

하천 수질 상태 변수에 따른 수질제어기법연구

A Study on the Technology of Optimum Control of Water Quality based on the State Parameter of Water Quality in a Stream.

심순보*, 한재석**, 심규철***
SHIM, Soon-Bo*, Han, Jae-Seok**, Shim, Kyu-Cheol***

요 약

본 논문의 목적은 하천수질 상태변수에 따른 수자원의 최적 활용을 위해 시물레이션 기법과 Pontryagin의 최대원리를 이용한 최적 제어기법을 적용한 후 비교 고찰함으로써 하천 수질 종합관리를 위한 모형을 연구하는데 있다. 실제 적용을 위해 도시하천인 무심천을 선정하여 현장 실측 및 실험실 분석을 통해 각종 수리, 수문인자와 수질인자를 산정하였다. 수자원의 효율적 관리를 위한 하천 수질 개선방안으로 시물레이션 기법과 최적 제어기법을 이용하여 각 하천 구간별 제어지점에서 우리나라 하천 환경기준치를 만족할 수 있도록 분석하여 두방법의 결과를 비교 평가함으로써 하천 수질종합관리를 위한 모형의 신뢰성과 유용성을 입증하고자 한다.

1. 서 론

오염심화된 하천의 수질상태에 따른 수자원의 최적제어를 위한 수질관리 모형은 하천 유역의 흐름체계와 유수의 수리, 수문학적 특성을 고려한 수질의 시, 공간적 동적 특성을 보다 정확히 표현할 수 있는 하천 수질모형과 하천 수질상태 변수의 변동을 고려한 수자원 최적관리기법의 개발을 필요로 한다. 이의 방법으로 하천수질시스템에 대한 시물레이션 기법과 수질매개 변수의 최적제어기법을 병행 연구하므로써 최적 수질제어 모형을 구성하고자 한다. 그러나, 본 연구와 관련하여 국내, 외를 막론하고 대부분의 하천수질관리에 관한 모형은 수자원의 최적관리 개념없이 단순히 수질 매개변수의 예측에만 국한하고 있는 실정이나, 최근 국내에서 심순보¹⁾ 등은 유량변동에 따른 하천수질관리모형을 하천수질시스템에 대한 시물레이션과 수질 주 상태 변수에 따른 수자원의 최적관리에 관한 연구를 한 바 있다.^{2), 3), 4), 5), 6)} 본 연구의 목적은 단면평균된 2차원 하천 수질모형을 구성하여 시, 공간변화에 따른 증적, 횡적 농도변화를 예측, 분석하고, 하천의 임의 조절단면에서의 수질 주상태변수인 유량, DO 및 BOD의 변동에 따른 수자원의 최적제어를 위해 수질모형에 대한 유량변동 시물레이션과 DO 및 BOD를 하천 수질환경 등급별 기준에 적합하도록 하천유량을 최적화시킬 수 있도록 Pontryagin의 최대(최소) 원리를⁷⁾ 이용한 최적제어기법을 병행연구하므로써 실제 하천의 수질상태변수에 따른 수질제어기법을 연구하여 그 유용성을 입증하는데 있다.

* 충북대학교 공과대학 토목공학과 교수, 기술사

** 충북대학교 대학원 토목공학과 박사과정 수료, 강사

*** 충북대학교 대학원 토목공학과 석사과정

2. 하천 수질 관리 모형화

2.1. 단면평균된 2차원 수질관리모형

자연하천에서 질량의 이송 및 혼합문제를 해결하기 위한 농도지는 1개의 지점치가 아닌 수심평균치 혹은 단면평균치를 사용하였다.^{4,5,6} 또한, 단면에서의 질량운송 현상은 3차원적 특성을 나타내고 시간변화에 대한 함수로 표시된다. 그러나, 실제 적용시 사용되는 각종 매개변수를 고려할 때 2차원 모형으로 구성하는것이 실용적이다. 따라서, 본 연구에서는 단면평균된 질량보존 지배방정식을 구성하고자 한다. 단면평균된 2차원 질량운송 지배방정식은 식(1)과 같은 질량의 이송항과 확산, 분산과정을 포함한 3차원 Convection-Dispersion 방정식을 수심에 대해 적분하면 수심 평균된 질량보존 지배방정식(2)를 구성할 수 있다.^{9,10}

