

직접 구동 로봇 팔에 대한 자기동조 극점이동 제어기  
(Self-Tuning Pole-Shift Controller for Direct Drive Arms)

• 이 상철, 이 종용, 이 상효  
S. C. Lee, C. Y. Lee, S. H. Lee

(광운대학교 전자공학과)

In this paper, using the direct drive arm for plant, the controller is developed to track the desired trajectory in high speed and precision. For the purpose of this, through extending self-tuning pole-placement algorithm, we developed self-tuning pole-shift algorithm which is fast in response and good tracking for the reference tracking change. Developed controller is applied a three-link direct drive arm with the varying payload to track the desired tracking. And, through the computer simulation, the performance of developed controller is compared with the performance of the computed torque method and the self-tuning pole placement algorithm.

1. 서론

다변화 되어가고 있는 산업사회에서 공장자동화는 매우 중요한 역할을 하고 있다. 특히 공장자동화 중에서 로봇 팔의 역할은 과거 20여년 전부터 계속 증대되어 왔다. 로봇 팔은 복잡하고 다양한 작업환경에 대하여 주어진 작업을 잘 수행하는 것이 그 목적이라 하겠다. 이러한 목적을 위해, 로봇 팔의 구조 간략화와 제어 알고리즘이 계속 발전되어 왔다.

로봇 팔의 제어 방법에 있어서 과거에는 주로 비적응 제어 알고리즘을 사용 했었다. 그러나 이 비적응 제어는 계통 매개변수를 정확히 알아야 하며 부하 변동이나 모델링 오차가 로봇 성능에 심한 영향을 주기 때문에 원하는 궤적을 고속으로 정확하게 추종하는 작업에는 적합하지 못하다. 따라서 부하 변동이나 모델링 오차 및 외란을 보상할 수 있는 적응 제어 방식이 요구되었다. 적응 제어는 제어 대상의 동작점이 변동할 때에도 좋은 성능을 유지하기 위해 제어기의 매개변수를 변화시켜준다. 이 적응 제어 방법에는 크게 기준 모델 적응 제어 방식(model reference adaptive control)과 자기동조 적응 제어(self tuning adaptive control) 방식으로 나눌 수 있다.[1]

또한, 로봇 팔 자체도 기계적 성능이 향상된 직접 구동 로봇 팔(Direct Drive Arm) [2]이 개발됨으로써 여러가지 제어이론을 쉽게 적용시킬 수 있게 되었다. 이 직접구동 로봇 팔은 전동기를 사용한 기존의 로봇에서 발생되는 분제점을 극복함으로써 그 성능을 향상시킨 로봇 팔이다.

직접 구동 로봇 팔은 매우 큰 토크를 내는 전동기를 사용하여 치차를 없애줌으로써 뿔뿔이 완벽하게 제거되며 마찰 이 현격하게 줄어들게 된다. 결국 직접 구동 로봇 팔을 사용함으로써 주어진 궤적을 고속으로 정확하게 추경할 수 있게되는 것이다. 직접 구동 로봇 팔의 단점은 동력학 특성에 영향을 많이 받는다라는 것이다. 이를 극복하기 위해서 로봇 팔의 동력학 특성을 간단하게 해줄 필요가 있다. 로봇 팔의 동력학 특성은 관성 행렬의 비결합(decoupling)에 의해 가능해 진다. 관성 행렬의 비결합에 대해서는 본문에서 언급한다.

본 논문에서는 직접 구동 로봇 팔인 M I T - [1] [2, 3]를 대상으로 제어기를 개발한다. 개발하고자 하는 제어기의 제어 목적은 작업 환경의 변화에 대하여 로봇 팔이 주어진 궤적을 정확히 추종하도록 하는 것이며 이 목적을 위해 자기동조

극점이동 제어 기법을 사용한다. 자기동조 제어 방법은 적응제어 방식의 하나인 자기동조 제어기법 중에서 가장 우수한 성능을 나타내는 극점배치 방법의 확장된 형태이다. [4]

고전제어방식인 비례-미분(PD) 제어기 및 극점배치 자기동조기와의 성능을 시뮬레이션을 통해 비교 평가하고자 한다.

## 2. 로봇의 수학적 모델

본 논문에서 사용한 로봇의 수학적 모델은 MIT-III 로봇의 매개변수를 이용하였고, 그 형태는 그림 1과 같다.

