

로봇 매니퓰레이터에 대한 다중비 비선형 제어기
(MULTIRATE NONLINEAR CONTROL FOR ROBOT MANIPULATOR)

*권태광 안덕환 박종우 **이상효
T.K. Kwon D.H. Ahn J.W. Park S.H. Lee

*광운대학교 전자공학과
**광운대학교 제어계측공학과

This paper is proposed of multirate nonlinear controller for robot manipulator. The proposed controller is obtained by structure changes of feedback controller with C.T.M and for time differences commanded in calculating each term of controller, multirate sampling is used. And more robust controller is proposed by considering one-step ahead predictive action. In order to evaluate proposed controller, computer simulation is performed for a 3 D.O.F robot manipulator with varying load.

1 서론

로봇 매니퓰레이터의 동특성은 각 관절간이 원심력, 마찰력, 코리올리력등으로 상호 결합되어 있는 비선형 방정식으로 정확한 모델 표현이 어렵고, 속도가 커지면 이 값들도 커지게 된다.

매니퓰레이터 제어는 매니퓰레이터가 원하는 궤적을 추종하기 위해 요구되는 원하는 힘이나, 토크를 계산해야 한다. 이 계산들은 매니퓰레이터의 동역학 방정식과 실제 동작에 대한 궤한 정보로 행해진다.

로봇 매니퓰레이터의 제어 방식은 크게 비선형 제어와 선형 제어 방식으로 나눌 수 있다. 이 중 비선형 제어 방식에는 "Resolved Motion Rate Control"[1], "Inverse Problem Technique"[2], "Computed Torque Technique"[3], "Resolved Motion Acceleration Control"[4] 와 같은 방식이 있으며, 비선형 모델을 일반화된 힘을 계산하기 위해 이 방식들에 사용하며, 선형 제어 방식은 로봇 모델의 선형화를 통하여 제어기를 구성한다.

특히, 본 논문에서 제시한 Computed Torque 제어 방식은 측정된 위치, 속도, 가속도에 기초를 둔 로봇 매니퓰레이터의 동특성 방정식으로 부터 직접 각 관절의 토크를 계산하기 위해 역 동력학

개념을 이용하는 것으로 정확한 매니퓰레이터의 동특성 모델을 이용하여 비선형성과 전체 구조의 결합(coupling)항을 고려한다. 그러나 이 방식에는 정확한 매니퓰레이터의 동특성 모델이 필요하며, 수행 주기에서 부하와 계통 매개변수의 변화가 고려되지 않으며, 제어하는 계통의 매니퓰레이터의 정확도와 속도를 제한한다는 단점이 있다.

본 논문에서는 C.T.M 제어기의 위치와 속도에 대한 선형 궤한 구조의 변화를 통하여 새로운 제어식을 제안하여 오차 수렴도를 보장하도록 하였다. 제어기의 계산 시간과 궤한 시간 비율 이용하여 Multirate Sampling을 사용하고, One-step Ahead Predictive 를 고려 함으로서 계통 변수가 적은 범위내에서 변화될 때 강건한 제어기를 얻고자 한다.

수정된 제어기의 효과를 보기 위해서 자유도가 3 이고, 부하 변동이 있는 매니퓰레이터에 대해서 시뮬레이션한다.

2. 본론

2.1 일반적인 Computed Torque 방식

이 방법은 원하는 관절의 궤적을 추종하기 위해 필요한 입력 토크를 로봇 매니퓰레이터의 역 동력학 모델로부터 직접 계산하는 방법이다.

이러한 역 동력학 모델의 계산은 관절의 원하는 위치, 속도, 가속도를 완전히 알아야 구할 수 있다.

