2 차원 모형수로에서 누적유량을 이용한 횡확산

(Transverse mixing in two dimensional laboratory channel with cumulative discharge)

부산대학교 석사과정 김 병 달

부산대학교 박사과정 김 원 규

부산대학교 조교수 박 상 길

부산대학교 교 수 강 주 복

1. 서 론

산업사회가 고도로 발달함에 따라 공장 지역에서 방출되는 폐수와 가정에서 나오는 많은 생활 오수들은 우리가 계속 이용하고 있는 하천을 크게 오염시키고 있다. 그러므로 계속 이용되고 있는 유역의 수질에 대한 감시와 예측은 최근에 사회의 큰 문제로 대두되고 있는 식수의 안전성확보 및 하천수질 관리계획으로서 아주 중요한 의미를 갖는다.

본 연구는 만곡을 이루면서 흐르는 불규칙 자연수로에서 용질의 정상상태 2차원 분포를 예측하므로서 취수구의 위치 선정과 수질관리 및 자연 생태계 보호에 대한 기본적인 계획수립에 보탬이 되고자 하였다.

본 연구에서는 횡축으로 횡단거리 대신 횡누적유량을 채택하고 종축을 흐름방향으로 정하는 자연좌표계를 사용하므로서 자연하천에서의 2차원 확산방정식은 직선 Prismatic 수로의 방정식과 같이 오직 2개의 항을 갖도록 하였다.

다른 많은 연구에서는 흐름에서 생기는 횡방향유속을 무시하였으나 본 연구에서는 횡누적유량을 하나의 축으로 채택하므로서 이러한 횡방향유속을 고려할 수 있고 수로폭과 수로곡률의 영향을 자연흐름에 알맞게 맞춰서 Diffusion factor 에 미리 포함시켜 보다 정도를 높이려 하였다.

본 연구에서는 Yotsukura and Sayer 가 유도한 방정식을 기본으로 하고 Stone and Brian 이 제안한 차분방법을 이용하여 자연하천에 대한 적용성을 밝히기 위해 수치모형화를 시도하였다. 이 수치모형은 만곡수로의 전 단계로서 실험실의 직선 구형수로에서의 실험을 통해 검정을 실시하고 후속실험으로 자연하천에서의 실험을 통해 검정을 실시할 예정이다.

2. 지배 방정식

오염원이 깊이 방향으로 잘 퍼져 있을 때 2차원 연속 방정식과 확산 방정식은 자연좌표계에서 다음과 같다.

$$m_x m_z \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(m_z h v_x) + \frac{\partial}{\partial z}(m_x h v_z) = 0 \quad \text{----------(1)}$$

$$m_x m_z \frac{\partial (hc)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(m_z h v_x c) + \frac{\partial}{\partial z}(m_x h v_z c)$$
$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{m_z}{m_x} h e_x \frac{\partial c}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{m_x}{m_z} h e_z \frac{\partial c}{\partial z}\right) \quad \text{---------(2)}$$

여기서, t 는 시간, x,z 는 흐름방향 및 횡단방향거리, v_x,v_z 는 깊이평균 유속 성분, h 는 수심, c 는 깊이평균농도, e_x,e_z 는 x 와 z 방향의 확산계수, m_x,m_z 는 유로의 만곡에 의한 거리보정계수이다.

본 연구에서 사용한 좌표계는 그림.1 과 같이 x 축을 우안에 일치시키고 z 축은 x 축과 직교하는, 하천을 가로지르는 선으로 하는 자연 좌표계이다.

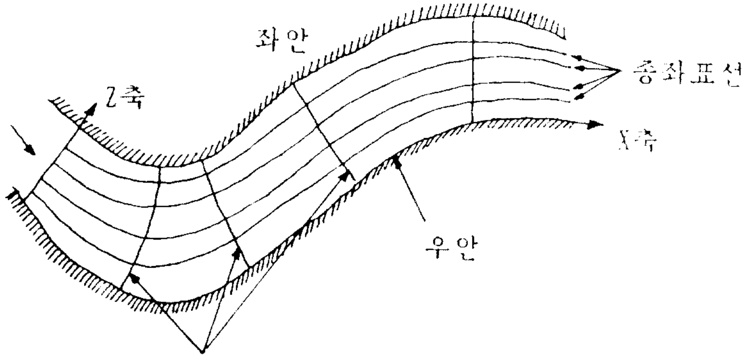


그림.1. 기본 좌표계

흐름 및 오염원이 정상상태 일 때 시간도함수항은 소거되며 $q_c = \int_0^z m_z h v_z \, dz$ 를 도입하여 변수 z 대신에 q_c 를 사용하면 식(3)이 된다.