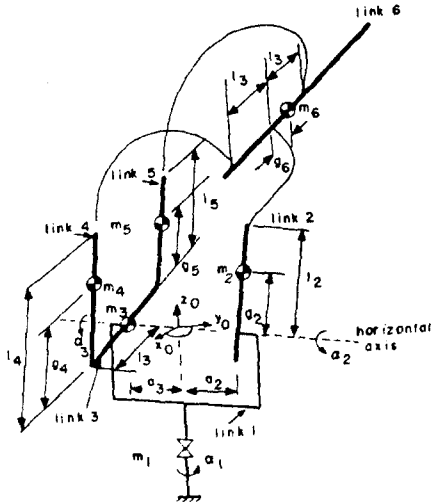


그림 1. 로봇 팔의 모델.

동력학 방정식을 유도 하기 위해 각 링크의 길이 및 질량을 그림 1과 같이 설정한다.

여기서,

$l_i$  는 링크  $i$ 의 길이. ( $i = 1, 2, \dots, 6$ )

$m_i$  는 링크  $i$ 의 질량. ( $i = 1, 2, \dots, 6$ )

$g_i$  는 질량 중심의 거리. ( $i = 1, 2, \dots, 6$ )

이제 다음과 같은 라그랑지(Lagrange) 방정식을 이용하자.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = u_i(t), \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2-1)$$

여기서,

$L$  은 라그랑지함수로 운동에너지  $K$ 와 위치에너지  $P$ 의 차로써 정의된다.

$\theta_i$  는 그림 1에서 설정된 관절각.

$\dot{\theta}_i$  는 그림 1에서 설정된 관절의 각속도.

$u_i(t)$  는 독립된 각 관절에 공급되는 토크 입력. 단, ( $i = 1, 2, 3$ )

그러면 그림 1로부터 운동에너지는 다음과 같다.

$$K = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T H(\theta) \dot{\theta} \quad (2-2)$$

여기서,

$$\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$$

$H(\theta)$ 는  $3 \times 3$  관성 행렬로서 대칭 행렬이며 각 요소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h_{11} = & I_{xx}^1 + m_2(a_2^2 + g_2^2 \cos^2(\theta_2)) + I_{xx}^2 \sin^2(\theta_2) + I_{yy}^2 \cos^2(\theta_2) \\ & + m_3 a_3^2 + I_{yy}^3 \sin^2(\theta_3) + I_{xx}^3 \cos^2(\theta_3) + m_4(a_4^2 + l_3^2 \cos^2(\theta_3) \\ & + g_4^2 \cos^2(\theta_2) + I_{yy}^4 \cos^2(\theta_2) + I_{xx}^4 \sin^2(\theta_2) + m_5(a_5^2 + \\ & l_3^2 \cos^2(\theta_3) + g_5^2 \cos^2(\theta_2) + I_{yy}^5 \cos^2(\theta_2) + I_{xx}^5 \sin^2(\theta_2) \\ & + m_6(a_6^2 + l_2^2 \cos^2(\theta_2) + g_6^2 \cos^2(\theta_3) + I_{yy}^6 \sin^2(\theta_3) + \\ & I_{xx}^6 \cos^2(\theta_3) - 2m_4 l_3 g_4 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3) \\ & + 2m_5 l_3 g_5 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3) + 2m_6 l_2 g_6 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3) \\ h_{12} = & (m_4 g_4 a_3 + m_5 g_5 a_3 - m_6 l_2 a_2 - m_2 g_2 a_2) \sin(\theta_2) \\ h_{13} = & (-m_4 l_3 a_3 + m_5 l_3 a_3 - m_6 g_6 a_2) \sin(\theta_3) \\ h_{22} = & I_{xx}^2 + m_2 g_2^2 + I_{xx}^1 + m_4 g_4^2 + I_{xx}^2 + m_5 g_5^2 + m_6 l_2^2 \\ h_{23} = & (-m_4 l_3 g_4 + m_5 l_3 g_5 - m_6 l_2 g_6) \cos(\theta_3 - \theta_2) \\ h_{33} = & I_{xx}^3 + m_4 l_3^2 + m_5 l_3^2 + m_6 g_6^2 + I_{xx}^6 \end{aligned}$$

단,  $I_i$  는 관성모멘트(inertia moment).

또한, 위치에너지는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P = & g\{m_2 g_2 \sin(\theta_2) + m_4(g_3 \sin(\theta_2) - l_3 \sin(\theta_3)) \\ & + m_5(l_3 \sin(\theta_3) + g_5 \sin(\theta_2)) + \\ & m_6(l_2 \sin(\theta_2) + g_6 \sin(\theta_3))\} \quad (2-3) \end{aligned}$$

여기서,  $g$  는 중력 가속도.

