= x_2[j] \\ x_1(k+1) &= x_1[i+1] & x_2(k+1) &= x_2[l] \end{aligned} \quad (25)$$

상태 전이에 소요되는 시간 Δt 는 속도 성분 state j 의 값에 의하여 결정된다.

$$\Delta t_j = \Delta x_1 / x_2[j] \quad j = 0 \dots N_2 \quad (26)$$

$m(x_1(k), x_2(k), d(x_1(k)))$ 를 구하고, 동적 방정식에 의하여 토크 벡터 $U(k)$ 를 얻는다. 이를 $U_{(i,j)}^{(i+1,l)}$ 이라고 표시

한다. $k_{(i,j)}$ 는 다음의 식(27)로 구한다.

$$k_{(i,j)} = t_f - \Delta t_j - k_{(i+1,l)} \quad (27)$$

$k = k_{(i,j)}$ 로하여 파트의 상태 $x_1(k), x_2(k)$ 를 얻는다.

$J_{(i,j)}^{(i+1,l)}$ 을 다음과 같이 얻는다.

$$J_{(i,j)}^{(i+1,l)} = \Delta t_j [(x_1[i] - x_1(k))^2 + (x_2[j] - x_2(k))^2] \quad (28)$$

(i, j) 에서 (N_1, N_2) 까지의 비용은 다음과 같이 구한다.

$$J_{(i,j)}^{(N_1, N_2)} = J_{(i,j)}^{(i+1,l)} + J_{(i+1,l)}^* \quad (29)$$

l 을 0부터 N_2 까지 변화시키며, 최소의 $J_{(i,j)}^{(N_1, N_2)}$ 를 얻어

서 이를 $J_{(i,j)}^*$ 로 저장한다.

$$J_{(i,j)}^* = \min_{l=0 \dots N_2} \{ J_{(i,j)}^{(i+1,l)} + J_{(i+1,l)}^* \} \quad (30)$$

이 경우의 l 이 $NP_{(i,j)}$ 에 저장되며, 식 (29)(30) 의 최적적인 관계에 의하여 생성된 궤적은 최적성의 원리¹⁵⁾ 에 의하여 성능 지수를 최소화함이 증명된다.

$l = 0 \dots N_2$ 의 탐색이 끝나면 j 를 변화시키며 같은 과정을 반복한다. $j = 0 \dots N_2$ 의 탐색이 끝나면 stage i 를 하나 씩 감소시키면서 전체의 과정을 반복한다. 마지막 stage 인 stage 0 에서는 현재 점이 $(0,0)$ 뿐이며, $J_{(0,0)}^{(N_1, N_2)}$ 를 구할 수 있다. $J_{(0,0)}^{(N_1, N_2)}$ 는 식 (22) 의 성능지수 J 와 같은 의미이다. 이 때의 최소값 $J_{(0,0)}^*$ 를 형성하는 위상도는 stage 0 부터 stage N_1 까지의 $NP_{(i,j)}$ 를 추적하여 생성된다. 이 위상도로부터 로봇 핸드의 추적 궤적이 계획된다.

4.3 토크 및 평활 제한 조건의 고려

관절에 부여된 토크 및 저크의 제한 범위를 만족하는 추적 해는 DP 를 사용하면 쉽게 얻어진다. 우선 토크 제한범위가 주어진 경우 추적해를 구하는 방법은 다음과 같다. DPCT 알고리즘 중 현재 점 (i, j) 에서 다음 점 $(i+1, l)$ 로 전이하는데 필요한 토크 $U_{(i,j)}^{(i+1,l)}$ 가 계산되는 과정이 있다. 그런데 이 값이 식(3)의 토크 제한 조건을 만족하지 못하면 그 이후의 과정은 불필요하다. 따

라시 다음의 state l 에 대한 과정을 진행시켜야 한다.