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V_1 \frac{\partial C}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l} \left(E_L \frac{\partial C}{\partial l} \right) \quad (1)$$

여기서, C는 단면평균농도(ppm), l 은 직교좌표계의 방향거리(x, y, z)(m), V_L 은 l 방향의 평균유속(m/sec), E_L 은 방향 분산계수(m^2/sec), t는 시간(hour)이다.

$$h \frac{\partial C}{\partial t} + h \frac{\partial}{\partial x} (V_x C) + h \frac{\partial}{\partial z} (V_z C) = h \frac{\partial}{\partial x} \left(E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + h \frac{\partial}{\partial z} \left(E_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (2)$$

여기서, h는 단면평균수심(m)을 나타낸다. 식(2)를 이용하여 하천 조절용적내의 좌형단면 a에서 우형단면 b까지 횡단쪽 전반에 걸쳐 적분한 후, 적분항을 미분화하기 위해 Leibniz 이론을 이용하고 경계면 $Z = [a, b]$ 에서 $V_z = 0$ 이라 가정하고, $\int_a^b 0 = 0$ 를 단면쪽 B라 정의하고 또한 하상면이나 수표면과 같은 경계면에서 유속이나 질량입자의 이동방향이 평행하다고 가정하면 벡터의 내적공의 성질¹¹⁾을 이용하면 최종적으로 식(3)과 같은 단면 평균된 2차원 질량보존 지배방정식을 구성할 수 있다.⁴⁾

$$A \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (AV_x C) = \frac{\partial}{\partial x} \left(AE_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \left(hE_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \Bigg|_a^b \quad (3)$$

여기서, A는 횡단면 평균 면적(m^2)을 나타낸다. 자연하천내에서 BOD-DO 관계에 영향을 미치는 각종 인자를 고려한 BOD 및 DO에 대한 수질 방정식을 각각 식(4) 및 식(5)와 같이 표현할 수 있다!²⁾

$$S_{<BOD>} = -(K_1 + K_3)AC_b + AB_a + q_1 C_{1(b)} \quad (4)$$

$$S_{<DO>} = -K_1 AC_b + K_2 A(C_a - C_d) - AD_b + q_1 C_{1(d)} \quad (5)$$

여기서, K_1 은 탈산소계수(d^{-1}), K_2 는 재포기계수(d^{-1}), K_3 는 침전 및 흡착에 의한 BOD제거율(d^{-1}), C_b 및 C_d 는 각각 BOD 및 DO농도(ppm), B_a 는 하천구간에 따른 BOD 부가율(ppm/d), D_b 는 수생식물의 호흡에 의한 DO제거율(ppm/d), q_1 은 l 구간에서의 지류 유입량(m^3/sec), $C_{1(b)}$ 및 $C_{1(d)}$ 는 각각 q_1 에서의 BOD 및 DO 농도(ppm)를 나타낸다.

따라서, 단면평균된 2 차원 하천 수질모형은 지배방정식 (3)과 수질방정식 (4), (5)을 합한 식(6)와 같이 구성할 수 있다.

$$A \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (AV_x C) = \frac{\partial}{\partial x} (AE_x \frac{\partial C}{\partial x}) + (hE_m \frac{\partial C}{\partial z}) \Big|_a^b + S \quad (6)$$

2.2. 수치 해석

구성된 단면평균된 2 차원 하천 수질 모형은 초기 및 경계조건이 필요한 편미분방정식이므로 유한차분법을 이용하여 해석할 수 있다. 수치해의 안정성 문제를 포함하는 공간축에서의 변화되는 현상을 해석할 때에 보다 편리한 기법으로 시간적분의 가중인자인 θ 를 고려한 후방차분에 의한 음해법¹³⁾을 단면평균된 지배방정식 (3)과 Source 및 Sink에 관한 수질 방정식 (4), (5)에 적용한 후, 유한차분식의 복잡한 형태를 간략화하기 위해 어떤 함수 f 에 대한 차분식 $\theta f^{t+1} + (1-\theta)f^t$ 를 $f^{t+\theta}$ 라 정의하여 표현할 수 있고, 또한, 지류가 유입되는 합류구간내에서의 흐름상태가 정상상태이고, 완전혼합이 이루어진다고 가정하면 합류점 조건식을 형성할 수 있고, 이 조건식을 이용하면 합류점에서 이송량 및 황적확산량, 증적분산량에 대한 유한차분해룰 구성할 수 있다!⁴⁾ 이와같은 수치해석결과를 직접 전산적용하는 것은 그 처리면이나 효율적인 응용관리면에서 비경제적이므로 각 차분방정식에 대한 시스템을 구성해야 한다. 먼저, 시스템방정식을 구성하기 전에 유한차분된 지배방정식 및 합류점 방정식에 대해 1시간 단계 앞의 농도항으로 정리하면 각각 식 (7), (8)과 같이 표현할 수 있다!⁵⁾

