'89 韓國自動制御學術會議論文集 1989. 10. 27~28

로보트 매니퓰레이터에 대한 강건한 적응제어기 설계

*안 수 관, *배 준 경, *박 종 국, **박 세 승

* 경희 대학교 , **조선 대학교

Robust adaptive controller design for robot manipulator

* Sou-Kwan Ann ,* Jun-Kyung Bae ,* Chong-Kug Park ,** Sei-Seung Park

* Kyung Hee University , ** Chosun University

ABSTRACT

In this paper a new adaptive control algorithm is derived, with the unknown manipulator and payload parameters being estimated online. In pratice, we may simplify the algorithm by not explicity estimating all unknown parameters.

Futher, the controller must be robust to residual time-varying disturbunce, such as stiction or torque ripple. Also,the reference model is a simple douple integrator and the acceleration input for robot manipulator consists of a proportion and derivative con- troller for trajectory tracking purposes.

The validity of this control is confirmed in simulation where two-link robot manipulator shows the robust performances in spite of the existing nonlinear interaction and unknown parametricchings.

1.서론

매니퓰레이터의 제어에서 목적운동의 정확한 추적을 성취하기위해 효율적인 제어기법을 요구한다. 매니퓰레이터 링크와 부하 매개변수들을 미리예측 할 수 있다면, "computed-torque" 제어방법이 이러한 목적에 사용될 수 있으며, 이론상으로 정확한 추적을 보장한다.[6] 그러나, 매니퓰레이터가 다양한 부하를 다룰때 부하의 관성 매개변수는 제어기에 의해 정확하게 알려지지 않고 동작동안 변하여, computed-torque 제어기의 성능이 실질적으로 감쇠하거나 심지어 불안정 해질 수 있다.[2] 이와 같은 매개변수 감수성은 고속 매니퓰레이터 운동시 심각하다.

따라서 큰 매개변수 불확실성에도 불구하고 안정하며 시종일관된 성능을 제공하는 매니퓰레이터 적응제어에 많은 연구가 있었다. 최근의 연구경향은 완전한 로보트 역학모델을 이용하여 전시스템의 안정도를 보장하는 것이다.

강체 링크를 갖는 로보트 매니퓰레이터에 대하여 대국적으로 안정한제어기가 Craig 에 의해 처음으로 제시되었다.[1] Craig에서 요점은 로보트 역학방정식을 로보트 매니퓰레이터와 부하에 의해 적절히 선택된 미지의 매개변수 집합과 역학함수로 분리한다.

매개변수 적응법칙은 단지 미지의 상수만을 추정한다. 그러나, 실제로 로보트 역학방정식에서 모든 미지의 매개변수를 추정할 필요는 없다. 매개변수는 기지의 매개변수와 추정할 매개변수로 분리할 수 있다. 다시말해, 일부의 매개변수는 매니퓰레이터 역학에서 다른 매개변수보다 중요성이 적은 경우가 있다. 이러한 매개변수는 명확하게 추정하는 것보다 이들 매개변수의 불확실성에 대해 강건하도록 설계한다. 위와같은 대국적인 매개변수 적응제어 법칙에는 속도오차는 점근적으로 0에 수렴하지만 위치오차는 0에 수렴을 하지 않는다.[3~4]

Slotine 은 위치오차와 속도오차를 0이 되게 하고 대국적으로 안정한 제어기를 제안하기 위해 sliding surface 를 이용하였다.

본 논문에서는, 매개변수 적응화를 유도하기 위해 Slotine 의 기본방법을 사용한다. 또한 모델은 간단한 이중적분기로 구성하고, 기준입력은 CT(computed-torque) 방법에 의해 설계하며 로보트 매니퓰레이터의 실제 가속도 입력으로 대치되고 모델의 입력으로 대치한 새로운 적응제어 알고리즘을 제시한다. 제안된 제어기법은 관성과 Coriolis토오크 행렬사이의 Skew-Symmertric 관계

식을 사용하여 제안된 알고리즘이 대국적으로 안정하다는 것을 보이며, 또한 추정된 관성행렬의 역행렬 계산과 조인트 가속도측정을 필요로 하지 않는다.

제안된 매개변수 적응제어기법을 두개의 링크를 갖는 로보트 매니퓰레이터에 적용하여 모의실험하였다.

2. 로보트 매니퓰레이터의 역학 모델

부하 또는 외란이 없을시 n 개 링크를 갖는 강체 매니퓰레이터의 역학은 (1) 식과 같이 표시된다.[5]

$$\tau = H(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})\dot{q}+G(q)+V(\dot{q}) \tag{1}$$

여기서 q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$ 는 $n \times 1$ 조인트의 위치, 속도, 가속도 벡터, $\tau(t)$는 $n \times 1$ 인가 조인트 토오크, $H(q)$ 는 $n x n$ 대칭정정(positive definite) 매니퓰레이터 관성행렬, $C(q,\dot{q})$는 $n \times 1$ 원심력과 Coriolis 토오크 벡터, $G(q)$ 는 $n \times 1$ 중력 토오크 벡터, $V(\dot{q})$는 $n \times 1$ 마찰 토오크 벡터이다. 식(1) 은 부하와 외란이 없는 경우의 매니퓰레이터 역학을 나타낸다.

