

상호 연계된 시스템의 비집중 적응제어에 관한 연구  
(A Study on the Decentralized Adaptive Control of  
Interconnected Systems)

이 준 호  
( Jun Ho Lee )

이 기 서  
( Key Seo Lee )

광운대학교 대학원 전기공학과 (Dept. of Elec. Eng., Kwang Woon Univ.)  
광운대학교 제어계측공학과 (Dept. of Cont. and Inst. Eng., Kwang Woon Univ.)

A new decentralized adaptive controller design is proposed. In large scale interconnected system with unknown parameters, nonlinearities and bounded disturbances, even though the interconnection is weak, the controller parameter drifts due to the interconnection, so the decentralized adaptive controller comes to be unstable. The proposed new decentralized adaptive controller guarantees exponential convergence of tracking and parameter errors to residual sets which depend on the bound for the local disturbances and interconnections as well as on some arbitrary design parameters.

1 서 론

안정도를 유지하며 시스템의 성능을 향상시킬 수 있는, 적응기구(adaptive scheme) 즉 자기조정 제어시스템 ( self-adjusting control system )의 필요성은 1950년대 중반부터 강조되어 왔다.

불확실한 시스템의 내부구조나, 임계매개변수 (critical parameter) 값을 갖는 시스템은 적응 제어가 적용된다[4]. 대규모 시스템의 경우는, 대규모 시스템의 동작환경을 때때로 잘 알지 못하고, 또한 이 시스템의 매개변수 값이 실시간 제어기에서 이용할 수 있도록 충분히 정확하게 계산될 수 없기 때문에, 대규모 시스템은 이들 불확실성에 상당히 민감해진다.

현재의 적응시스템의 안정도는, 시스템의 모든 정보를 이용하고, 이 정보에 근거한 계산을 집중된 상태 즉, 단일위치에서 발생한다는 가정에 근거한다. 대규모 시스템에서는 집중화된 정보 및 계산능력의 부족으로 집중성에 대한 전제조건은 그 타당성을 상실한다.

최근의 동향에서 P. A. Ioannou 와 P. V. Kokotovic 은[1] 각 부시스템의 매개변수를 알지 못하며, 상호간섭이 선형인 대규모 시스템에 대한 비집중 제어를 설계하여 국부상태가 이용되고 고립된 부시스템의 전달함수의 상대 차수가 1 인

경우에 추적오차와 매개변수오차가 유계되도록 하는 충분조건을 얻었다.

본 연구에서는 유계된 외란과 비선형이 존재할 때, 상호 연계된 부시스템들의 비집중제어에 대한 보다 실질적인 문제와, 이때 고립된 각 부시스템의 전달함수의 상대차수가  $n^* \leq 2$ 인 경우를 고려하여 상호 연계가 약 결합일 지라도 매개변수가 표류해서 비집중적응제어기는 불안정할 수 있다는 것을 보였으며 따라서 이러한 불안정에 대응하고 추적 오차와 매개변수오차가 유계된 잔류집합에 지수적으로 수렴하는 것을 보장하는 새로운 비집중 적응제어를 제안했다.

2. 상호 연계된 시스템의 비집중 적응제어의 설계

1) 계통의 수식 표현

N 개의 부 시스템들이 상호 연계된 시스템은 다음

식 (1) (2)와 같다.

$$\dot{x}_i = A_i x_i + b_i u_i + D_i + \sum_{j=1}^N f_{ij}(t, x_j) \dots (1)$$

$$y_i = h_i^T x_i \quad i=1, 2, \dots, N \dots \dots \dots (2)$$

여기서 i번째 부시스템에 대해서

- $X_i \in R^{n_i}$  : 상태벡터,
- $U_i \in R^1$  : 제어변수,
- $Y_i \in R^1$  : 출력,
- $D_i \in R^{n_i}$  : 유계된 외란벡터

$f_{ij}(t, x_j) \in \mathbb{R}^{n_i}$ : 상호간섭 (다른부시스템과의 비선형 상호간섭과  $i$ 번째 부시스템의 비선형을 포함)

또한 매개변수  $A_i, B_i, C_i$ 는 모르는 상수행렬이며 비선형항  $f_{ij}(t, x_j)$ 는 다음식 (3)을 만족한다고 가정한다.