일반적인 매니퓰레이터의 동특성 모델은 다음과 같다.

$$\tau = J(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) \quad (1.1)$$

여기서, $J(q)$ 는 $n \times n$ 관성 행렬이고, $C(q, \dot{q})$ 는 코리올리력과 원심력 항을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이며, $G(q)$ 는 중력항을 나타내는 $n \times 1$ 벡터, τ 는 입력의 일반화된 힘을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이다. C.T.M 제어는 규정된 속도, 위치와 궤환된 속도, 위치의 오차에 대한 선형 결합과 원하는 가속도를 더하여 역 동력학 모델 대한 입력인 가속도를 산출하는 것이다.

즉,

$$\ddot{q} = \ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q) \quad (1.2)$$

여기서, K_v 와 K_p 는 각각 속도와 위치 궤환 이득에 대한 $n \times n$ 대각선 행렬이다.

$J_c(q)$, $C_c(q, \dot{q})$, $G_c(q)$ 를 $J(q)$, $C(q, \dot{q})$, $G(q)$ 의 계산 모델이라 하면 원하는 입력 토오르는 다음과 같다.

$$\tau = J_c(q)\ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q) + C_c(q, \dot{q}) + G_c(q) \quad (1.3)$$

C.T.M의 블록 선도가 그림 1에서 보여진다.

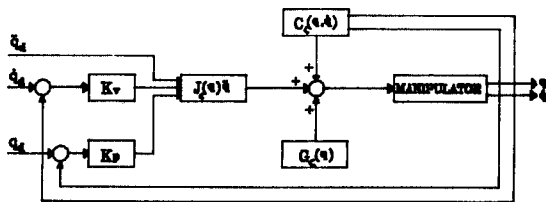


그림 1. C.T.M의 블록 선도

식(1.3)이 다음과 같은 정확한 모델을 갖는다면 매니퓰레이터의 각 링크가 비결합(decouple)이 되어 궤적 오차는 0이 된다.

$$\begin{aligned} J_c(q) &= J(q) \\ C_c(q, \dot{q}) &= C(q, \dot{q}) \\ G_c(q) &= G(q) \end{aligned} \quad (1.4)$$

다시말해서, 식(1.4)가 만족한다는 가정하에 식(1.1)와 식(1.3)을 같게 놓으면 식(1.5)가 나온다.

$$J(q)[\ddot{q}_d - \ddot{q} + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q)] = 0 \quad (1.5)$$

관절 위치 오차를 $e = q_d - q$ 라 하면 $J(q)$ 가 비정칙이므로 식(1.5)에서 다음과 같은 오차 방정식이 생긴다.

$$\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e = 0 \quad (1.6)$$

C.T.M 제어기는 궤환한 관절의 위치와 속도 데이터를 사용함으로써 on-line으로 동특성 방정식을 계산할 수 있다.

2.2 C.T.M 비선형 제어를 이용한 다중비선형 제어기

매니퓰레이터의 동특성 방정식과 다음과같은 C.T.M 비선형 제어를 고려하자.

$$\begin{aligned} \text{요구되는 가속도 :} \\ \ddot{q} = \ddot{q}_d + K_1(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_2(q_d - q) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \text{토오크 계산 :} \\ \tau = J(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \text{오차 :} \\ e(t) = q_d(t) - q(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \text{오차 방정식 :} \\ \ddot{e} + K_1\dot{e} + K_2e = w(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \text{외란 벡터 :} \\ w(t) = J_c(q)^{-1}[J(q) - J_c(q)]\ddot{q} + [C(q, \dot{q}) - C_c(q, \dot{q})] \\ - [G(q) - G_c(q)] \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서, $K_1 = K_v$, $K_2 = K_p$ 이며 $W(t)$ 는 동복성 오차 구동 벡터이다. 여기서, 만일 앞절의 식(1.4)이 만족하지 않으면 식(2.4), (2.5)와 같은 복잡한 비선형 계통이 생긴다. 정확한 모델을 가졌다하더라도 컴퓨터 제어 계통은 불안정한 모델링 뿐만아니라 0이 아닌 제어기 계산 시간과 0이 아닌 샘플링 주기를 가지므로 좀 더 세부적인 조사를 위해 식 (2.4)와 (2.5)를 갈게 놓고 재배열 한다.