평활 제한은 다음과 같은 원리로 고려된다. 선형 근사화에 의하여,

$$\dot{q}(k) \approx (q(k+1) - q(k)) / \Delta t \quad (31)$$

$$\ddot{q}(k) \approx (\dot{q}(k+1) - \dot{q}(k)) / \Delta t \quad (32)$$

$$q^{(3)}(k) \approx (\ddot{q}(k+1) - \ddot{q}(k)) / \Delta t \quad (33)$$

평활 제한 조건 (식(4)(5)(6)) 은 위의 근사화에 의하여 $\dot{q}(k)$ 에 대한 제한 조건으로 변환 된다. 이 때 식 (10) 에 의하여 상태 변수 $x_1(k), x_2(k)$ 에 대한 제한 조건으로 다시 변환 시킬 수 있다. 즉,

$$V_{i, \min} \leq \left[\frac{df(x_1(k))}{dx_1} \right]_i x_2(k) \leq V_{i, \max} \quad (4)'$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_i(k+1) - \Delta t A_{i, \min} &\leq \left[\frac{df(x_1(k))}{dx_1} \right]_i x_2(k) \\ &\leq \dot{q}_i(k+1) - \Delta t A_{i, \min} \end{aligned} \quad (5)'$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_i(k+1) - \Delta t \dot{q}_i(k+1) + (\Delta t)^2 J_{i, \min} &\leq \left[\frac{df(x_1(k))}{dx_1} \right]_i x_2(k) \\ &\leq \dot{q}_i(k+1) - \Delta t \dot{q}_i(k+1) + (\Delta t)^2 J_{i, \max} \end{aligned} \quad (6)'$$

$i = 1 \dots n$

단, $\left[\frac{df(x_1(k))}{dx_1} \right]_i$: $n \times 1$ 벡터 $\frac{df(x_1(k))}{dx_1}$ 의 i 번째 원소

각 i 에 대하여, 3 가지 상한의 최소값을 $\delta_i^+(k+1)$, 3 가지 하한의 최대값을 $\delta_i^-(k+1)$ 이라 하면,

$$\delta_i^-(k+1) \leq \left[\frac{df(x_1(k))}{dx_1} \right]_i x_2(k) \leq \delta_i^+(k+1) \quad (34)$$

식(34)는 평활 제한 조건은 상태 변수 x_1, x_2 의 제한 조건임을 의미한다. DPCT 에서 이 조건이 고려되기 위하여, 식(34)에서의 공통 부분을 취하여 다음의 식(35)를 얻는다.

$$SC_{\min}(x_1(k), k+1) \leq x_2(k) \leq SC_{\max}(x_1(k), k+1) \quad (35)$$

이 식은 (i, j) 와 $(i+1, l)$ 사이의 탐색 과정 중 $x_2[j]$ 의 허용 범위가 $x_1[i]$ 와 $x_1[i+1], x_2[l]$ 에 의하여 정해짐을 의미한다.

5. 시뮬레이션 결과

5.1 시뮬레이션 모델

2 축의 SCARA 형 로봇 매니퓰레이터를 시뮬레이션 모델로 하였다. (그림 3) 모델의 기구학 및 동적 방정식은 표 1 에 요약하였다. 벨트의 속도 $V_b = [0.2 \ 0]^T$ (m/sec) 로 하였으며, 피트의 초기 위치 $X_p(t_0) = [-0.9 \ 1.732]^T$ (m) 로 하였다. 로봇 핸드의 운동은 초기 위치 $X_h(t_0) = [-0.8 \ 1.732]^T$ (m) 로부터 $X_h(t_f) = [-0.3 \ 1.732]^T$ (m) 까지 평면 직선 운동을 한다고 설정하였다. N_1 는 N_2 의 80 % 로 하였다. DPCT 알고리즘은 C 언어로 작성되었으며, micro VAX II 에서 실행되었다.