매니퓰레이터의 고정된 작업관련 기준좌표계에서 $n \times 1$ 벡터 X 가 end-effector 위치와 방향을 표시한다고 하면 end-effector 직교위치, 속도, 가속도벡터는 조인트변수들에 의해 다음과 같은 관계가 있다.

$$X(t) = \Gamma(q) \tag{2}$$

$$\dot{X}(t) = J(q)\dot{q}(t) \tag{3}$$

$$\ddot{X}(t) = \dot{J}(q,\dot{q})\dot{q} + J(q)\ddot{q}(t) \tag{4}$$

여기서, $\Gamma(q)$ 는 $n \times 1$ 순방향 운동을 나타내는 벡터, $J(q)=[\,\partial\Gamma(q)/\partial q\,]$는 $n \times n$ 매니퓰레이터 Jacobian행렬이다.

매니퓰레이터 역학에서 부하영향을 고려하기 위해, 매니퓰레이터 end-effector가 점질량 m 으로 표시되는 부하를 단단하게 잡고 있다고 가정한다. 부하가 중력장에서 가속도 $\ddot{X}(t)$ 로 이동하기 위해서는, 식(5) 와 같은 nx1 힘벡터 $f(t)$ 가 end-effector에 인가되어야 한다.

$$f(t) = m[\ddot{X}(t) + g] \tag{5}$$

여기서 g 는 중력가속도 벡터이다.

end-effector 힘벡터 $f(t)$ 는 부가조인트 토오크를 요구한다.

$$\tau_{f}(t) = J'(q)f(t) \tag{6}$$

여기서 ' 은 전치를 의미한다. 따라서, 전체 조인트 토오크 벡터는 다음과 같다.

$$\tau(t) = J'(q)f(t)+H(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})\dot{q}+G(q)+V(\dot{q}) \tag{7}$$

식(4), (5)에서 $f(t)$를 식 (7)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\tau(t) = m\,L(q,\dot{q},\ddot{q})+H(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})\dot{q}+G(q)+V(\dot{q}) \tag{8}$$

여기서 $L(q,\dot{q},\ddot{q})=J'(q)[J(q)\ddot{q}+\dot{J}(q,\dot{q})\dot{q} + g]$.

식(7) 은 매니퓰레이터 역학에서 부하질량 m의 영향을 보여준다. 식 (7)에 식(3),(4) 를 대치하면 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\tau(t)= H^*(q)\ddot{q}+C^*(q,\dot{q})\dot{q}+G^*(q)+V(\dot{q}) \tag{9}$$

여기서, $H^*(q) = H(q)+m\,J'(q)J(q)$,

$C^*(q,\dot{q}) = C(q,\dot{q})+m\,J'(q)\dot{J}(q,\dot{q})$,

$G^*(q) = G(q)+m\,J'(q)g$.

이러한 역학 구조에 대하여 제어기시스템 설계를 용이하게 하는데 이용할 수 있는 몇가지 간소화 특성이 알려져 있는데 다음과 같다.

1) 관성행렬 $H^*(q)$는 대칭이고 정정하며 $q \in R^{m \times n}$의 함수로서 균일하게 한계된다.

2) 각 자유도에 대하여 독립적인 제어입력이 있다.

3) 링크질량, 관성모멘트와 같은 모든 상수매개변수는 일반화좌표계의 기지의 함수 계수로 표현된다. 다시말하면, 적절하게 선택된 로보트와 부하 매개변수 집합들에 의해서 역학구조가 선형적으로 표현할 수 있다.[1]

$$H^*(q)\ddot{q} + C^*(q,\dot{q})\dot{q}+ G^*(q) + V(\dot{q}) = \tau(t) = Y^*(q,\dot{q},\ddot{q})\theta \tag{10}$$

여기서 $Y^*=Y^*(q,\dot{q},\ddot{q})$는 $n \times m$ 기지의 함수들로 구성된 행렬, θ 는 $m \times 1$ 미지의 매개변수 벡터이다.

4) 행렬$N(q,\dot{q}) = \dot{H}^*(q,\dot{q})-2C^*(q,\dot{q})$ 로 정의한다. 그러면 $N(q,\dot{q})$는 skew symmetric이다.

3. 적응제어기 설계

제어기 설계문제는 원하는 궤적 $q_d(t)$ 가 주어지고, 일부 또는 모든 매니퓰레이터 매개변수가 미지일때, 매니퓰레이터 출력 $q(t)$ 가 초기 적응 과정후 목적궤적을 추적하도록 미지의 매개변수에 대한 추정법칙과 구동기 토오크에 대한 제어법칙을 유도하는 것이다.