운동에너지의 식 (2-2)에서 나타난 관성 행렬  $H$ 를 비길함 시키기 위해서 다음의 조건을 고려한다.

$$h_{12} = m_4 g_4 a_3 + m_5 g_3 a_3 - m_6 l_2 a_2 - m_2 g_2 a_2 = 0$$

$$h_{13} = m_5 l_3 a_3 - m_4 l_3 a_3 - m_6 g_6 a_2 = 0$$

$$h_{23} = m_5 l_3 a_3 - m_4 l_3 a_4 - m_6 l_2 g_6 = 0$$

그러면 링크 4 와 링크 5 의 길이와 질량을 똑같이 만들었을 때 다음과 같은 비결합 조건이 만들어진다.

$$2m_4 g_4 a_3 - m_6 l_2 a_2 = 0, \quad g_2 = 0, \quad g_6 = 0$$

여기서  $g_2 = 0$ 의 의미는 링크 2의 질량 중심이 지지점에 놓이게 한다는 것이다. 마찬가지로  $g_6 = 0$ 의 의미는 링크 6의 질량 중심이 링크 5와 만나는 점에 든다는 것이다.

이 조건하에서 비결합된 관성 행렬  $H$ 는 다음과 같은 형태로 된다.

$$H(\theta) = \begin{pmatrix} h_{11} & 0 & 0 \\ 0 & h_{22} & 0 \\ 0 & 0 & h_{33} \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

이렇게 구해진 운동에너지의 식 (2-2)와 위치에너지의 식 (2-3)을 (2-1) 식에 대입함으로써 다음과 같은 동력학 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} h_{11} \ddot{\theta}_1 + \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 &= u_1(t) \\ h_{22} \ddot{\theta}_2 - \frac{1}{2} \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_1^2 + \tau_{g2} &= u_2(t) \\ h_{33} \ddot{\theta}_3 - \frac{1}{2} \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_1^2 + \tau_{g3} &= u_3(t) \end{aligned} \quad (2-5)$$

여기서,

$\tau_{g2}$ 는 관절 2에서 중력항에 관계된 토크.

$\tau_{g3}$ 는 관절 3에서 중력항에 관계된 토크.

식 (2-5)를 행렬 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$H(\theta) \ddot{\theta} + Q(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = u(t) \quad (2-6)$$

여기서,

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_1^2 \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_1^2 \end{pmatrix}$$

$$G = [0 \quad \tau_{g1} \quad \tau_{g2}]^T$$

$$u(t) = [u_1(t) \quad u_2(t) \quad u_3(t)]^T$$

### 3. 로봇 팔의 섭동 차분 모델

로봇 제어를 위해 수학적 모델에서 얻은 동력학 방정식을 이용해서 공칭 토크 값을 산출한 후에 로봇에 인가한다.

수학적 모델은 모델링 오차와 외란등에 의해 실제의 로봇 팔과 똑같이 표현할 수 없다. 모델을 기반으로 한 전향경로 제어만을 사용할 경우에는 이러한 오차를 보상해줄 방법이 없다. 따라서 궤환 경로 제어가 필요하다. 또한 궤환 경로만 존재하는 서보 추종(servo tracking) 문제보다는 조절기 형태(regulation form)로 전환 하는 것이 더 좋은 추종 효과를 얻는다.[5] 섭동 차분 모델은 앞절에서 얻은 로봇 팔의 비선형 동력학 방정식을 Taylor 급수 전개에 의해 선형화하는 과정에서 얻어진다. 단, 이 섭동 차분 모델은 단일 입출력의 계통으로서 로봇의 각 관절을 다음과 같이 표현할 수 있다.[5] 시간 지연은 단위 샘플링 주기라고 가정한다.

$$A_i(z^{-1})\delta y_i(k) = z^{-1}B_i(z^{-1})\delta u_i(k) + e_i(k) + d_i, \quad (3-1) \\ (i = 1, 2, 3)$$

여기서,

$$A_i(z^{-1}) = 1 + a_{i1}z^{-1} + \dots + a_{in_i}z^{-n_i}$$

$$B_i(z^{-1}) = b_{i0} + b_{i1}z^{-1} + \dots + b_{in_i}z^{-n_i}$$

$e_i(k)$ 는 영평균의 가우스(Gauss) 분포를 갖는 백색 잡음.

$d_i$ 는 직류항(bias term).

$\delta u(k)$ 는 공칭 토크와 실제 토크의 차.