5.2 격자 간격의 변화에 따른 위상도의 변화

DPCT 알고리즘은 위상 평면 상에서 수행되며, $x_1 - x_2$ 축은 각각 N_1, N_2 개의 격자로 분할됨은 앞서 논한 바이다. DP 는 수치적 방법이므로 N_1, N_2 가 변화하면 위상도가 변화하는 것은 당연하다. 그러나 N_1, N_2 가 증가함에 따라 수립하는 변화가 일어나야 하며, 발산하는 경우 그 접근 방법은 무의미하다.

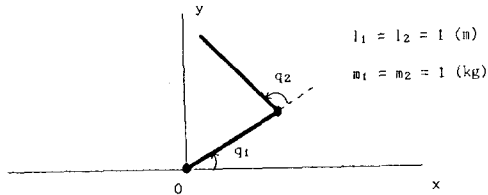


그림 3 시뮬레이션 모델

그림 4는 $N_1 \times N_2$ 볼 30×50 , 50×100 , 100×200 으로 변화시키면서 얻은 위상도이다. 토크 및 평활 제한 조건은 5.3 절의 식(36)과 식(37)로 각각 부여되었다. 격자 간격의 변화에 대한 위상도는 그 변화의 폭이 크지 않으며, 격자 수가 증가함에 따라 수렴하는 방향으로 변화함을 보여준다. 이 결과는 본 논문에서 제안된 DPCT 알고리즘의 유효성을 확인하여 준다.

격자의 수는 알고리즘의 실행 시간과 밀접한 관계를 갖는다. 30×50 의 경우 실행 시간은 3 분, 50×100 의 경우는 7 분 이다.

5.3 제한 조건의 부여에 따른 추적 궤적의 변화

DPCT 알고리즘은 제한 조건을 만족시키며 최소의 변속 종료 시간을 갖는 추적 궤적을 생성한다. $N_1 \times N_2$ 볼 50×100 으로 고정시키고, 세 가지의 다른 경우 즉, 1. 아무런 제한조건을 부여하지 않은 경우 2. 토크 제한범위만을 부여한 경우 3. 토크 및 최대 관절 속도, 최대 관절 가속도, 최대 관절 저크의 제한 범위를 모두 부여한 경우에 대한 추적 궤적을 그림 5-8 에 비교하였다.

그림 5, 6 에서 보는 바와 같이 등속 구간의 추적 오차는 모든 경우에 대하여 발생되지 않았다.

아무 제한조건이 없는 경우, 로봇은 핸드는 가장 빨리 파트의 운동 상태를 추적한다. 즉 그림 6 에서 보는 바와 같이 변속 종료 시간 t_a 는 0.65 초이다. 그러나 토크에 제한이 없음으로 인하여 당연히 큰 토크가 발생된다. 그림 8 에서 1 관절의 최대 토크는 -1.342 N-m , 2 관절의 최대 토크는 -0.406 N-m 이다. 또한 토크 및 관절 속도의 급격한 변화를 볼 수 있다. (그림 7, 8)

큰 토크의 발생을 억제하기 위하여 다음과 같은 토크 제한 범위를 부여하였다.

$$\begin{aligned} -0.5 \text{ N-m} &\leq u_1 \leq 0.5 \text{ N-m} \\ -0.2 \text{ N-m} &\leq u_2 \leq 0.2 \text{ N-m} \end{aligned} \quad (36)$$

변속 종료 시간은 0.8초로 늦어지나 (그림 6), 그림 8 에서 보는 바와같이 1 속의 최대 토크는 -0.499 N-m , 2 속의 최대 토크는 -0.14 N-m 로서 제한 범위 이내의 값을 갖는다. 그러나 토크 제한 범위만의 고려에 의하여는 만 족한 추적 궤적이 생성 되지 않는다. 즉 관절 속도의 급격한 변화와 아울러 토크의 급격한 변화는 개선되지 않았 음을 볼 수 있다. (그림 7, 8)

