

나트륨 D선의 PEAK SHIFT를 이용한 고압나트륨등 봉입기체의 분압 측정

'89추계학술발표회

89-4

Measurement of gas partial pressures of HPS lamp
using peak shift of sodium D-lines

구 자남 존 승현 김 창섭 지철근

서울대학교 공과대학 전기공학과

J.N. Ku, S.H. Son, C.S. Kim, C.K. Chee
Dept. of Electrical Eng. Seoul National Univ.

요 약

고압 나트륨-수은 방전에서 파인 D선의 파란 날개와 빨간 날개 최대값의 이동과 분압 사이의 관계들을 나타내는 식을 유도했고 이식으로 실험을 해서 타당성과 유용성을 검증했다. 반데르발스 모델이 나트륨과 수은 원자 사이의 상호작용에 대한 계산으로서 사용된다. 모노크로메타로부터 쉽게 측정되어지는 변수 (빨간 날개 최대값의 이동과 파란 날개 최대값의 이동) 로부터 나트륨-수은 방전에서의 나트륨, 수은 압력을 구하는데 유용하고 편리한 식을 유도하였고 이를 이용하여 400W 나트륨등의 나트륨 분압을 구하였다.

Astract

Relationships between partial pressures and shifts of blue wing and red wing maxima of the self reversed D lines in a high-pressure sodium-mercury discharge have been calculated. A van der Waals model is used in the calculation of the interaction between sodium and mercury atoms. A useful and convenient formula has been derived for estimating mercury pressure in a sodium-mercury discharge from easily measured parameters (the shift of red wing maximum and the shift of blue wing maximum). And using this fomular, calculated

the sodium pressure in 400W sodium lamp from Philips.

I. 서 론

고압나트륨등의 동작중 나트륨 증기압을 계산하는 것은 등진단에 대한 흔히있는 관심의 문제이다. 많은 사람들이 고압나트륨등으로부터 이론적으로, 실험적으로 나트륨 공진선을 연구해왔다. 나트륨의 공진선의 넓게 퍼지고 파인 형태(self-reversed profile)는 방전 플라즈마의 온도와 압력에 의존한다. 나트륨 방전에서의 파인 공진선의 형태는 대칭적이다. 파인선의 두 최대값 사이의 파장의 차이는 나트륨 압력뿐만 아니라 온도에도 의존한다. 어떤 이들은 쌍곡선 온도 분포를 사용했으나 웨이마우스(Waymouth)에 의해 고압나트륨등의 기본 아크 모델에서 이 단계 온도분포를 사용했다. 나트륨-수은 방전에서 파인 형태는 비대칭적이다. 파란 날개 최대값의 이동(shift of blue wing maxima)은 단지 나트륨 압력에만 의존하고, 빨간 날개 최대값의 이동(shift of red wing maxima)은 나트륨과 수은 압력 모두에 의존한다.

Broadening은 자연선폭과 여기된 원자의 열 운동에 의한 Doppler broadening이 있으나, 여기서는 대부분이 나트륨 원자와 주위의 다른 입자들과의 상호작용에 의해 나트륨의 에너지 준위가 ΔE 만큼 이동하기 때문이다.

여기된 나트륨원자가 전자나 이온과의 상호 작용에 의한 것은 Stark broadening, 다른 나트륨 원자와의 것은 Resonance 그리고 다른 중성 입자-고압 나트륨등의 경우는 수은 원자-와의 것은 van der Waals broadening 이라한다. 그리고 파장이 짧은쪽 보다 긴쪽, 즉 붉은색 쪽의 broadening 이 더 많은데 이것은 수은의 첨가로 인한 van der Waals broadening에 의한것이다.

D선의 중심부가 반전된 것은 자체 흡수에 의한것으로서, 이것은 발광하고 있는 고온의 플라즈마 중심부가 이보다 온도가 낮은 차가운 나트륨 증기로 둘러싸여 있어서 D선의 중심부가 이 차가운 나트륨증기에 흡수되기 때문이다.

이 연구의 목적은 다음과 같다.

(1) 쌍곡선과 이단계 온도 분포에 대해 나트륨의 파인 공진선의 파란 날개최대값의 이동과 나트륨 압력 사이의 관계를 계산한다. 계산의 결과들은 이단계 온도 분포에 대한 결과가 오자키(Ozaki)의 실험결과 들과 일치함을 보여준다.