미지의 매개변수 집합에서 로보트 매개변수는 기지의 매개변수와 추정할 매개변수로 분리할 수 있다. 다시말해, 일부의 매개변수는 매니퓰레이터 역학에서 다른 매개변수보다 중요성이 적은 경우가 있다. 이러한 매개변수는 on- line으로 명확하게 추정하는 것보다 이를 매개변수의 불확실성에 대해 강건하도록 제어기를 설계한다. 이와같은 이유로 미지의 매개변수 θ 를 두부분으로 분류한다. 즉, θe는 on- line으로 추정해야할 매개변수를, θr는 on-line 추정이 필요치 않는 매개변수 집합으로 분류한다.

3.1 대국적 안정화 적응 제어기

제어법칙과 적응법칙을 유도하기 위해서 다음과 같은 Lyapunov함수를 선택한다.

$$V(t) = \frac{1}{2}(\dot{\tilde{q}}^T H^*(q)\dot{\tilde{q}} + \tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta} + \tilde{q}^T K_p \tilde{q}) \quad (11)$$

여기서 θ 는 미지의 매니퓰레이터와 부하 매개변수를 포함하는 n x 1 벡터, Γ 는 n x n 대칭 정정상수 행렬로 보통 대각행렬, $\tilde{\theta}(t)=\hat{\theta}(t)-\theta$ 는 n x 1 매개변수 추정오차 벡터이고, $\hat{\theta}$ 는 θ 의 추정치, $\tilde{q} = q - q_d$ 는 n x 1 상태 추적오차이다.
$\dot{V}(t)$를 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= \dot{\tilde{q}}^T H^*(q)\ddot{\tilde{q}} + \frac{1}{2}\dot{\tilde{q}}^T \dot{H}^*(\dot{q})\dot{\tilde{q}} + \dot{\tilde{\theta}}^T \Gamma \tilde{\theta} + \dot{\tilde{q}}^T K_p \tilde{q} \\ &= \dot{\tilde{q}}^T(\tau(t) - C^*(q,\dot{q})\dot{q} - G^*(q) - H^*(q)\ddot{q}_d - V(\dot{q})] \\ &\quad + \dot{\tilde{q}}^T[\frac{1}{2}(\dot{H}^*(\dot{q}) - 2C^*(q,\dot{q})) + C^*(q,\dot{q})]\dot{\tilde{q}} + \tilde{\theta}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}} + \dot{\tilde{q}}^T K_p \tilde{q} \\ &= \dot{\tilde{q}}^T[\tau(t) - H^*(q)\ddot{q}_d - C^*(q,\dot{q})\dot{q}_d - G^*(q) - V(\dot{q}) + K_p \tilde{q}] \\ &\quad + \hat{\theta}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}\end{aligned} \quad (12)$$

제어법칙을 아래와 같이 선택하여

$$\tau(t) = \hat{H}^*(q)\ddot{q}_d + \hat{C}^*(q,\dot{q})\dot{q}_d + \hat{G}^*(q) + \hat{V}(\dot{q}) - K_D\dot{\tilde{q}} - K_p\tilde{q} \quad (13)$$

위의 $\dot{V}(t)$에 대입하여 정리하면 $\dot{V}(t)$는 다음과 같다.

$$\dot{V}(t) = \dot{\tilde{q}}^T[\tilde{H}^*(q)\ddot{q}_d + \tilde{C}^*(q,\dot{q})\dot{q}_d + \tilde{G}^*(q) + \tilde{V}(\dot{q}) - K_D\dot{\tilde{q}}] + \tilde{\theta}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}} \quad (14)$$

여기서, $\tilde{H}^*(q)=\hat{H}^*(q)-H^*(q)$, $\tilde{C}^*(q,\dot{q})=\hat{C}^*(q,\dot{q})-C^*(q,\dot{q})$
$\tilde{G}^*(q)=\hat{G}^*(q)-G^*(q)$, $\tilde{V}(\dot{q})=\hat{V}(\dot{q})-V(\dot{q})$ 이며,
KD 는 positive definite 상수 또는, 시변행렬이다.