$$\|f_{ij}(t, x_j)\| \leq a_{ij} \|x_j\| \dots \dots (3)$$

2) 비집중 적응제어기 설계

i) 상대차수가 1인 경우

상호연계된 시스템에 대하여  $i$ 번째 부시스템의 기준모델의 전달함수와  $i$ 번째 고립된 부시스템의 전달함수가 다음식 (4), (5)와 같다고 했을 때

$$W_{mi}(s) = C_{mi}^T (SI - A_{mi})^{-1} b_{mi} = K_{mi} (Z_{mi}(s)/R_{mi}) \dots (4)$$

$$W_i(s) = h_i^T (SI - A_i)^{-1} b_i = K_i (N_i(s)/D_i(s)) \dots (5)$$

$i$ 번째 부시스템에 대한 직접 적응제어기 [2]는 다음과 같다.

$$V_i^{(1)} = A_i V_i^{(1)} + g_i u_i \dots \dots \dots (6)$$

$$\omega_i^{(1)} = c_i^T(t) V_i^{(1)} \dots \dots \dots (7)$$

$$V_i^{(2)} = A_i V_i^{(2)} + g_i y_i \dots \dots \dots (8)$$

$$\omega_i^{(2)} = d_{oi}(t) y_i + d_i^T(t) V_i^{(2)} \dots \dots \dots (9)$$

여기서  $\lambda_i$ 는  $(n-1) \times (n-1)$  안정 행렬이고,  $g_i = [0, 0, \dots, 1]^T$ 로써  $(\lambda_i, g_i)$ 는 가제어쌍 (controllable pair)이고  $\det(SI - \lambda_i) = Z_{mi}(s)$ 이다.

$i$ 번째 부시스템에 대한 국부 입력은 다음과 같다.

$$u_i = \Theta_i^T \omega_i \dots \dots \dots (10)$$

여기서  $\omega_i^T = [r_i, v_i^{(1)T}, y_i, v_i^{(2)T}]$ ,

$$\Theta_i = [k_{oi}(t), c_i^T(t), d_{oi}(t), d_i^T(t)]$$

한편  $i$ 번째 부시스템에 대한 상태오차방정식  $e_i$ 는 다음과 같다.

$$\dot{e}_i = A_{ci} e_i + b_{ci} \phi_i^T \omega_i + D_{ci} + F_i \dots \dots (11)$$

$$e_{oi} = h_{ci}^T e_i = [1, 0, \dots, 0] e_i \dots \dots (12)$$

여기서  $e_{oi} = y_i - y_{mi}$

$$\phi = \theta_i - \theta_i^*$$

$$D_{ci} = [D_i^T, 0, 0]$$

$$F_i = \left[ \sum_{j=1}^N f_{ij}(t, x_j), 0, 0 \right]$$

국부 매개변수벡터  $\Theta_i(t)$ 는 다음 식 (13)의 적응칙에 의해서 조정된다.

$$\dot{\theta}_i = -\sigma_{oi} \gamma_i \theta_i - \gamma_i e_{oi} \omega_i, \sigma_{oi} = \begin{cases} \sigma_{oi} & \text{if } \|\theta_i\| > \theta_{oi} \\ 0 & \text{if } \|\theta_i\| \leq \theta_{oi} \end{cases} \dots \dots (13)$$

여기는  $\sigma_{oi}$ ,  $\theta_{oi}$ 는 양의 스칼라 설계 매개변수이다.

ii) 상대차수가 2인 경우

$P$ 개의 고립된 부시스템의 전달함수는 상태차수  $n^* = 2$ 이고,  $N-P$ 개의 부시스템의 전달함수가 상대차수  $n^* = 1$ 을 갖는 상호연계된 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_i = A_i x_i + b_i u_i + D_i + \sum_{j=1}^N f_{is}(t, x_s),$$

$$y_i = h_i^T x_i, \quad i=1, 2, \dots, P \dots \dots \dots (14)$$

$$\dot{x}_j = A_j x_j + b_j u_j + D_j + \sum_{q=1}^N f_{jq}(t, x_q),$$

$$y_j = h_j^T x_j, \quad j=P+1, P+2, \dots, N \dots \dots (15)$$

여기서  $j$ 번째 부시스템의 제어기구조와 국부 기준모델은 앞절과 동일하게 선택되어지며  $i$ 번째 부시스템에 대한 제어기 구조는 식 (6)-(9)와 같으며 식 (10)-(13) 대신에 다음식을 이용한다.