$$[\alpha_1 C_{I-1}^{t+1} + \beta_1 C_I^{t+1} + r_1 C_{I+1}^{t+1}]_J = [P_1]_J \quad (7)$$

$$[\alpha'_1 C_K^{t+1} + \beta'_1 C_M^{t+1} + r'_1 C_I^{t+1} + \omega_1 C_{I+1}^{t+1}]_J = [Z_1]_J \quad (8)$$

여기서, C_{I-1}^{t+1} , C_I^{t+1} , C_{I+1}^{t+1} 은 각각 구간 I-1, I, I+1에서의 1시간 단계 앞의 농도항, α_1 , β_1 , r_1 는 각각 C_{I-1}^{t+1} , C_I^{t+1} , C_{I+1}^{t+1} 항에 대한 상수계수이고, P_1 및 Z_1 는 각각 지배방정식 및 합류점 방정식에서의 시간 t 단계에서의 농도항을 나타낸다. 이를 하천 전구간에 적용하여 선형시스템으로 구성하면 식 (9)와 같이 구성할 수 있다.

$$\underline{F} \underline{X} = \underline{B} \quad (9)$$

여기서, \underline{F} 는 식 (7), (8)의 계수행렬, \underline{X} 는 (t+1) 단계의 농도지행렬, \underline{B} 는 우항에 대한 행렬이다.

합류점이 없을 경우의 계수행렬 \underline{F} 는 띠(Band)형태의 대각행렬로 구성되므로 Thomas 알고리즘¹²⁾을 이용하여 쉽게 해결할 수 있지만, 합류점이 있을 경우엔 띠형태가 아닌 Sparse행렬이 되어 비대칭 \underline{F} 를 분해이론을 도입하여 비대칭행렬로 변환하여 컴퓨터의 저장용량을 최소화시킴으로써 효율성을 제고시킬 필요가 있으므로 본 연구에서는 해결방법으로 Skyline 방법^{12, 14)}을 이용하였다.

3. 수 자원 최적 제어

3.1. 유량변동 시뮬레이션

적용대상하천의 근본적인 수문학적 수질개선대책으로 2장에서 연구된 하천 수질모형을 이용하여 하천유량을 $0.1m^3/sec$ 씩 증가시켜 가면서 유수의 유하 시간후의 하천 수질상태가 우리나라 환경기준치를 만족시킬 때의 하천 유량을 알 수 있도록 수질모형에 대한 유량변동 시뮬레이션을 하였다.

3.2. Pontryagin의 최대원리에 의한 최적제어

3.2.1. 목적함수

하천 하류의 제어단면에서의 DO/BOD 수질상태가 하천수질 환경기준의 등급별 기준치에 적합하도록 식 (10)과 같은 2차 함수형의 목적함수를 구성하였다.

$$\text{Min } J(Q) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{ [b_1(t) - b_d]^2 + [d_1(t) - d_d]^2 + [Q_1(t) - Q_d] \} dt \quad (10)$$

여기서, $b(t)$, $d(t)$, $Q(t)$ 는 각각 t 시간단계에서 BOD(ppm), DO(ppm), 유량(m^3/sec)이고, b_d , d_d , Q_d 는 각각 요망되는 BOD(ppm), DO(ppm), 유량(m^3/sec)를 나타낸다.