식(13)과 같은 선택은 기지의 매니퓰레이터 매개변수와 관련된 항들을 제거하여, 단지 미지의 매개변수들만 θ 내에 존재시켜 추정하기 위해서이다. 또한 행렬 $\tilde{H}^*(q)$, $\tilde{C}^*(q,\dot{q})$와 벡터 $\tilde{G}^*(q)$ $\tilde{V}(\dot{q})$는 매니퓰레이터 매개변수에 의해서 선형이기 때문에 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tilde{H}^*(q)\ddot{q}_d + \tilde{C}^*(q,\dot{q})\dot{q}_d + \tilde{G}^*(q) + \tilde{V}(\dot{q}) = Y\tilde{\theta} \quad (15)$$

여기서, $Y = Y(q,\dot{q},\dot{q}_d,\ddot{q}_d)$는 n x n 행렬이다.
따라서 $\dot{V}(t)$는 아래와 같이 유도된다.

$$\dot{V}(t) = -\dot{\tilde{q}}K_D\dot{\tilde{q}} + \tilde{\theta}^T[\Gamma\dot{\tilde{\theta}} + Y^T\dot{\tilde{q}}]$$

Lyapunov안정도 이론에서 전체시스템의 안정도를 보장하는 필요충분 조건은 $\dot{V}(t) < 0$ 야 하므로 적응법칙을 다음과 같이 선택한다.

$$\begin{aligned}\Gamma\dot{\tilde{\theta}} + Y^T\dot{\tilde{q}} &= 0 \\ \dot{\hat{\theta}} &= -\Gamma^{-1}Y^T(q,\dot{q},\dot{q}_d,\ddot{q}_d)\dot{\tilde{q}}\end{aligned} \quad (16)$$

미지의 매개변수 θ 는 상수이기 때문에 $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 에서 $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$ 로 대치된다. 결과적인 $\dot{V}(t)$의 표현식은 다음과 같다.

$$\dot{V}(t) = -\dot{\tilde{q}}^T K_D\dot{\tilde{q}} = 0 \quad (17)$$

제어법칙 (13) 과 적응법칙 (16) 은 대국적으로 안정한 적응제어기를 유도한다. 식(17)은 정상상태 조인트 속도오차는 0 이 된다는 것을 의미하지만, 정상상태 위치오차 또한 0이 된다는 것을 반드시 보장하지 못한다.

3.2 위치오차 재거를 위한 제어기 설계

정상상태에서 잠재적으로 잔존하는 바람직하지 못한 위치오차는 아래와 같은 Sliding Surface를 도입하여 위치오차를 Sliding Surface 위에 제한한다면 재거할 수 있고, 이러한 Sliding 제어항은 정상상태에서 제어입력에 합체하였다.
또한, 매니퓰레이터 가속도 입력은 CT(computed-torque) 방법에 의해 가속도 입력으로 대치한다.
기준모델은 간단한 이중적분기로 다음과 같이 구성한다.

$$\frac{d}{dt}q_m = \dot{q}_m \quad , \quad \frac{d}{dt}\dot{q}_m = u \quad (18)$$

여기서, q_m, $\dot{q}_m$ 는 기준모델의 위치와 속도벡터 u 는 가속도 입력벡터이다.
비례. 미분(PD)기로 구성되는 외부루우프는 궤적추적을 위해 사용되며 다음과 같이 구성된다

$$u(t) = \ddot{q}_d(t) + F_p[\dot{q}_d(t) - \dot{q}(t)] + F_v[q_d(t) - q(t)] \quad (19)$$

식(19)에서 $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$는 각각 n x 1 목적궤적의 위치, 속도및 가속도벡터, 이득행렬 F_v, F_p 는 아래와 같은 특성방정식의 근이 복소수 좌반평면 내에 놓이도록 선택한다.

$$P^2 I + F_v P + F_p = 0 \quad (20)$$

여기서, $P = d/dt$ 인 미분 연산자 이다.
로보트 매니퓰레이터와 모델사이의 상태오차 방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}e &= q - q_m \quad , \quad \dot{e} = \dot{q} - \dot{q}_m \\ \ddot{e} &= \ddot{q} - \ddot{q}_m \\ \ddot{e} &= D(q)^{-1}(\tau(t) - C^*(q,\dot{q})\dot{q} - G^*(q) - V(\dot{q})) - u\end{aligned} \quad (21)$$

적응법칙을 유도하기 위하여 Lyapunov 함수를 다음과 같이 선택하였다.

$$V(t) = \frac{1}{2}(S^T H^*(q) S + \tilde{\theta}_{eo}^T \Gamma \tilde{\theta}_{eo})$$

여기서, s 는 아래와 같이 정의된 슬라이딩표면 (sliding surface) 이다.

$$s = \dot{e} + \Lambda e \quad (22)$$

여기서, Λ 는 슬라이딩벡터 이득값이고, 오차궤적이 슬라이딩표면에 놓이게 함으로소 위치오차와 속모오차는 점근적으로 0 에 수렴한다.
이러한 슬라이딩벡터와 미지의 매개변수집합이 안정하려면 $\dot{V}(t) < 0$ 이어야 한다.
Lyapunov V(t) 의 미분값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= \frac{1}{2}(\dot{S}^T H^*(q)S + S^T\dot{H}^*(q,\dot{q})S + S^T H^*(q)\dot{S}) + \dot{\tilde{\theta}}_{eo}^T \Gamma \tilde{\theta}_{eo} \\ &= S^T H^*(q)\dot{S} + S^T(\frac{1}{2}(\dot{H}^*(q,\dot{q}) - 2C^*(q,\dot{q})) + C(q,\dot{q}))S \\ &\quad + \tilde{\theta}_{eo}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_{eo}\end{aligned} \quad (23)$$