$$J_c(q)(\ddot{e} + K_1\dot{e} + K_2e) = [J(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q)] - [J_c(q)\ddot{q} + C_c(q, \dot{q}) + G_c(q)] \quad (2.6)$$

식 (2.6)의 오른쪽은 모델의 오차 토크를 나타내며 왼쪽은 토크를 수정하는 요구되는 제어기인데 이 제어기는 궤한 루프 $J_c(q)$, K_1 , K_2 에 의해 수행된다. 식 (2.6)에서 다음과 같은 조건을 고려하자.

$$\ddot{q}_d = 0 \quad \dot{q} = 0, \quad \dot{q}_d = 0, \quad \dot{q} = 0 \quad (2.7)$$

그러면, 다음과 같은 정상 상태 오차를 얻을 수 있다.

$$e_{ss} = K_2^{-1} J_c(q)^{-1} [G(q) - G_c(q)] \quad (2.8)$$

식 (2.6), (2.8)에서 계통의 동역학 특성들이 수정 궤한 루프 $J_c(q)$, K_1, K_2 에 좌우되며, 정상 상태 오차에서 중력 모델과 상수 이득 위치 행렬 K_2 가 중요함을 알 수 있다. 식 (2.6)과 (2.8)의 표현이 정확하더라도 제어기 설계 단계에 사용하기는 어려우므로 다음을 고려한다.

- 1) 계산상의 시간 지연 T_1 을 보상하는 블록 e^{-ST_1} 와 대략적으로 샘플을 모델하고 블록을 유지하는 두번째 시간 지연 보상 블록 e^{-ST_2} 을 도입한다.
- 2) 대각 관성 행렬 계수의 부정확성을 직접 루프에서 제시한 비단일 이득 $K \neq 1$ 로

모델한다.

3) 비대각 관성, 코리올리력과 원심력 그리고 중력 모델의 부정확성을 직접 루프에서 신호 $Q(s)$ 를 섭동하는 부가적인 것으로 시물레이션 한다.

4) 더 일반적인 제어기 구조를 조사하기 위해서 상수 이득 행렬 K_1 과 K_2 를 각각 전달 함수 $G_1(s)$ 와 $G_2(s)$ 로 바꾼다.

위의 단계를 거쳐 얻은 계통의 블록 선도가 그림 2에서 주어지며 다음과 같은 식을 동반 한다.

$$Q(s)/Q_d(s) = Ke^{-ST_d} 1 + (1 - e^{-ST_d})\{SG_1(s) + G_2(s)\}/D(s) \quad (2.9)$$

$$Q(s)/P(s) = e^{-ST_d}/D(s) \quad (2.10)$$

$$D(s) = S^2 + Ke^{-ST_d}\{SG_1(s) + G_2(s)\} \quad (2.11)$$

$$T_d = T_1 + T_2 \quad (2.12)$$

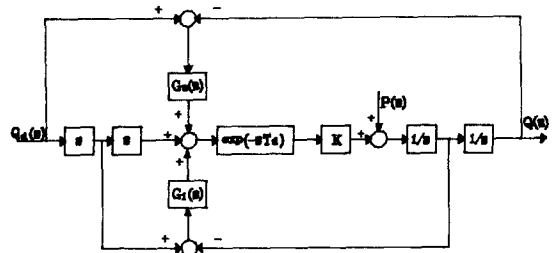


그림 2. 계통의 선형 모델

식 (2.9)-(2.12)은 지연 $T_d = T_1 + T_2$ 가 될 수 있는데로 작으면 이득 K 는 1이 되며 더 강건한 제어기를 얻고자한다면 $G_1(s)$ 와 $G_2(s)$ 를 수정해야 하므로 식 (2.6), (2.8)과 유사한 결론이 나온다.

이제 위의 분석 결과를 토대로 새로운 제어기를 제시하기 위해 다음을 고려한다.