3.2.2. 제약조건식의 구성

하천 수질상태에 따른 수자원의 최적제어를 위한 Pontryagin의 최대원리의^{7,8)} 등호제약조건으로서의 상태방정식은 편 미분형의 비선형 하천 수질모형을 선형 시스템으로 전환시킬 필요가 있다. 따라서, 본 연구에서는 S.Rinaldi et al., Beck 과 Young^{15,16)}에 의해 연구된 Laplace 변환과 전달함수(Transfer Func.)를 이용하여 변환시킨 동적 하천수질모형 식 (11)을 등호제약조건으로서 구성하였다.

$$\left. \begin{aligned} b_i(t) &= -(K_1 + \frac{Q_i}{V} b_i(t) + \frac{Q_{i-1}}{V} b_{i-1}(t) \\ d_i(t) &= -K_1 b_i(t) - (K_2 + \frac{Q_i}{V}) d_i(t) + \frac{Q_{i-1}}{V} d_{i-1}(t) + K_2 d_d \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

여기서, V 는 하천구간용적(m^3), i 및 $i-1$ 은 하천구간의 하류단 및 상류단, d_d 는 포화 DO 농도(ppm)이다. 또한, 부등제약조건 및 경계조건으로서 식 (12)와 같이 구성하였다.

$$\left. \begin{aligned} Q_{min} &\leq Q_i \leq Q_{max} \\ b_d &\leq \text{期待置(BOD)}, d_d \geq \text{期待置(DO)} \\ b(t_0) &= b_0, d(t_0) = d_0, t_0 = 0 \\ t_f, b(t_f), d(t_f) &= \text{free} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

3.2.3. Pontryagin의 최대원리 적용

목적함수식(10)과 상태방정식(11)을 이용하여 Hamiltonian, \mathcal{H} , 을 구한 후 제어벡터인 Q_i 에 대해 최대화시키는 필요조건 $\partial \mathcal{H} / \partial Q_i = 0$ 으로부터 기대유량 Q_d 와 Lagrange multiplier, λ , 와의 최적 관계식을 구할 수 있다. 또한, λ 을 이용하여 λ 에 대한 공역상태방정식 $\dot{\lambda}$, 및 λ_2 를 구하고, 경계조건식 으로부터 식 (12)를 이용하면 $\lambda(t_f) = 0$, $\mathcal{H}(t_f) = 0$ 과 같은 경계조건을 구할 수 있으므로 최적 λ 를 산정할 수 있다. 따라서, 이들을 이용하면 목적함수식을 만족시킬 수 있는 기대유량 Q_d 를 구할 수 있다.

4. 적용 및 고찰

본 연구의 적용대상하천으로서 비교적 오염도가 높은 무심천을 선정하여 필요한 각종 수리·수문자료와 수질자료를 총적으로 12개 단면, 횡적으로 5개 구간으로 나누어 현장 실측 및 실험실 분석을 통해 산정하였다.^{1,6)}

산정된 각종 자료를 이용하여 단면 평균된 2차원 하천 수질모형의 검증을 위해 시간변동(Fig.1.) 및 공간변동(Fig.2.)에 따른 총적 BOD/DO 농도변화와 주요지점에서의 횡적 농도변화(Fig.3.)를 예측하여 본 결과 비교적 실측치와 일치하고 있음을 알 수 있었다!⁶⁾

또한, 하천내 제한된 수자원을 최적활용하기 위해 적용된 Pontryagin의 최적제어법칙과 유량변동에 따른 하천 수질모형의 시물레이션 결과는 각각 Fig.4.와 Fig.5.과 같다. Fig.4.에서 알 수 있듯이 λ_1, λ_2 가 0.5-1.5 Km 구간에서 큰 변화를 나타낸 것은 수질상태가 외부요인에 의해 심히 오염된 것으로 분석되며, 계속해서 증감된 현상으로 보아 실제 하천 수질상태가 계속 오염심화된 것을 알 수 있었고, 그에 따라 기대유량도 계속 증가하여 최종 제어단면에서 $5.8 \text{ m}^3/\text{sec}$ 가 요망되는 것으로 나타났다. 또한, 유량변동 시물레이션 결과는 Fig.5.으로부터 전구간을 통해 DO가 3 급 하천 수질기준치인 5 mg/l 이상이 되는 경우는 $6 \text{ m}^3/\text{sec}$ 의 유량변동 시물레이션을 실시한 것으로 분석되어 Pontryagin의 최대원리를 적용한 결과와 유사하게 나타났다.

5. 결 론

본 연구는 하천 수질상태변수에 따른 수질제어기법을 연구하는 것으로 다음과 같은 연구결과 결과를 도출할 수 있었다.