$\delta y(k)$ 는 원하는 관절각과 실제 관절각과의 차.

### 4. 극점이동 자기동조 제어기

다음과 같은 입출력 관계를 갖는 계통을 고려하자.

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-1}B(z^{-1})u(k) + e(k) + d \quad (4-1)$$

이에 대한 자기동조 제어기의 일반적인 형태는 다음과 같다.[6]

$$R(z^{-1})u(k) = T_c(z^{-1})u_c(k) - S(z^{-1})y(k) \quad (4-2)$$

여기서,

$u_c(k)$ 는 계통의 원하는 응답.

$R, T_c, S$ 는 우리가 원하는 성능을 만족하도록 해주는 제어기 다항식.

$u(k)$ 는 계통의 입력.

$y(k)$ 는 계통의 출력.

본 논문에서 유도된 선동 차분 모델에 있어서의 제어 목적은 원하는 위치와 실제 위치 사이의 오차를 영으로 하는 것이다. 따라서 본 논문의 제어 목적에 따라 (4-2) 식은 다음과 같은 조절기 형태로 수정한다.

$$R(z^{-1})u(k) = -S(z^{-1})y(k) \quad (4-3)$$

이제, 극점 배치 방법을 사용하면 전체 폐경로 계통의 특성 다항식은 다음과 같이 된다.[6]

$$A(z^{-1})R(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1})S(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (4-4)$$

여기서,

$$T(z^{-1}) = 1 + t_1z^{-1} + \dots + t_{n_T}z^{-n_T}$$

$$\deg T = n_T < n_a + n_b$$

$$\deg R = n_b$$

$$\deg S = n_a - 1$$

이 다항식은 원하는 특성 방정식이다.

이러한 극점 배치 방법은 우리가 원하는 극점에 폐경로 극점을 위치시킬 수 있고 감전성이 좋으며 비최소 위상 계통에도 잘 적용된다는 장점을 가지고 있다.[7] 하지만 이 방법에서 요구되는 제어 노력의 양은 개경로 극점 위치로부터 폐경로 극점 위치까지의 거리에 비례한다. 따라서 폐경로 극점 위치를 제대로 선택하지 못한다면 제어하는데 많은 노력을 기울여야 하며 계통을 불안정하게 만들 수도 있다. 특히 개경로 전달 함수의 극점을 잘 알지 못할 때 이러한 경우는 흔히 발생한다. 이러한 단점을 극복하기 위해 극점이동 자기동조 제어법이 제안되었다.[4] 이 방법은 개경로 극점이 원점을 향해 방사상 형태로 이동되도록 원하는 폐경로 극점을 다음과 같이 지정해 준다.

$$T(z^{-1}) = A(\alpha z^{-1}) = 1 + \alpha a_1 z^{-1} + \dots + \alpha^{n_T} a_{n_T} z^{-n_T} \quad (4-5)$$

여기서,

$\alpha$ 는 이동 인수(shifting factor)로서 개경로 계통의 극점을  $\alpha$ 만큼 원점으로 향하도록 이동시킨다. 단,  $0 \leq \alpha \leq 1$

이렇게 해줌으로써 복잡한 극점을 지정해줄 필요가 없으며 극점 배치의 장점을 그대로 나타내어 준다.

## 5. 시뮬레이션 (Simulation)

앞에서 기술한 로봇 팔의 전체적인 제어는 그림 2와 같다.

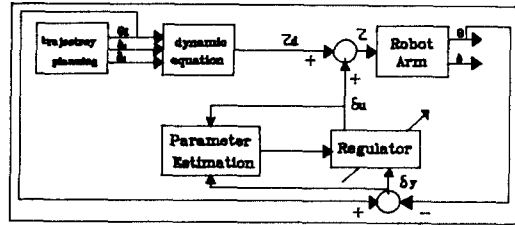


그림 2. 로봇 팔의 전체적인 제어.