$$u_i = \theta_i^T \omega_i + \theta_i^T \xi_i \dots \dots \dots (16)$$

$$\xi_i = -\theta_i \xi_i + \omega_i, \quad \xi_i(0) = 0 \dots \dots \dots (17)$$

$$\theta_i = -\gamma_i e_{oi} \xi_i - \sigma_i \gamma_i (1 + \xi_i^T \xi_i) \theta_i \dots \dots (18)$$

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_{oi} & \text{if } \|\theta_i\| > \theta_{oi} \\ 0 & \text{if } \|\theta_i\| \leq \theta_{oi} \end{cases} \dots \dots \dots (19)$$

여기서  $i = 1, 2, \dots, P$ 이고  $\sigma_{oi}, \theta_{oi}$ 는 양의 설계정수값이다.

상태오차방정식은 다음과 같다.

$$\dot{e}_i = A_{ci} e_i + \bar{b}_{ci} \phi_i^T \omega_i + D_{ci} + \sum_{j=1}^N F_{is}(t, e_s + x_{cs} + b_{cs} \phi_s^T \xi_s) + \sum_{q=P+1}^N F_{iq}(t, e_q + x_{cq}) \dots \dots \dots (20)$$

$$e_{oi} = h_{ci} e_i \quad (i=1, 2, \dots, P) \dots \dots \dots (21)$$

$$\dot{e}_j = A_{cj} e_j + b_{cj} \theta_j^T \omega_j + D_{cj} + \sum_{s=1}^P F_{js}(t, e_s + x_{cs} + b_{cs} \phi_s^T \xi_s) + \sum_{q=P+1}^N F_{jq}(t, e_q + x_{cq}) \dots \dots (22)$$

$$e_{oj} = h_{cj} e_j \quad (j=P+1, \dots, N) \dots \dots \dots (23)$$

여기서  $\bar{b}_{ci} = b_{ci} \rho_i + A_{ci} b_{ci}$ 이다.

비집중 적응제어칙은 다음식으로 표현된다.

$$\dot{\theta}_i = -\gamma_i e_{oi} \nu_i - \sigma_i \gamma_i (1 + \delta_i \xi_i^T \xi_i) \theta_i \dots \dots (24)$$

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_{oi} & \text{if } \|\theta_i\| > \theta_{oi} \\ 0 & \text{if } \|\theta_i\| \leq \theta_{oi} \end{cases} \quad i=1, 2, \dots, N \dots (25)$$

여기서  $\nu_i = \xi_i, \delta_i = 1 \quad i=1, 2, \dots, P$

$\nu_i = \omega_i, \delta_i = 0 \quad i=P+1, P+2, \dots, N$

3. Simulation 결과 및 검토

제한된 비집중 적응제어기의 효율성을 보이기 위한 예제로서 다음과 같은 2차의 부시스템과 1차의 부시스템이 상호연계된 3차의 시스템을 고려한다.

$$\begin{matrix} \dot{x}_1 = & | & X_1 + & | & u_1 + & | & x_2 + & | & x_2 \sin y_1^2 \\ & \lfloor & -1 - 2 \rfloor & & \lfloor & -1 \rfloor & & \lfloor & 0 \rfloor & & \lfloor & -0.2 \rfloor & \dots \dots (26) \end{matrix}$$

$$y_1 = [1, 0]x_1$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 + u_2 + 0.02x_1 \cos x^2 + 1.1 x_2 \cos 2t \dots (27)$$

$$y_2 = x_2$$

여기서  $x_1 = [x_{11}, x_{12}]^T$ 이다.

국부 기준모델의 출력  $y_{m1}$ ,  $y_{m2}$ 의 전달함수는 다음과 같다.

$$y_{m1}(s) = r_1(s) / (s^2 + 3s + 2), \quad y_{m2}(s) = r_2(s) / (s + 5) \dots (28)$$

국부 적응제어기는 다음과 같다.