따라서 토크 제한 범위와 함께 최대 관절 속도, 최대 관절 가속도, 최대 관절 저크의 제한 범위를 모두 부여하였다. 토크 제한 범위는 식(36)과 동일하며 평활 제한은 다음과 같이 부여하였다.

$$\begin{aligned} -0.2 \leq \dot{q}_1 \leq 0.2 & \quad -0.2 \leq \dot{q}_2 \leq 0.2 \text{ (rad/sec)} \\ -0.3 \leq \ddot{q}_1 \leq 0.3 & \quad -0.3 \leq \ddot{q}_2 \leq 0.3 \text{ (rad/sec}^2) \end{aligned} \quad (37)$$

$-2.3 \leq \dot{q}_1^{(3)} \leq 2.3$ $-2.0 \leq \dot{q}_2^{(3)} \leq 2.0 \text{ (rad/sec}^3)$ 이 결과 큰 토크의 발생이 억제되고, 평활한 토크 및 관절 속도의 변화를 갖는 궤적이 형성된다. (그림 7, 8) 변속 종료 시간은 1.1초로 위의 두 경우에 비하여 늦어지나, 식(36)과 식 (37)의 제한범위를 만족시키는 추적 궤적의

변속 종료 시간 중에서는 가장 빠른 것이다.

6. 결 론

본 연구를 통하여 컨베이어의 추적을 위한 로봇 매니퓰레이터의 동작이 오프 라인으로 계획되었다. 컨베이어 추적 문제를 linear quadratic tracking 문제로 구성하였고, 그 해는 동적 계획법을 사용하여 구하였다. 이때 작업 효율의 향상을 위하여 토크 및 평활 제한 조건이 모두 고려되었다. 시뮬레이션에 의하여 본 논문에서 제시된 방법의 유효성과 적절성을 확인하였다. 즉 등속 구간에서의 추적 오차는 발생되지 않았으며, 로봇 매니퓰레이터의 물리적 한계 범위 내에서 최소의 변속 종료 시간을 갖는 추적 궤적이 계획되었다.

본 논문에서는 컨베이어의 속도가 등속으로 가정하였으나 가속 또는 변속 운동을 하는 경우에 대하여 쉽게 확장될 수 있다. 즉 운동 물체에 대한 로봇 매니퓰레이터의 추적을 동작 계획의 견지에서 수행하는 것이 가능하다.

* 참 고 문 헌 *

- 1) M. Brady et al., *Robot Motion : Planning and Control*, the MIT press, 1982
- 2) S.W. Holland et al., "CONSIGHT-1: A vision-controlled robot system for transferring parts from belt conveyors", *Computer vision and sensor based robots*, the Plenum press, 1979
- 3) X.J. Mo et al., "A robot system with vision, touch and slide sensors for the grip onto a moving conveyor belt", *15th int. symp. industrial robots*, pp.129-136, 1986
- 4) 이 원식, "컨베이어 벨트를 포함하는 로봇 작업 시스템의 구성에 관한 연구", 서울 대학교 공학 석사 학위 논문, 1989
- 5) R.P. Paul, "Manipulator cartesian path control", *IEEE Trans. Syst. man, cyber.*, Vol. SMC-9, No. 11, pp. 702-711, 1979
- 6) R.H. Taylor, "Planning and execution of straight line manipulator trajectories", *IBM J. Res. develop.*, Vol. 23, No. 4, pp. 424-436, 1979
- 7) G. Sahar et al., "Planning of minimum-time trajectories for robot arms", *Int. J. Robotics research*, Vol. 5, No. 3, 1986, pp. 3-17, 1986
- 8) K.G. Shin et al., "Minimum-time control of robotic manipulators with geometric path constraints", *IEEE Trans. Automatic contr.*, Vol. AC-30, No 6, pp. 531-541, 1985
- 9) J.E. Bobrow et al., "Time-optimal control of robotic manipulators along specified path", *Int. J. Robotics research*, Vol. 4, No. 3, pp. 3-17, 1985
- 10) B.H. Lee, "Algorithmic approach to straight-line trajectory planning for mechanical manipulators", *Proc. '86 American contr. conf.*, Vol. 1, pp. 121-126, 1986
- 11) M. Vukobratovic et al., "A method for optimal synthesis of manipulation robot trajectories", *ASME J. Dyn. sys., meas., contr.*, Vol. 104, No. 2, pp. 188-193, 1982
- 12) K.G. Shin et al., "A dynamic programming approach to trajectory planning of robotic manipulators", *IEEE, Automatic Contr.*, vol AC-31, no. 6, pp. 491-500, 1986
- 13) S. Singh et al., "Optimal trajectory generation for manipulators using dynamic programming", *ASME J. Dyn. sys., meas., contr.*, Vol. 109, pp. 88-96, 1987
- 14) D.E. Kirk, *Optimal control theory*, Prentice-Hall, 1970
- 15) R.E. Bellman et al., *Applied dynamic programming*, the princeton univ. press, 1962