윗식에서 $\frac{1}{2}S(\dot{H}^*(q,\dot{q}) - 2C^*(q,\dot{q}))$항을 삭제하기위하여 Skew-Symmetric의특성을 사용한다. 그러면

$\dot{V}(t)$는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{V}(t) = S^T(H^*(q)\ddot{q} - H^*(q)\ddot{q}_m + H^*(q)\Lambda e + C^*(q,\dot{q})\Lambda e + C^*(q,\dot{q})\dot{q} - C^*(q,q)\dot{q}_m) + \tilde{\theta}_{eo}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_{eo} \quad (24)$$

식(24)에서 $\ddot{q}_m$은 식(12)의 기준입력 u로 대치되고 행렬 $H^*(q)\Lambda$ 는 행렬 Kp 로 $C^*(q,\dot{q})\Lambda$ 는 Kv로 대치하면 $\dot{V}(t)$는 다음과 같이 된다.

$$\dot{V}(t) = S^T(\tau - H^*(q)u - C^*(q,\dot{q})\dot{q}_m - G^*(q) - V(\dot{q}) + K_p e + K_v\dot{e}) + \tilde{\theta}_{eo}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_{eo} \quad (25)$$

식(25)에서 제어법칙 τ 는 Sliding 입력 토크를 부가하여 다음과 같이 설계한다.

$$\tau = \hat{H}^*(q)u + \hat{C}^*(q,\dot{q})\dot{q}_m + \hat{G}^*(q) + \hat{V}(\dot{q}) - K_p e - K_v\dot{e} - K_D S - K\mathrm{sgn}(S) \quad (26)$$

여기서, $K\mathrm{sgn}(S)$ 는 $k_i\mathrm{sgn}(s_i)$ 성분으로 구성된 $n \times 1$ 백터이다.

제어입력 τ 를 윗식에 대입하면 $\dot{V}(t)$는 아래와 같이 유도된다.

$$\dot{V}(t) = S^T(\tilde{H}^*(q)u + \tilde{C}^*(q,\dot{q})\dot{q}_m + \tilde{G}^*(q) + \tilde{V}(\dot{q}) - K_D S - K\mathrm{sgn}(s)) + \tilde{\theta}_{eo}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_{eo} \quad (27)$$

여기서 미지의 매개변수오차에 의해 update되는 부분을 다음과 같이 선형화 시킨다.

$$\tilde{H}^*(q)u + \tilde{C}^*(q,\dot{q})\dot{q}_m + \tilde{G}^*(q) + \tilde{V}(\dot{q}) = Y\tilde{\theta} \quad (28)$$

여기서,

$$\tilde{H}^*(q) = \hat{H}^*(q) - H^*(q),\ \tilde{C}^*(q,q) = \hat{C}^*(q,q) - C^*(q,q)$$

$$\tilde{G}^*(q) = \hat{G}^*(q) - G^*(q),\ \tilde{V}(\dot{q}) = \hat{V}(\dot{q}) - v(\dot{q})$$

로 정의하고, 미지의 매개변수 오차백터 $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 는 $m \times 1$ 백터이고, $Y = Y(q,\dot{q},\dot{q}_m,u)$ 는 매니퓰레이터와 부하매개변수를 포함한 $n \times m$ 행렬이다. 식(28)을 식(27)에 대입하면 $\dot{V}(t)$는 다음과 같다.

$$V(t) = S^T(Y\tilde{\theta} - K_D S - K\mathrm{sgn}(s)) + \tilde{\theta}_{eo}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_{eo} \quad (29)$$

미지의 매개변수 오차백터 θ 는 정확한 추정이 필요한 부분과 정확한 추정이 필요치 않는 부분으로 다음과 같이 θ_e와 θ_r로 분리한다.

$$\theta = [\ \theta_e \quad \theta_r\ ],\ \theta_e = \{\ \theta_i\ \},\ \theta_r = \{\ \theta_j\ \}$$

$$i = 1,2,---,\alpha,\ j = \alpha+1, \alpha+2, ---, m$$

따라서, Y 도 두 부분으로 분류된다.

$$Y = [\ Y_e \quad Y_r\ ]$$

위식을 식(29)에 대입하면 V(t)는 다음과 같이 표현된다.

$$V(t) = S(Y_r\theta_r + Y_e\theta_e - K_D S - K\mathrm{sgn}(s)) + \tilde{\theta}_{eo}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_{eo} \quad (30)$$

알고리즘의 단순화는 다음과 같은 비례항을 부과하여 매개변수 Update를 쉽게 이룰 수 있다

$$\hat{\theta}_e = \hat{\theta}_{eo} - \Gamma_1 Y_e^T S,\ \tilde{\theta}_{eo} = \hat{\theta}_{eo} - \hat{\theta}_e,\ \tilde{\theta}_e = \hat{\theta}_e - \theta_e \quad (31)$$

여기서, Γ_1 는 양수 행렬이다.