$$v_1 = \frac{1}{s+1} u_1, \quad v_2 = \frac{1}{s+1} y_1 \dots (29)$$

$$\xi_1 = \frac{1}{s+0.5} v_1, \quad \xi_2 = \frac{1}{s+0.5} v_2 \dots (30)$$

$$\xi_3 = \frac{1}{s+0.5} y_1 \dots (31)$$

$$\dot{k}_{11} = -5 e_{01} \xi_1 - \sigma_1 5 (1 + \|\xi\|^2) k_{11} \dots (32)$$

$$\dot{k}_{12} = -5 e_{01} \xi_2 - \sigma_1 5 (1 + \|\xi\|^2) k_{12} \dots (33)$$

$$\dot{k}_{13} = -5 e_{01} \xi_3 - \sigma_1 5 (1 + \|\xi\|^2) k_{13} \dots (34)$$

$$\sigma_1 = \begin{cases} 1.5 & \text{if } \|k_1\| \geq k_{01} \\ 0 & \text{if } \|k_1\| < k_{01} \end{cases} \dots (35)$$

$$\dot{k}_{21} = -4 \sigma_2 k_{21} - 4 e_{02} x_2 \dots (36)$$

$$\sigma_2 = \begin{cases} 0.4 & \text{if } |k_2| \geq k_{02} \\ 0 & \text{if } |k_2| < k_{02} \end{cases} \dots (37)$$

여기서  $\|\xi\|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$ ,  $k_1 = [k_{11}, k_{12}, k_{13}]$

국부 입력  $u_1$ ,  $u_2$ 는 다음과 같다.

$$u_1 = k_{11}v_1 + k_{12}v_2 + k_{13}y_1 + k_{11}\xi_1 + k_{12}\xi_2 + k_{13}\xi_3 + r_1 \dots (38)$$

$$u_2 = k_{21}x_2 + r_2 \dots (39)$$

그림 1은 매개변수값을  $k_{01}=4$ ,  $k_{02}=6$ ,  $r_1=4 \sin t$ ,  $r_2=6$ 로 했을 때 시뮬레이션한 결과이다.

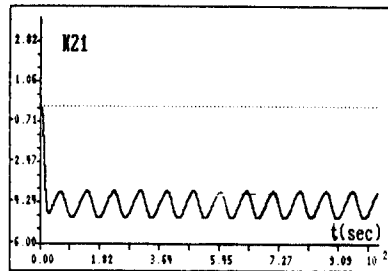
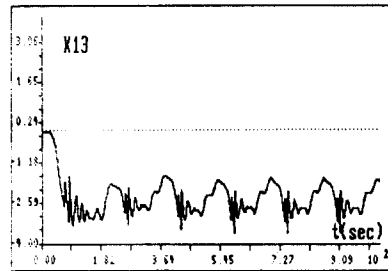
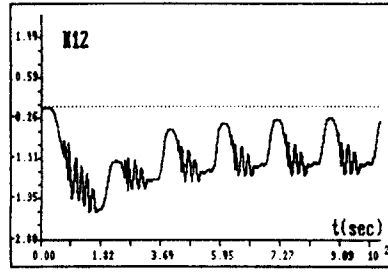
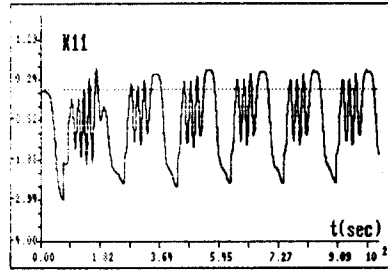
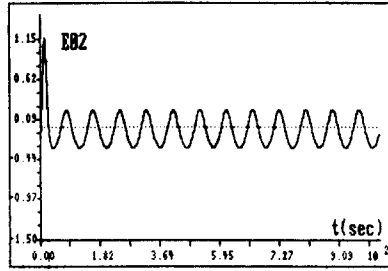
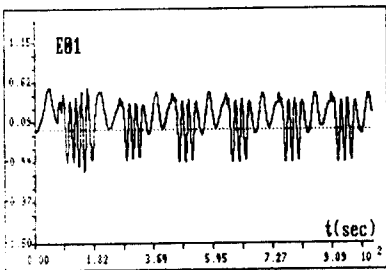


그림 1. 상호 연계에 의한 유계된 응답과 영이 아닌 추적오차

그림 2는 그림 1의 예와 동일한 매개변수 값과 초기 조건에서 상호간섭을 배제한 경우로서 상호간섭이 존재하지 않을 때 추적오차는 영으로 수렴하는 것을 알 수 있다.