- 1) 위치 정상 상태 오차 식 (2-10)을 제거하기 위해 적분 동작 $G_2(s) = K_2 K_2'/S$ 를 사용하고 안정도의 개선을 위해 미분 계수 동작 $G_1(s) = K_1 K_1' S$ 를 사용한다.

2) 시간 지연 상수 T_d 는 $J_c(q)$, $G_1(s)$, $G_2(s)$ 를 고 샘플링 주파수 $(1/h_f)$ 에서, $C_c(q, \dot{q}) + G_c(q)$ 를 저 샘플링 주파수 $(1/h_s)$ 에서 계산하는 다중비 샘플링을 사용함으로써 줄일 수 있다.

3) one-step ahead predictive action을 사용함으로써 코리올리력과 원심력, 중력항의 원하는 위치와 속도를 미리 계산하므로서 훌륭한 궤적 추종을 하게 할 수 있다.

4) 저주파에서 행해지는 두 부분 (원하는 현재의 동작과 예측 동작) 의 계산은 보간법을 사용하여 수행한다.

이 단계를 수행하는 제어를 그림 3에 묘사한다.

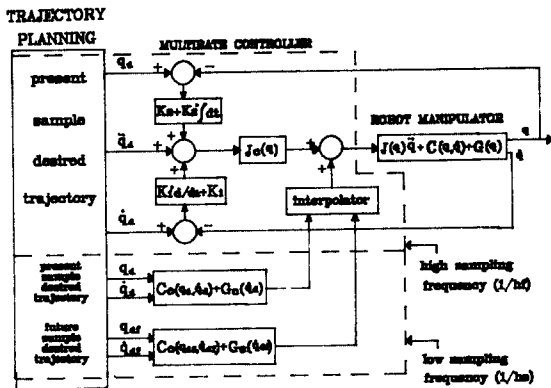


그림 3. 제안된 다중비 비선형 제어기

이제 다음과 같은 두개의 오차 방정식과 제어기를 가지고 일반적인 C.T.M 알고리즘과 수정한 제어기를 비교한다.

1) 오차 방정식

$$\ddot{e} + K_1 \dot{e} + K_2 e = 0 \quad (2.13)$$

$$(I + K'_1) \ddot{e} + K_1 \dot{e} + K_2 e + K'_2 \int e dt = 0 \quad (2.14)$$

2) 제어기

$$u = J_c(q) [\ddot{q}_d + K_1(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_2(q_d - q)] + G_c(q_d, \dot{q}) + G_c(q) \quad (2.15)$$

$$u = J_c(q) [\ddot{q}_d + G_1(\dot{q}_d - \dot{q}) + G_2(q_d - q)] + \frac{1}{2} [C_c(q_d, \dot{q}) + G_c(q)] + [C_{c1}(q, \dot{q}) + G_{c1}(q)] \quad (2.16)$$

여기서, C_{c1} , G_{c1} 은 각각 예측된 코리올리력과 원심력, 중력항을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이다.

3. 시뮬레이션

본 논문에서는 다음과 같은 자유도가 3인 집중 질량의 로봇 모델을 사용한다.

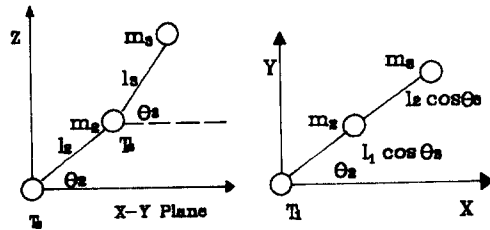


그림 4. 로봇 매니플레이터 모델

여기서, 링크의 길이 l_1 과 l_2 는 각각 1 m 와 0.8 m 로, 질량 m_1 과 m_2 는 10 Kg 과 8 Kg 으로, 관성 모멘트 J_1 은 $0.25K_g \cdot m^2$ 로 고려하였다.