(2) 수은과 나트륨 원자들 사이에 반데르발스 상호작용이 존재한다는 것을 가정하면서 수은 압력과 비대칭 날개 최대값의 이동과의 정량적인 관계들을 계산한다. 고압나트륨등에서 수은 압력을 계산하는데 있어 유용하고 편리한 공식을 준다. 이 식에 의거하여 실험을 수행하여 이론의 타당성을 검증한다.

II. 이론적 계산

A. 나트륨의 반전된 공진선의 파란 날개 최대값의 이동

실린더형의 대칭인 부분적 온도 평형(L.T.E.) 플라즈마에서 생기는 파인 공진선의 강도 분포는 방사전달식(R.T.E.)으로부터 얻어진다. 플라즈마 방사가 반경 방향으로 관찰될 때 파인 공진선의 최대값의 광학적 깊이(optical depth)는 근사적으로 1과 같다. 즉

$$\tau = \int_0^R K\nu(x) dx \approx 1.05, \quad (1)$$

여기서 $K\nu$ 는 주파수 ν 에서 플라즈마의 흡수계수(absorption coefficient)이다.

$$\begin{aligned} K\nu(x) &= \frac{\pi e^2}{m c} N(x) P\nu \\ &= \frac{\pi e^2}{m c} N(x) \left\{ \frac{\frac{1}{2} f_1 \gamma}{\pi [(\nu-\nu_0)^2 + (\frac{1}{2} \gamma)^2]} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\frac{1}{2} f_2 \gamma}{\pi [(\nu-\nu_0)^2 + (\frac{1}{2} \gamma)^2]} \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

여기서 e 와 m 은 각각 전자의 전하와 질량이고 c 는 빛의 속도, $N(x)$ 는 좌표 x 에서 흡수 원자 밀도, f_1 과 f_2 는 D선의 발진세기(oscillator-strengths), $P\nu$ 는 분광선의 분포형태, γ 는 공진 퍼짐의 분광선폭(spectral linewidth of resonance broadening)이다. 분광선 퍼짐 이론(spectral line broadening theory)에 따라 계산된 값이 테이블 I에서 보여진다. 나트륨 원자 밀도 N 은 cm^{-3} , 분광선폭 γ 는 \AA 의 단위이다. 이론적인 값들은 와타나베(Watanabe)의 실험값과 근사적으로 일치한다. 온도 분포 형태는

(1) 쌍곡선 분포는

$$T = T_0 - (T_0 - T_w) \rho^2 \quad (3)$$

로 주어지고

(2) 이단계 분포에 대하여는

$$\begin{aligned} T &= T_0 & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ T &= T_w & \rho_0 < \rho \leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

로 주어진다. 여기서 $\rho = \frac{x}{R}$, R 은 방전

관의 반경이다. 웨이마우쓰에 의해 주어진 ρ_0 의 값은 단위 길이당 입력 Pz 와 파란 날개 최대값의 이동 $\Delta\lambda_B$ 와 방전관 반경에 의존한다.

$$\rho_0 = \left[\frac{[Pz / (\Delta\lambda_B)^{1/2}] - 4}{133.3} + 0.605 \right] \quad (5)$$

여기서 $\Delta\lambda_B$ 는 나트륨 방전과 나트륨-수은 방전에 대해 모두 같은 값을 갖는다. 400W 고압나트륨등의 전형적인 경우 $\rho_0 = 0.655$ 이고 $\Delta\lambda_B$ 는 더블렛(doublet)의 파장차 보다 훨씬 크다.

$$\Delta\lambda_B \gg |\lambda_{02} - \lambda_{01}| \quad (6)$$

이러한 조건하에서, 식(1)-(4)의 $\Delta\lambda_B$ 의 해는

$$\Delta\lambda_B = \frac{\lambda^2 e}{c k} \left[\frac{C_f}{2.1mc} \right]^{1/2} (fR)^{1/2} \left[\frac{\rho_0}{T_0^2} + \frac{1-\rho_0}{T_w^2} \right]^{1/2} P \quad (7)$$