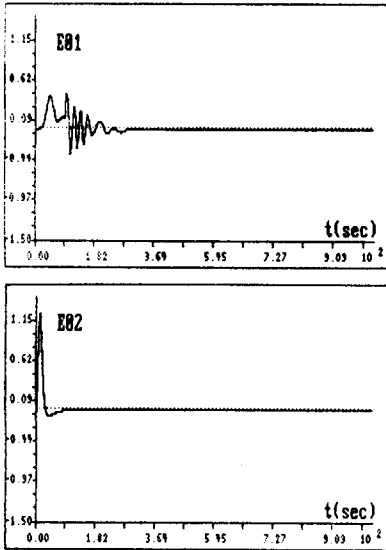


그림 2. 상호간섭이 존재하지 않는 경우  $k_{01} > \|k_1^*\|$ ,  $k_{02} > \|k_2^*\|$  로 인한 영인 잔류추적오차

그림 3은 제어기 매개변수 값을  $k_{01}=2$ ,  $k_{02}=3$  즉,  $k_{01} < \|k_1^*\|$ ,  $k_{02} < \|k_2^*\|$  로 시뮬레이션한 결과로, 상호간섭이 존재하지 않는 경우 잔류추적오차는 영이 아닌 값에 유계됨을 알 수 있다.

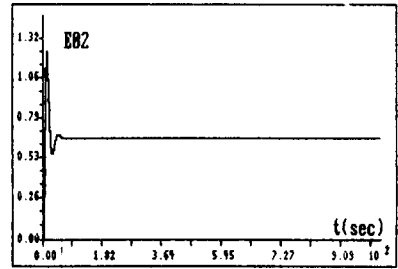
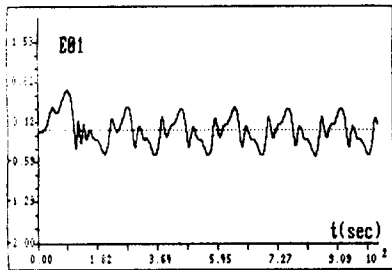


그림 3. 상호간섭이 존재하지 않는 경우  $k_{01} < \|k_1^*\|$ ,  $k_{02} < \|k_2^*\|$  로 인한 영이 아닌 잔류추적오차

#### 4. 결론

비선형성과 유계된 외란을 포함하는 부 시스템들이 임의로 상호 연계되어 있을 때 대규모 시스템의 비집중 적응제어 문제를 다루었다. 상호연계가 약 결합일지라도 비집중 적응제어기는 불안정할 수 있으며 수정된 적응법칙을 이용한 비집중 적응제어기는 유계성을 보장하며 또한 추적오차와 매개변수오차가 유계된 수렴영역에 지수적으로 수렴하는 것을 보였다. 이 수렴영역의 크기는 외란의 유계, 상호간섭의 유계, 임의의 설계 매개변수값에 의존한다. 만약 이들 설계 매개변수를 적절히 선택하면 외란과 상호간섭이 없을 때 추적오차가 영으로 감소하는 것과 같이 추적오차에 대한 수렴영역은 외란의 유계와 상호간섭의 유계에 정확하게 의존함을 알 수 있었다.

#### 5. 참고문헌

- [1] P.A.Ioannou and P.V. Kokotovic, Adaptive Systems with Reduced Models. New York : Springer-Verlag, 1983.
- [2] K.S.Narendra and L.S.Valavani, "Stable adaptive controller design direct control", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. Ac-23, Aug. 1978.
- [3] K.S.Narendra, Y.H.Lin, and L.S.Valavani, "Stable adaptive controller design, PartII: Proof of stability", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. Ac-25, June 1980.
- [4] Y.I.Landau, Adaptive Control: The Model Reference Approach. New York:Marcel Dekker, 1979
- [5] A.N. Michel and R.K.Miller, Qualitative Analysis of Large Scale Dynamical Systems. New York:Academic, 1977

- [6] K.S.Narendra and P.Kudva, "Stable adaptive schemes for system identification and control, Part II," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Vol.SMC-4, PP.552-560, Nov. 1974
- [7] M.S.Mahmoud, M.F.Hassam, M.G.Darwish, "Large Scale Control Systems; Theories and Techniques", Marcell-Dekker, New York, 1978.
- [8] 현민중, "대규모 연계 시스템의 비집중 적응 제어에 관한 연구", 광운대학교 석사학위 논문, 1988