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial q_c}\left(m_x h^2 v_z \frac{\partial c}{\partial q_c} \right) \qquad \text{------------------------(3)}$$

식(3)은 무차원 유량계수 η 를 사용하여 식(4)와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{1}{Q^2}\frac{\partial}{\partial \eta}\left[D_z(x,\eta)\frac{\partial c}{\partial \eta} \right] \qquad \text{--------------------(4)}$$

여기서 $\eta = \frac{q_c}{Q}$ (좌안에서 η =0 , 우안에서 η =1)

Q = 단면의 총유량

D_z (Diffusion factor) = $v_z h^2 m_x E_z$

3. 수치 해석

2차원 정상상태 확산 방정식을 해석하기 위해 Stone and Brian 이 제안한 Implicit 유한 차분법을 사용하였다.

앞의 식(4)에서

$$\frac{\partial c}{\partial x} + V\frac{\partial c}{\partial \eta} = D\frac{\partial^2 c}{\partial \eta^2} \qquad \text{------------------------------(5)}$$

여기서 $V = -\frac{1}{Q^2}\frac{\partial D_z}{\partial \eta}$, $D = \frac{1}{Q^2}D_z$ 이다.

그림.2 에 나타난 격자점을 따라 차분화 하면 다음식이 된다.

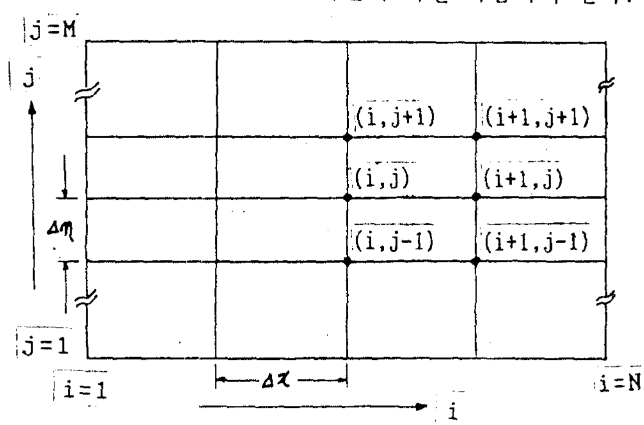


그림.2. 차분 격자

$$\frac{1}{\Delta x}\left[g\left(C_{i+1,j}-C_{i,j}\right) + \frac{\theta}{2}\left(C_{i+1,j-1}-C_{i,j-1}\right) + m\left(C_{i+1,j+1}-C_{i,j+1}\right)\right]$$

$$+ \frac{V_{i,j}}{\Delta\eta}\left[a\left(C_{i,j+1}-C_{i,j}\right) + \frac{\varepsilon}{2}\left(C_{i,j}-C_{i,j-1}\right) + b\left(C_{i+1,j+1}-C_{i+1,j}\right) + d\left(C_{i+1,j}-C_{i+1,j-1}\right)\right]$$

$$= \frac{D_{i,j}}{2(\Delta\eta)^2}\left[\left(C_{i,j+1}-2C_{i,j}+C_{i,j-1}\right) + \left(C_{i+1,j+1}-2C_{i+1,j}+C_{i+1,j-1}\right)\right] \qquad \text{------------------------------(6)}$$

여기서 $a+\frac{\varepsilon}{2}+b+d=1$, $g+\frac{\theta}{2}+m=1$ 을 만족해야 한다.

Stone and Brian 은 V 와 D 가 상수일 때 수치 모형과 해석해를 비교함으로서 가중계수가 아래와 같은 값을 가질 때 근사된 값을 갖는다는 것을 발견하였고 또한 V 와 D 가 상수가 아닌 일반적인 경우에도 아래와 같은 값을 갖는다는 것을 보였다.

$g=\frac{2}{3}$, $\frac{\theta}{2}=m=\frac{1}{6}$, $a=b=d=\frac{\varepsilon}{2}=\frac{1}{4}$.

본 연구에서도 이 값을 사용하여 수치모형화 하였다.

식(6)은 다음의 Matrix 형으로 쓰여질 수 있다.

$$\begin{pmatrix} q_2 & -r_2 & & & & \\ -p_3 & q_3 & -r_3 & & & \\ & -p_4 & q_4 & -r_4 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & & -r_{M-1} \\ & & & & -p_M & q_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{i+1,2} \\ C_{i+1,3} \\ C_{i+1,4} \\ \vdots \\ C_{i+1,M-1} \\ C_{i+1,M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ \vdots \\ S_{M-1} \\ S_M \end{pmatrix}$$