규정된 궤적의 경로는 초기 속도와 최종 속도가 0 이고, 초기 가속도와 최종 가속도가 0 이며, 주어진 초기 위치 (0, 1, 0.1) rad 와 최종 위치 (1.2, -0.5, 1.6) rad 사이를 로봇 매니플레이터가 2 초 동안 수행하도록 속도 궤적을 다음과 같은 파선 함수 (Cycloid function) 로 고려하였다.

$$q(t) = q_1 + (q_f - q_1)t/2 - (q_f - q_1)\sin(\pi t)/2\phi$$

$$\dot{q}(t) = (q_f - q_1)/2 - (q_f - q_1)\cos(\pi t)/2$$

$$\ddot{q}(t) = \pi(q_f - q_1)\sin(\pi t)/2$$

제어기의 식에서 C.T.M 에서는 $K_2 = 2\sqrt{K_1}$ 로 두며, 대각선 요소만 고려된 $K_1 = \text{diag}(100, 200, 400)$ 으로 주었다. 제안된 제어기에서는 $K_1 = \text{diag}(100, 200, 400)$, $K_2 = 2\sqrt{K_1}$, $K_3 = \text{diag}(10, 20, 40)$ 으로 고려하였다.

다중비는 제어값 계산 시간과 로봇 모델의 구동 시간 비율 1 : 10 으로 고려하였다.

one - step ahead predictive 에서는 중력항, 코리올리력 과 원심력에 대하여 규정된 현재 속도와 위치, one - step ahead 값인 규정된 속도[~]와

위치를 고려하여 선형 보간으로 입력하였다.

C.T.M 방식에 의한 각 관절의 오차와 본 논문에서 제안된 제어기의 시뮬레이션 결과로 나오는 각 관절의 오차에 대한 그림이 그림 5와 6에 나타난다.

결과적으로, C.T.M 은 부하 변동시 오차의 크기가 커지나 제안된 제어기의 오차는 무부하시와 비슷함을 보여준다.

4. 결론

C.T.M 알고리즘은 비선형 모델을 가진 제어기에 요구되는 것들에 대해 좀 더 세부적인 연구를 하게 해주는 목적을 가지고 있으므로 부정확한 현재의 모델을 더 훌륭히 수행할 수 있는 더 강건한 제어기가 유도되었다.

Mutate Sampling과 예측 동작을 사용하여 기존의 제어기를 수정함으로써 계산상의 효율성을 높일 수 있었다.

수정된 제어기는 정상 상태 오차를 제거하였고, 위치 추종 오차를 줄였으며, Mutirate Sampling의 사용으로 빠른 루프에서는 궤환 동작을 향상시켰으며, 느린 루프에서는 섭동 신호의 진폭을 줄이므로 해서 보다 강건한 제어기를 얻을 수 있었다.

참고 문헌

[1] D. E. Whitney, "Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prosthesis", IEEE Trans. on Man-Machine System, Vol. MNS-10, pp. 47-53, 1969.

[2] R. Paul, "Modelling, Trajectory Calculation, and Servicing of Computer Controlled Arm", Stanford AI Lab., Stanford Univ., CA, Memo., AIM-77, 1972.

[3] A. K. Bejczy, "Robot Arm Dynamics and Control", JPL Tech. Memo., pp. 33-669, 1974.

[4] J. Y. S. Luh, M. W. Walker and R. P. C. Paul, "Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulators", IEEE Trans. on Auto. Contr., AC-25, pp. 468-474, 1980.

[5] V. D. Tourassis and C. P. Neuman, "Robust Nonlinear Feedback Control for Robot Manipulators", IEE Proc., 132, 134-143, 1985

[6] Vukobratovic. M and Kircanski. M., "Kinematics and Trajectory Synthesis of Manipulation Robots", Springer-Verlag, 1986