위에서 식(31)를 식(30)에 대입하면 V(t)는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{V}(t) = S^T(Y_r\tilde{\theta}_r + Y_e(\tilde{\theta}_{eo} - \Gamma_1 Y_e^T S) - K_D S - K\mathrm{sgn}(s)) + \tilde{\theta}_{eo}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_{eo}$$
$$= -S^T(Y_e\Gamma_1 Y_e^T + K_D)S + S^T(Y_r\tilde{\theta}_r - K\mathrm{sgn}(s)) + \tilde{\theta}_{eo}^T(Y_e^T S + \Gamma_1\dot{\tilde{\theta}}_{eo}) \quad (32)$$

여기서 $\dot{V}(t)$는 Lyapunov 안정도 해석에 의해 0 보다 작거나 하므로 적응법칙을 다음과 같이 선택한다.

$$\dot{\tilde{\theta}}_{eo} = -\Gamma_1^{-1} Y_e^T S \quad (33)$$

그리고 $Y_r\theta_r - K\mathrm{sgn}(s)$는 다음과 같이 선택한다.

$$Y_r\theta_r - K\mathrm{sgn}(s) = \{\sum_{j=\alpha+1}^{m} Y_{ij}\theta_j + d_i(t) - k_i\mathrm{sgn}(s_i)\}, \quad i = 1,2,\cdots,\alpha \quad (34)$$

매니퓰레이터 조인트에 작용하는 외란 토오크 $d_i(t)$ 뿐 아니라, 불확실한 미지의 매개변수 θ_r은 다음과 같은 경계치를 갖는다고 가정한다.

$$|\theta_j| < A_j,\ |d_i(t)| < D_i(t)$$

$$i = 1,2,--,\alpha,\ j = \alpha+1, \alpha+2, ---, m$$

윗식에서 k_i는 다음과 같이 선택한다.

$$k_i = \sum_{j=\alpha+1}^{m} |Y_{ij}|A_j + D(t) + \eta$$

여기서 η 는 작은 양수값이다.

백터 $Y_e\Gamma_1 Y_e + K_D$ 를 행렬 F로 선택하면, 결과적으로 $\dot{V}(t)$는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{V}(t) = -S^T F S - \eta|S| < 0 \quad (35)$$

그림 1은 적응제어기 블럭선도이다.

4.모의 실험

매개변수 적응제어기법을 이용한 MRAS 제어기법을 그림 2와 같은 두개의 조인트를 갖는 로보트 매니퓰레이터에 적용하여 모의실험 하였다.

두개의 링크를 갖는 로보트매니퓰레이터의 관성행렬과 코리올리스항, 중력항은다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} H^*_{11} & H^*_{12} \\ H^*_{21} & H^*_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^*_{11} & C^*_{12} \\ C^*_{21} & C^*_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G^*_1 \\ G^*_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

여기서,

$H^*_{11} = (m_1+m_2)r_1^2 + m_2 r_2^2 + 2m_2 r_1 r_2\cos(q_2) + m\,(r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2\cos(q_2) + 1)$,

$H^*_{12} = m_2 r_2^2 + m_2 r_1 r_2\cos(q_2) + m\,(r_2^2 + r_1 r_2\cos(q_2))$,

$H^*_{21} = H^*_{12}$,

$H^*_{21} = m_2 r_2^2 + m\,r_2^2$,

$C^*_{11} = -2m_2 r_1 r_2\sin(q_2)\dot{q}_1 + m\,r_1 r_2\sin(q_2)\dot{q}_2$

$C^*_{12} = -m_2 r_1 r_2\sin(q_2)\dot{q}_2 + m\,r_1 r_2\sin(q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)$

$C^*_{21} = -m_2 r_1 r_2\sin(q_2)\dot{q}_1 - m\,r_1 r_2\sin(q_2)\dot{q}_1$,

$C^*_{22} = 0$,

$G^*_1 = (-m_1 r_1\cos(q_1) + m_2(r_2\cos(q_1+q_2)) + m\,(r_1\cos(q_1) + r_2\cos(q_1+q_2))g$

$G^*_2 = r_2\cos(q_1+q_2)(m_2 + m\,)g$

$H_1 = V_1\dot{q}_1 + V_2\mathrm{sgn}(\dot{q}_1)$, $H_2 = V_3\dot{q}_2 + V_4\mathrm{sgn}(\dot{q}_2)$

매니퓰레이터 역학방정식에서,

$m_1 = 15.91$Kg, $m_2 = 11.36$Kg, $r_1 = 0.432$m, $r_2 = 0.432$m

$g = 9.8$ N m/sec , $V_1 = V_3 = 1.0$Nt m/rad s ,

$V_2 = V_4 = 0.5$Nt m 으로 선택하였다.