여기서, $q_j = \frac{g}{\Delta x} + D_{ij}\frac{1}{(\Delta\eta)^2} + V_{ij}\frac{1}{\Delta\eta}(d-b) \qquad (j=2.3 \cdots M)$

$$P_j = -\frac{\theta}{2}\frac{1}{\Delta x} + D_{ij}\frac{1}{2(\Delta\eta)^2} + V_{ij}\cdot\frac{1}{\Delta\eta}d \qquad (j=3.4 \cdots M)$$

$$r_j = -\frac{m}{\Delta x} + D_{ij}\frac{1}{2(\Delta\eta)^2} - V_{ij}\frac{1}{\Delta\eta}b \qquad (j=2.3 \cdots M-1)$$

$$\begin{aligned} S_j = C_{i,j-1}&\left[\frac{\theta}{2}\frac{1}{\Delta x} + D_{ij}\frac{1}{2(\Delta\eta)^2} + V_{ij}\frac{\varepsilon}{2\Delta\eta}\right] \\ &+ C_{ij}\left[\frac{g}{\Delta x} - D_{ij}\frac{1}{(\Delta\eta)^2} - V_{ij}\frac{1}{\Delta\eta}\left(\frac{\varepsilon}{2} - a\right)\right] \\ &+ C_{i,j+1}\left[\frac{m}{\Delta x} + D_{ij}\frac{1}{2(\Delta\eta)^2} - V_{ij}\frac{a}{\Delta\eta}\right] \qquad (j=2.3 \cdots M) \end{aligned}$$

하천경계조건과 초기단면의 농도분포는 다음식으로 주어진다.

경계조건 : $\left.\frac{\partial c}{\partial\eta}\right|_{\eta=0} = \left.\frac{\partial c}{\partial\eta}\right|_{\eta=1} = 0$

초기조건 : $C(0,\eta) = f(\eta)$

단, $f(\eta)$ 은 농도분포의 실측치이다.

횡확산계수 E_z 는 횡확산의 강도를 나타내는 인자이며 연직확산계수 E_y 나 종분산계수 E_x 와 달리 이론적으로 나타내기가 어려우므로 다음식과 같은 경험식을 이용하였다.

$$E_z = \alpha_z H U_*$$

여기서 α_z는 무차원 횡확산계수, H 는 단면평균수심, U_* 는 마찰속도이다. α_z 는 수로 특성에 따라 즉 수심과 폭의 비에 따라 조금씩 변하는 경험적 계수이므로 α_z 의 값을 여러가지 값으로 변화시켜서 수치모형의 계산결과와 실측결과의 적합도를 검토하여 수로의 특성을 조사하였다.

4. 결과 및 고찰

실험장치의 제원은 수로길이 15m , 수로폭 0.9m 의 직선 구형수로이고 , 실험조건은 조사구간길이 7.5m , 유량 0.011m^3/sec ,수심 6.5 - 7 cm, 수로경사는 8×10^{-4} 이다. 실험방법은 수로폭을 10개의 Stream tube 로 나누고 각 단면마다 Stream tube 의 중앙에서 유속,수심과 농도를 측정하였다. 유속측정은 Current meter 를 사용하였고 농도는 Rothamine B dye 를 사용하여 수로의 중앙과 우안에서 15cm 떨어진 점에서 주입하고 주사기로 채취하여 자외선 분석기로 분석하였다.