표 1 시뮬레이션 모델의 운동식

* Kinematic equation *	
$x = -0.5 + 0.5x_1$	
$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = f(x_1) = \begin{bmatrix} \tan^{-1}(1.732/x_1) - \tan^{-1}(x_2/(1-c_2)) \\ \cos^{-1}(x_2 \cdot 1/2) \end{bmatrix}$	
$\frac{df(x_1)}{dx_1} = \frac{0.5}{x_2} \begin{bmatrix} c_{12} \\ -c_1 - c_{12} \end{bmatrix}$	
$\frac{d^2f(x_1)}{dx_1^2} = \frac{(0.5)^2}{(x_2)^2} \begin{bmatrix} c_2(c_{12})^2 + (c_1)^2 \\ -(1+c_2)(c_1)^2 + (c_{12})^2 \end{bmatrix}$	
* dynamic equation *	
$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/3 + c_2 & 1/3 + (1/2)c_2 \\ 1/3 + (1/2)c_2 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(1/2)c_2 \dot{q}_2 - x_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ (1/2)c_2 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix}$	
$a(x_1) = \frac{(0.5)^2}{(x_2)^2} \{ ((-1/3)c_1 - (1/3)c_{12} - (1/2)c_2 c_2 + (7/6)c_2 c_{12})^2 + ((1/2)c_2 c_{12} - (1/3)c_1)^2 \}$	
$b(x_1) = \frac{-(0.5)^2}{(x_2)^2} \{ ((-1/3)c_1 - (1/3)c_{12} - (1/2)c_2 c_2 + (7/6)c_2 c_{12})^2 + ((5/6)c_2 c_{12})^2 + (4/3)(c_1)^2 + (1/2)(c_2)^2 (c_{12})^2 + (1/6)c_2 (c_1)^2 - (1.3)(c_1)^2 - (1/2)(c_2)^2 (c_1)^2 + ((1/2)c_2 c_{12} - (1/3)c_1) ((1/6)c_2 c_{12} - (1/3)(c_1)^2 - (1/2)(c_2)^2 (c_1)^2) \}$	
$o(x_1, x_2) = \frac{-(0.5)^2}{(x_2)^2} \{ ((-1/3)c_1 - (1/3)c_{12} - (1/2)c_2 c_2 + (7/6)c_2 c_{12})^2 + ((1/2)c_2 c_{12} - (1/3)c_1)^2 + ((1/2)c_2 c_{12} - (1/3)c_1) ((1/6)c_2 c_{12} - (1/3)(c_1)^2 - (1/2)(c_2)^2 (c_1)^2) \}$	
$\begin{bmatrix} \dot{d}_1(x_1) \\ \dot{d}_2(x_1) \end{bmatrix} = \frac{0.5}{a(x_1)x_2} \begin{bmatrix} -(1/3)c_1 - (1/3)c_{12} - (1/2)c_2 c_2 + (7/6)c_2 c_{12} \\ -(1/3)c_1 - (1/2)c_2 c_{12} \end{bmatrix}$	