미지의 매개변수집합에서 추정을 요하는 매개변수집합 Θe = [m1,m2,m]와 추정이필요치 않는 매개변수집합 Θr = [V1,V2,V3,V4]로 선택하였다. 로보트 매니퓰레이터 선형화에서 역학방정식에서 미지의 매개변수를 분리한 행렬 Ye 와 Yr은 다음과 같다.

$$Ye11 = r1^2 u1 + r1\cos(q1)g$$

$$Ye12 = (r1^2+2r1r2\cos(q2)+r1^2)u1+(r1r2\cos(q2)+r2^2)u2$$
$$-2r1r2\sin(q2)\dot{q}2\dot{q}m1-r1r2\sin(q2)\dot{q}2\dot{q}m2$$
$$+ (r2\cos(q1+q2)+r1\cos(q1))g$$

$$Ye13 =(r1^2+r2^2+2r1r2\cos(q2)+1)u1+(r2^2+r1r2\cos(q2))u_2$$
$$+r1r2\sin(q2)\dot{q}2\dot{q}m1+r1r2\sin(q2)(\dot{q}1+\dot{q}2)\dot{q}m2$$
$$+(r1\cos(q1)+r2\cos(q2))g$$

$$Ye21 = 0$$

$$Ye22 = (r1r2\cos(q2)+r2^2)u1+r2^2u2-r1r2\sin(q2)\dot{q}1\dot{q}m1$$
$$+r2\cos(q1+q2)g$$

$$Ye23 = (r2^2+r1r2\cos(q2))u1+r2^2u2-r1r2\sin(q2)\dot{q}1\dot{q}m1$$
$$+r2\cos(q1+q2)g$$

$Yr11 = \dot{q}1$, $Yr12 = sgn(\dot{q}1)$, $Yr12=0$, $Yr14 = 0$,
$Yr21 = 0$, $Yr22 = 0$, $Yr23 = \dot{q}2$, $Yr24 = sgn(\dot{q}2)$

는 슬라이딩 매개변수로 5I , Γ 는 0.05I, Γ_1 는 0.001I 로 선택하였고,
행렬 Fp,Fv 는 400I,40I로 선택하였다. 그리고 외란의 경계치는 5,5로 한정하였다.
초기위치(45°,-90°) 에서 최종위치 (135°, 90°) 까지 이동하는 궤적을 5 차다항식으로 설계하였으며, 초기위치오차는 (0°, 0°) ,초기속도 오차는 0 으로 선택하였다.

$$qd1 = 16.875t^5 - 84.375t^4+112.5t^3 + 45$$
$$qd2 = 33.75t^5 - 168.75t^4 +225t^3 - 90$$

그림 3은 로보트 매니퓰레이터와 목적궤적 사이의 위치오차이고, 그림 4는 추정매개변수의 수렴성을 보여주고, 그림 5는 로보트 매니퓰레이터에 공급되는 입력 토오크 이다. Slotine 이 제안한 알고리즘의 결과로 그림 6은 로보트 매니퓰레이터와 목적궤적 사이의 위치오차이고, 그림 7은 추정매개변수의 수렴성을 보여주고, 그림 8은 로보트 매니퓰레이터에 공급되는 입력 토오크 이다.
모의실험에서, 위치오차는 초기 과도응답 후 점근적으로 0에 수렴함을 알 수 있었다.
또한 Slotine 과 비교하여 개선됨을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 비선형으로 구성된 로보트 역학방정식을 구조적인 단순화를 위해 미지의 매개변수와 로보트 매니퓰레이터의 함수로 분리하여 선형화 시켰다. 또한, 기준모델은 간단한 이중적분기로 구성하였고, 매니퓰레이터에 대한 가속도입력을 CT(Computed-Torque) 방법에 의해 발생 하였으며 기준모델의 입력으로 사용하였다.
매개변수 적응법칙은 Slotine의 기본방법을 사용하여 새로운 매개변수 적응법칙을 유도하였다
정상상태에서 존재하는 위치오차를 제거하기 위해 슬라이딩벡터를 도입 위치오차를 슬라이딩표면에 한정시켜 정상상태에서 잔존하는 위치오차를 제거하게 하였다.
모의실험 결과 위치오차를 슬라이딩표면에 한정시켜 t ->00일때 Slotine 보다 위치오차의 감소와 0으로의 수렴성이 향상됨을 알 수 있었다

참고 문헌

[1] J.J,Craig,P.,Hsu,and S.,Sastry,"Adaptive Control of Mechanical Manipulator,"IEEE Int. Conf.Robotics and Automation.1986

[2] T.C.,Hsia,"Adaptive Control of Robot Manipulators-A Review,"IEEE Int.Conf.Robotics and Automation.1986