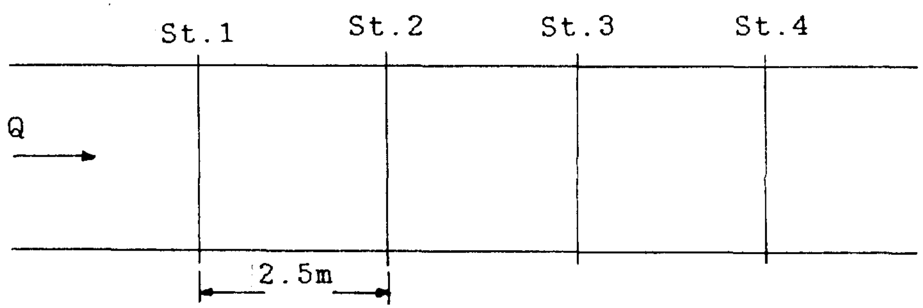
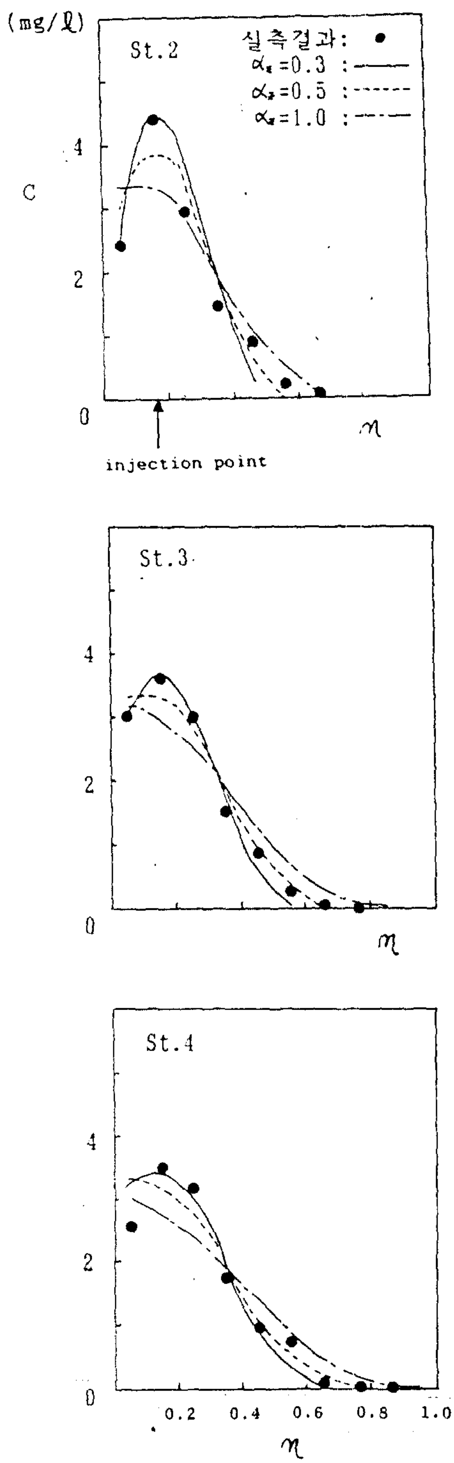


그림.3. 실험 구간

실측결과와 수치결과는 무차원 확산계수를 0.1 - 1.2 에 걸쳐서 얻은 값을 각단면마다 비교하였다. 그림.4 와 같이 결과는 무차원 확산계수 α_z 가 0.3 일 때 가장 근사한 것을 알 수 있다.

본 연구는 2차원 모형수로에서의 수리 실험 결과를 기초로 하여 하천의 2차원 수질 확산 현상에 대한 누적유량 모형의 적용성을 검토하였다. 지금까지의 진행된 내용을 요약하면 곡률이 고려되지 않는 직선 구형수로에서는 수치모형과 횡확산 현상의 결과가 비교적 양호하게 나타났으며 하류로 내려오면서 보존성 물질인 Rothamine B dye 의 Total Mass 가 실측치 상에서 어느 정도 줄어드는 현상을 보이는데 이것은 채취시의 오차와 자외선 분석기의 분석한계로 아주 작은 농도는 감지하지 못하기 때문인 것으로 생각된다.



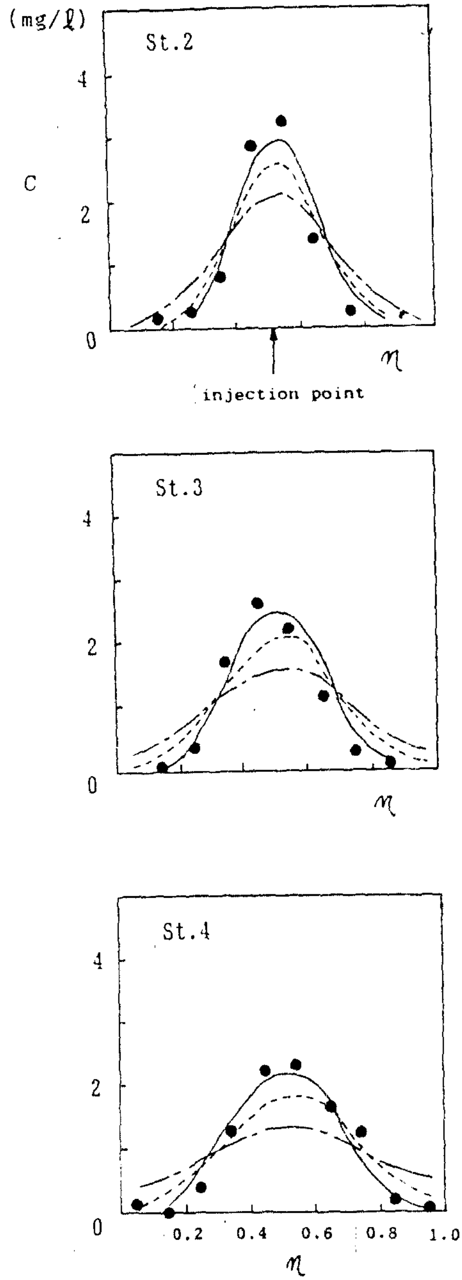


그림.4. 수치결과와 실측결과의 비교