공칭 토크  $t_d$ 를 계산하는 식은 (2-6) 식에서 얻을 수 있으며 다음과 같다.

$$t_d = H(\theta_a) \ddot{\theta}_d + Q(\theta_a, \dot{\theta}_d) + G(\theta_a) \quad (5-1)$$

또한 로봇 팔의 선동 차분 모델 (3-1) 식을 편리를 위해 다음과 같이 표현하자.

$$A(z^{-1})\delta y(k) = z^{-1}B(z^{-1})\delta u(k) + e(k) + d \quad (5-2)$$

이 식은 4 절에서 고려한 계통과 같은 형태이며 이 선동 차분 모델을 위한 제어식은 (4-3) 식으로부터 다음과 같이 표현된다.

$$R(z^{-1})\delta u(k) = -S(z^{-1})\delta y(k) \quad (5-3)$$

그러면 위 식들로부터 로봇 팔에 대한 제어 알고리즘을 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 과정 1. 궤적 계획으로 부터 원하는 궤적을 구한다.
- 과정 2. 식 (5-1)로 부터 공칭 토크를 산출한다.
- 과정 3. 공칭 토크와 실제 토크의 차를 입력으로 하고 원하는 궤적과 실제 궤적의 차를 출력으로 하는 선동 차분 모델인

(5-2) 식의 매개변수를 추정(estimation) 한다.

과정 4. 이 추정된 매개변수와 식 (5-3)으로부터 오차 보상 차분 제어 신호를 구한다.

과정 5. 과정 1. 로 가서 위 과정을 반복한다.

시뮬레이션 도구로는 co-processor가 내장된 IBM AT를 사용하였으며 사용 언어로는 Turbo - C를 사용하였다. 실제 속도와 실제 위치를 구하기 위한 적분법으로는 Runge - Kutta 4 차법[8]을 이용하였다. 시뮬레이션에서 고려한 관절각의 원하는 위치, 속도 및 가속도는 그림 3과 같다. 이 동 인수값은 영으로 선택함으로써 응답 속도가 빠르고 오차가 최소로 되도록 하였다. 샘플링 주기는 0.01 초로 주었으며 수행 시간은 2 초 동안 수행하도록 하였다. 과정 3의 매개변수 추정을 위해 반복 최소 자승(recursive least square algorithm) 알고리즘을 사용하였다. 이에 대한 로봇 팔의 섭동 차분 모델 매개변수 추정치는 그림 4에 있다.

실제 상황을 고려하기 위해서 로봇 팔의 모델은 관성 행렬에서  $h_{12}$ ,  $h_{13}$  및  $h_{23}$  항을 무시하지 않음으로서 모델링 오차를 고려하여 주었다. 또한 백색 잡음을 넣어줌으로서 미소한 측정 오차를 고려해주었으며 무부하시와 부하가 존재할 때를 비교 함으로서 부하 변동도 고려하여 주었다.

비교를 위해 사용된 비례-미분 제어기의 제어는 그림 5와 같다.

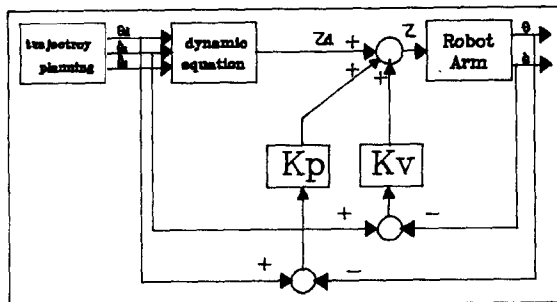


그림 5. 비례 - 미분 제어기의 제어.

이에 대한 무부하시와 부하시의 오차는 각각 그림 6과 그림 7에 나타나있다.

또한 극점배치 방법과 비교하기 위해서 우리가 원하는 궤적으로 다항식을 다음과 같이 주었다.

$$T(z^{-1}) = 1 - 0.6z^{-1} + 0.18z^{-2}$$

이와 비교한 오차가 무부하시는 그림 8에 있으며 부하가 있을 때는 그림 9에 나타나 있다.

이상에서 살펴본 바와같이 직접 구동 로봇트 팔에 자기동조 극점이동 제어기를 사용함으로써 원하는 궤적을 고속으로 추종하는데 좋은 성능을 보여주었다.

## 6. 결론

본 논문에서는 로봇트 모델을 기초로한 동력학 방정식을 이용하여 공칭토크를 산출하며, 궤환 경로 보상 신호를 얻기 위해 섭동차분 모델에 극점이동 자기동조 제어기를 적용하였다.

매개변수 추정을 위해 반복 최소 자승법을 사용하였으며 로봇트의 수학적 모델은 직접 구동 로봇트 MIT - III의 데이터를 이용하였다.

본 논문에서 사용한 극점이동 자기동조 제어기는 보다 더 좋은 성능을 보여주었다.