- 1) 하천 수질관리모형의 구성은 단면 평균된 2차원 질량운송 지배방정식에 BOD 및 DO에 대한 수질방정식을 첨가시켜 구성하였으며, 하천 수질모형화를 위한 수치해석은 시간적분법의 가중인자를 고려한 유한차분법을 사용하여(시간단계 앞의 농도항으로 구성하였으며, 이를 전구간에 적용하여 선형 시스템으로 표현하였다.
- 2) 방대한 수질시스템을 해결하기 위해 분해기법을 도입하여 실제 전산운용의 효율성을 제고하였다.
- 3) 실제 적용을 위해 도시 하천인 무심천을 적용대상 하천으로 선정하여 수질관리 모형화에 필요한 각종 수리.수문학적 자료와 수질자료를 현장 및 실험실 분석을 통해 구하였다.
- 4) 분석된 자료를 이용하여 하천내의 DO/BOD 변화상태를 시간 및 종. 횡적 공간 변화에 따라 예측분석하였으며 그 결과는 대체적으로 좋았다.
- 5) 하천 수질상태변수에 따른 수질제어기법으로서 Pontryagin의 최적제어기법을 이용한 결과 최종제어단에서 약 $5.8 \text{ m}^3/\text{sec}$ 의 유량이 요망되었으며, 이의 비교분석을 위해 유량변동 시물레이션 실험을 한 결과 $6 \text{ m}^3/\text{sec}$ 의 유량이 필요한 것으로 나타나 최적제어기법의 결과와 비슷하게 분석되었다.
- 6) 이와같은 연구결과로 보아 오염심화된 소하천의 수질개선 방안으로서 기존유량의 4-5배 정도의 유량변동하에서 하천 수질이 개선됨으로 그 유입성을 입증할 수 있었다.

감사의 말

본 논문은 충북대학교 수자원.수질환경 연구실의 연구원 및 대학원 석.박사 과정의 많은 학생들의 헌신적 노력과 한국과학재단(과제번호 862-1303-013-2)으로부터 연구비의 일부 지원에 의해 가능 하였으므로 이에 깊은 감사말 포함합니다.

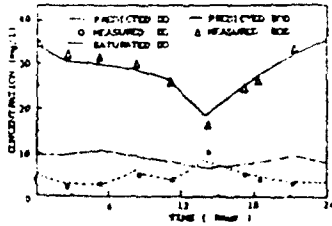


FIG.1. The profile of daily DO/BOD/C_s at section R7W1 DOWN (22/4, 1986).

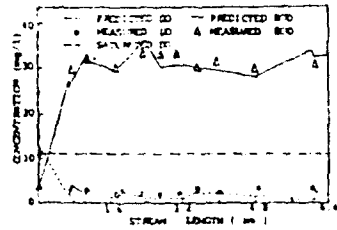


Fig.2. The profile of longitudinal DO/BOD/C_s along the stream length at time 06:00-09:00, 22/4, 1986.

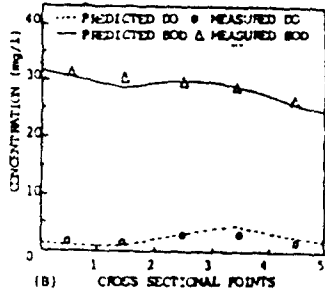
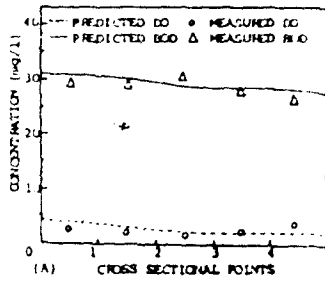
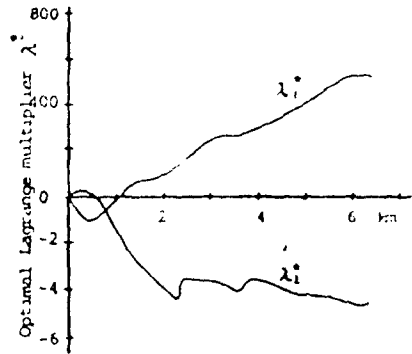
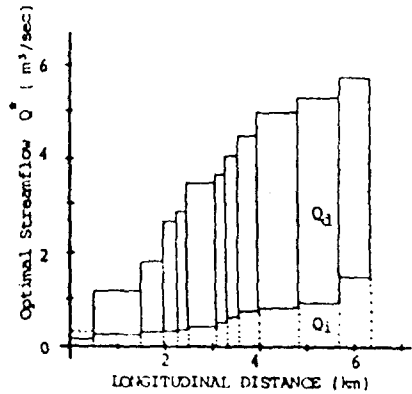


Fig.3. The profile of transverse DO/BOD at cross sectional points of (A) R4W1 DOWN (B) R7W1 DOWN.