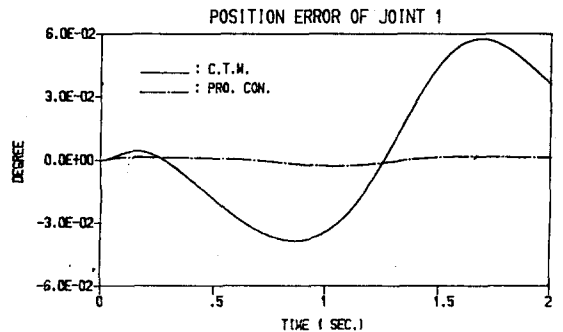


그림 5 - a

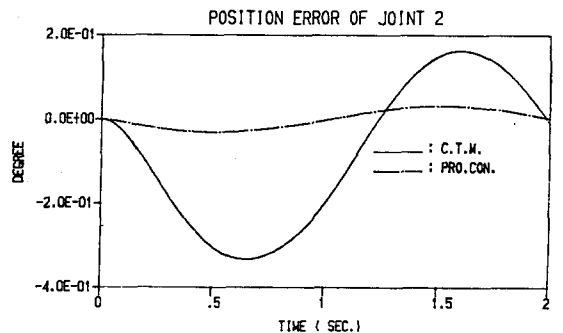


그림 5 - b

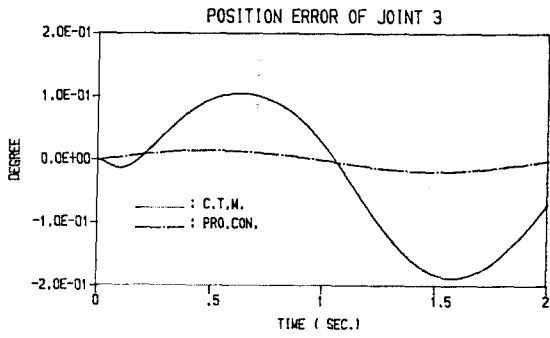


그림 5 - c

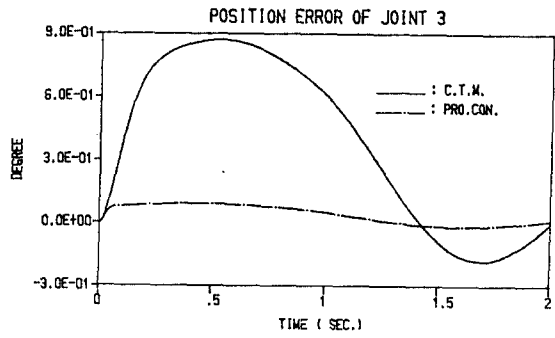


그림 6 - c

그림 5 - a,b,c 무부하시 C.T.M과 제안된 제어기의 각 관절 위치 오차 비교

그림 6 - a,b,c 부하시 C.T.M과 제안된 제어기의 각 관절 위치 오차 비교

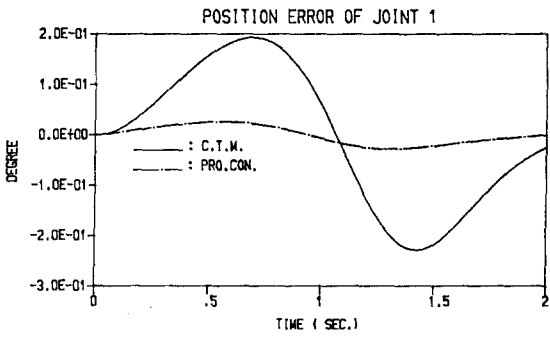


그림 6 - a

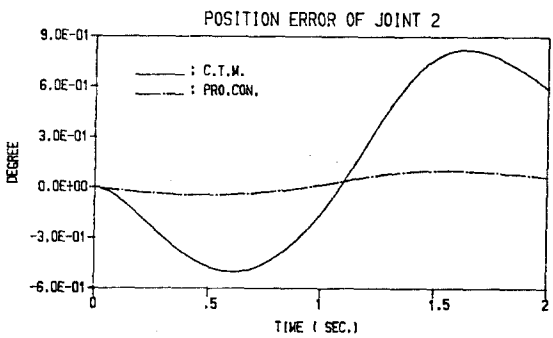


그림 6 - b