## 7. 참고 문헌

1. K.J. Astrom, B.Wittenmark, "Adaptive Control", Addison - Wesley Publishing Company, 1989.
2. H. Asada, K. Youcef - Toumi, "Direct - Drive Robots : Theory and Practice", The MIT Press, 1987.
3. K. Youcef - Toumi, A. T. Y. Kuo, "High speed Trajectory Control of a Direct - Drive Manipulator ", Proceedings of the 26th Conference on Decision and Control, December 1987.
4. A. Ghosh, G. Ledwich, O. P. Malik, and G. S. Hope, "Power System Stabilizer based on Adaptive Control Techniques", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vd. PAS-103, No.8, Augst 1984.

5. Mei-Hua Liu, Wei Lin, " Pole Assignment Self-Tuning controller for Robot Manipulator ", Int. J. of Control, Vol.46, No.4, pp.1307-1317, 1987.
6. K. J. Astrom, B. Wittenmark, "Computer Controlled System : Theory and Design ", Prentice - Hall, 9184.
7. A.Y. Allidina, and F.M.Hughes, "Generalized Self-Tuning Controller with Pole Assignment ", IEE Proceedings, Vol.127, Part D. No.1, pp.13-18, 1980.
8. H. William, " Numerical Recipes in C ", Cambridge University Press, 1988.

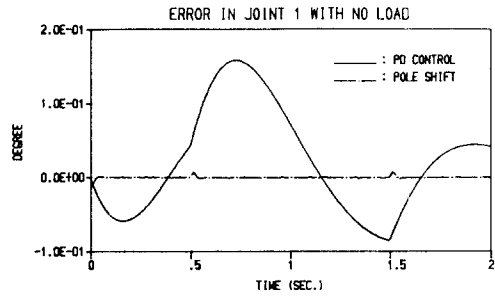


그림 6. 무부하시 오차 비교. ( PD와 비교 )

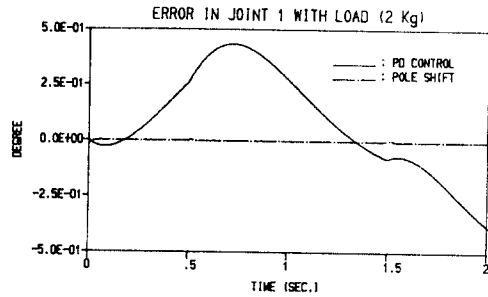


그림 7. 부하시 오차 비교. ( PD와 비교 )

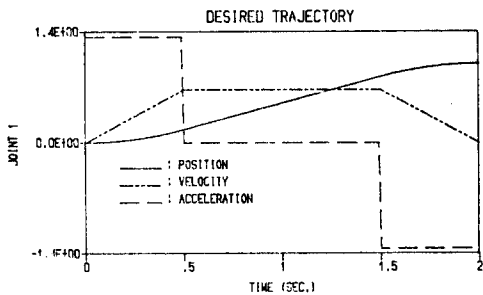


그림 3. 관절각의 원하는 위치, 속도 및 가속도.

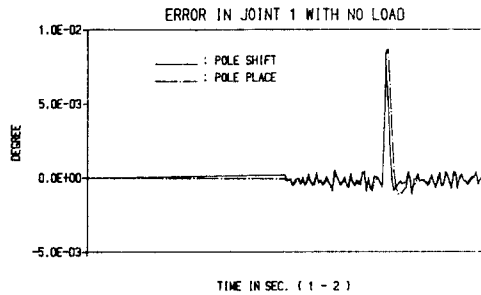


그림 8. 무부하시 오차 비교. ( 극점배치와 비교 )

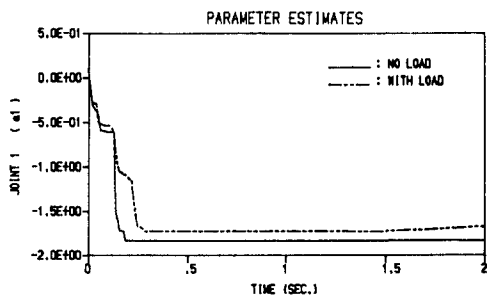


그림 4. 매개변수 추정치.

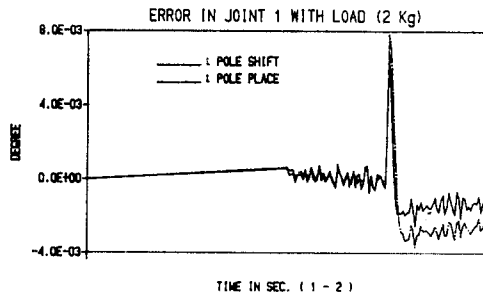


그림 9. 부하시 오차 비교. ( 극점배치와 비교 )