만, $c_1 = \cos(q_1)$, $c_2 = \cos(q_2)$, $s_1 = \sin(q_1)$, $s_2 = \sin(q_2)$
 $c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$

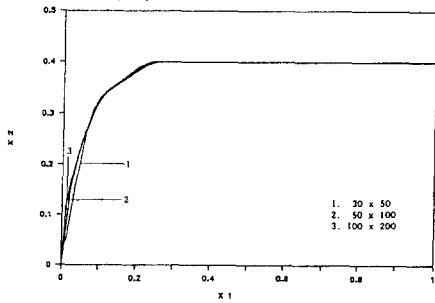


그림 4 $N_1 \times N_2$ 의 변화에 따른 위상도

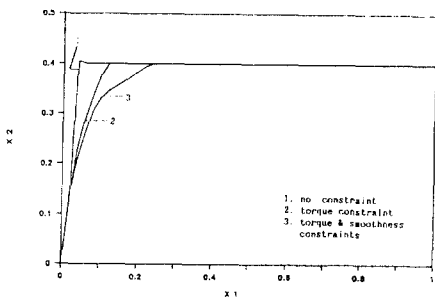


그림 5 제한 조건의 부여에 따른 위상도

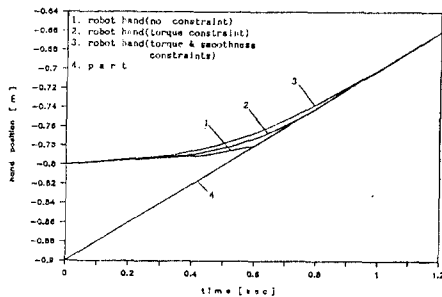


그림 6 제한 조건의 부여에 따른 로봇트 핸드의 궤적

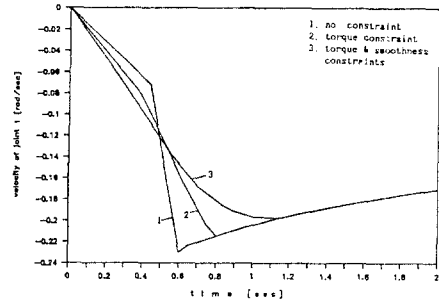


그림 7(a) 1 관절의 속도

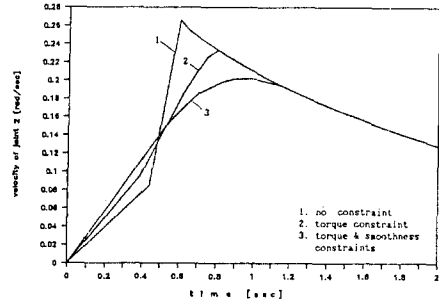


그림 7(b) 2 관절의 속도

그림 7 제한 조건의 부여에 따른 관절 속도의 궤적

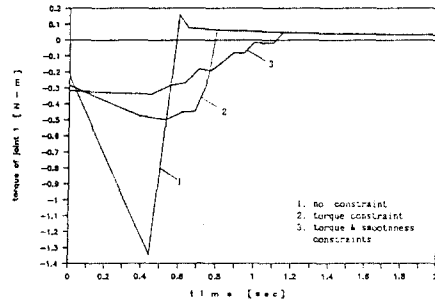


그림 8(a) 1 관절의 토크

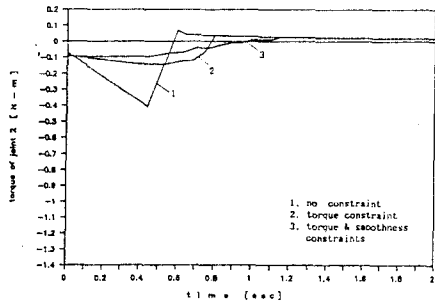


그림 8(b) 2 관절의 토크

그림 8 제한 조건의 부여에 따른 토크의 궤적