(A) The trajectories of λ^*



(B) The optimal desired Q^*

Fig.4. The relationship between optimal Q^* and its coefficient λ^* in the \mathcal{K} .

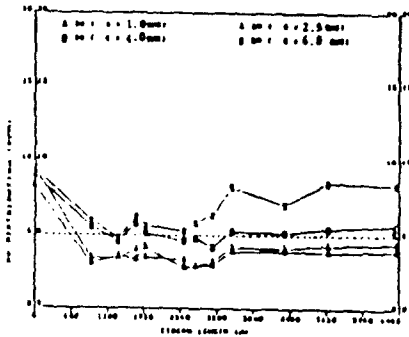


Fig.5. The DO distribution along the increased streamflow after delay time 12 hr.

참 고 문 헌

1. 심 순 보 외, '도시하천의 수자원 최적관리를 위한 다자원 수질모델의 개발', 한국과학재단, No. 862-1303-013-2, 1988.
2. Water Resources Engineers, 'Computer Program Documentation for the Enhanced Stream Water Quality Model QUAL2B', U.S. EPA, 1985.
3. U.S. EPA, WASP3, EPA/600/3-86/039, 1987.
4. 심 순 보, 한 재 석, '도시하천의 수자원 최적관리를 위한 다자원 수질 모형의 개발(I): 다자원 하천 수질 모형의 개발', 충북대학교 건설기술 연구소 논문집, Vol.7, No. 2, p. 11-18, Mar, 1989.
5. 심 순 보, 한 재 석, '도시하천의 수자원 최적관리를 위한 다자원 수질 모형의 개발(II): 하천 수질 시스템 및 전산 프로그램 개발', 충북대학교 건설기술 연구소 논문집,
6. 심 순 보, 한 재 석, '도시하천의 수자원 최적관리를 위한 다자원 하천 모형의 개발(III): 모형의 적용 및 고찰', 충북대학교 건설기술 연구소 논문집, Vol.7, No.2, p. 33-42, Mar, 1989.
7. Rozoner, L.I., L.S., 'Pontryagin's Maximum Principle in Optimal Control Theory', Automation and Remote Control, Vol.1, No. 20, Oct., Nov., Dec. 1959.
8. Donald E. Kirk, 'Optimal Control Theory', p. 227-240, Prentice-Hill Inc., 1970.
9. Forrest M. Holly, Jr., 'Two-dimensional Mass Dispersion in Rivers', Hydr. Papers, No.78, 1975.
10. S. Rinaldi, R. Soncini-Sessa, H. Stehfest, H. Tamura, 'Modeling and Control of River Quality', p. 48-55, McGraw-Hill Inc., 1979.
11. Francis B. Hilderbrand, 'Advanced Calculus for Application', p. 364-365, 2nd Ed., Prentice-Hill, 1976.
12. Carlos E. M. Tucci, 'Hydraulic and Water Quality Model for a River Network', C. S. Univ., Ph.D. Dissertation, 1978.
13. Leon Lapidus, G. F. Pinder, 'Numerical Solution of Partial Differential Equation in Science and Engineering', p.149-162, John Wiley and Sons, 1982.
14. K. Bathe, E. L. Wilson, 'Numerical Methods in Finite Element Analysis', Prentice-Hill Inc., 1976.
15. S. Rinaldi, R. Soncini-Sessa, H. Stehfest, H. Tamura, 'Modeling and Control of River Quality', p. 117-128, 179-181, 195, McGraw-Hill Inc., 1979.
16. Beak, M. B. and Young, P. C., 'Systematic Identification of DO-BOD Model Structure', J. Env. Eng. Div., Proc. ASCE, 102, p. 909-927, 1976.