[3] J.J.,Slotine,and W.,Li,"Adaptive Manipulator Control : A Case Study,"IEEE Int.Conf Robotics and Automation.1984

[4] J.J.,Slotine,and W.,Li,"Adaptive Strategies in Constrainted Manipulator,"IEEE Int.Conf Robotics and Automation.1987

[5] H.Seraji,"A New Approach to Adaptive Control of Manipulator,"Joural of Dynamic System, Measuremen,and Control.1987

[6] C.H.An and C.G.Atkeson and J.M.Hollerbach, "Expermental Determination of the effect of Feedforward Control on Trajectory Tracking Error,"IEEE Int.Conf Robotics and Automation .1986

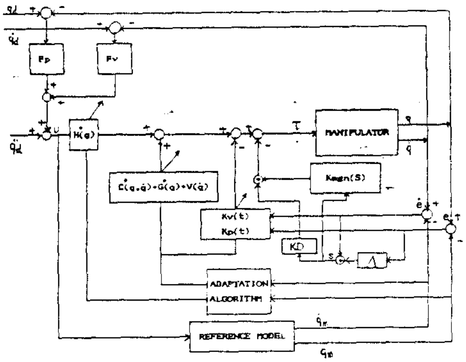

그림 1. 제어기 블럭 선도

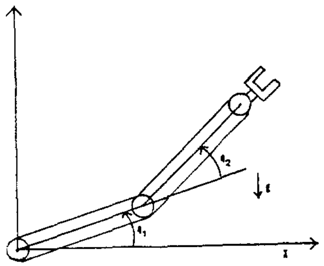

그림 2. 로보트 매니퓰레이터 모델

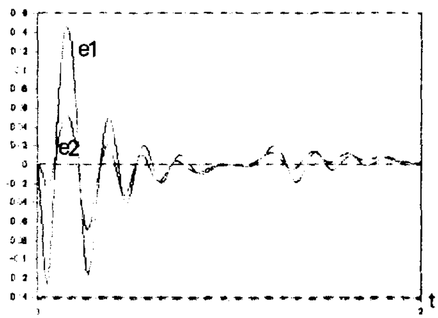

그림 3. 위치 오차 : " Proposed "

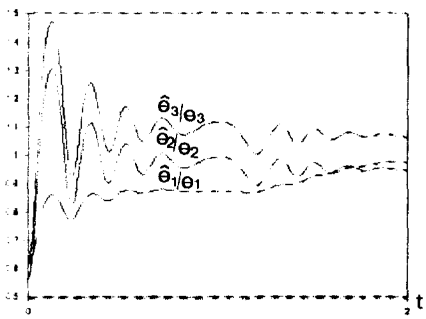

그림 4. 매개변수 추정 수렴성 : "Proposed"

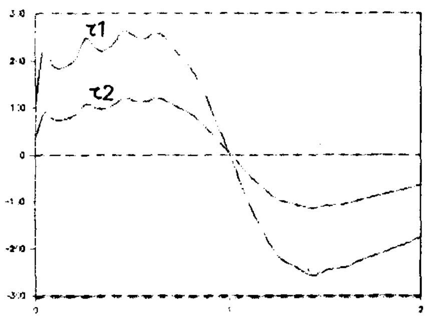

그림 5. 입력 토오크 : "Proposed"

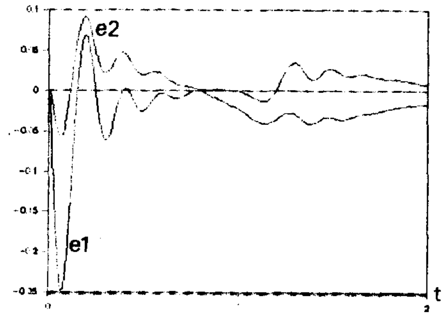

그림 6. 위치 오차 : Slotine

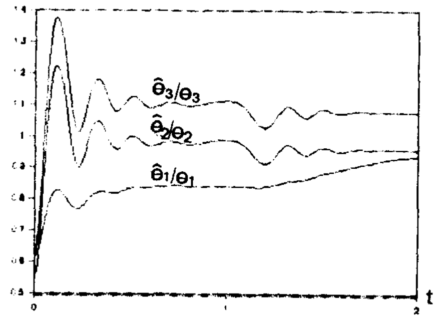

그림 7. 매개변수 추정 수렴성 : Slotine

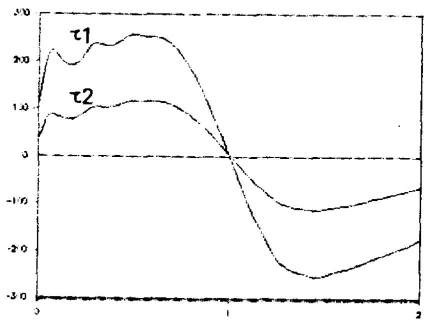

그림 8. 입력 토오크 : Slotine