여기서 $P = NkT$, k 는 볼츠만 상수, 상수 $C_f = 0.8 \times 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{sec}$ 는 와타나베에 의해 주어지고 $f = f_1 + f_2 = 0.624 + 0.312$ 는 그림(Griem)에 의해 주어진다. 400W 고압나트륨등의 전형적인 경우 ($T_0 = 4000^\circ\text{K}$, $T_w = 1500^\circ\text{K}$, $2R = 0.7 \text{ cm}$)에 대한 $\Delta\lambda_B$ 의 계산된 결과들은 식(8), (9)에서 다음과 같다.

$$\Delta\lambda_B = 0.36P, \quad \text{쌍곡선 온도 분포에 대해} \quad (8)$$

$$\Delta\lambda_B = 0.50P, \quad \text{이단계 온도 분포에 대해} \quad (9)$$

여기서 나트륨 압력 P 는 Torr, $\Delta\lambda_B$ 는 Å으로 주어진다. 식(9)로부터 계산된 $\Delta\lambda_B$ 의 값들은 오자키의 실험결과들과 잘 일치한다. (그림 1)

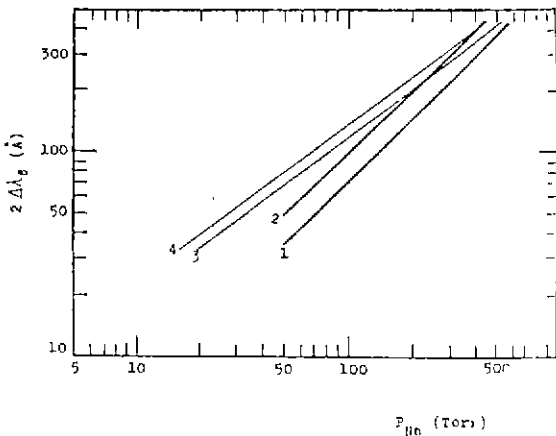


그림 (1) The shift of blue wing maximum of sodium self-reversed resonance line as a function of sodium vapor pressure. Curve 1-the calculated result for the parabolic temperature profile; curve 2-the calculated result for the two-step temperature profile; curve 3 and 4 -Ozaki's experimental results for discharge currents $I=5\text{A}$ and $I=6\text{A}$, respectively.

B. 나트륨의 반전된 공진선의 빨간 날개 최대값의 이동

나트륨-수은 방전의 경우, 비대칭 퍼짐은 나트륨과 수은 원자들 사이의 반데르발스 상호작용에 의한 것이다. 분광선 분포 형태(spectral line profile)는

$$P(\nu - \nu_{01}) = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\gamma_3 + \gamma_6}{(\nu - \nu_{01} - \Delta_6)^2 + [1/2(\gamma_3 + \gamma_6)]^2} \quad (10)$$

여기서 γ_3 는 공진퍼짐폭(resonance broadening width)이고, γ_6 와 Δ_6 는 각각 반데르발스 퍼짐폭과 이동값(van der Waals broadening width and shift)이다. 린드홀름 이론(Lindholm theory)에 따르면, γ_6 와 Δ_6 는

$$\gamma_6 = \frac{1}{2\pi} 17.0 C_6^{2/5} v^{3/5} N_{H\#} \quad (11)$$

$$\Delta_6 = \frac{1}{2\pi} 6.16 C_6^{2/5} v^{3/5} N_{H\#}$$

여기서 $N_{H\#}$ 는 수은의 밀도, v 는 나트륨과 수은 원자들 사이의 상대속도이다.

$$v = \left[\frac{8RT}{\pi} \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) \right]^{1/2} \quad (12)$$

그리고 C_6 는 반데르발스 상호작용 상수이다. 론콘(Loncon)은 양자역학 계산에 의해 상태(state) k 에서 방출되는 원자와 그 상태에 있는 다른 교란된 원자 사이의 교란 에너지(perturbation energy) ΔE 를 처음으로 구했다.

$$\Delta E = \frac{1}{r^6} \frac{3e^4 h^4}{2m^2} \sum_{k \neq k'} \sum_{l \neq l'} \frac{f_{kk'} \cdot f_{ll'}}{(E_{k'} - E_k)(E_{l'} - E_l)(E_{k'} - E_k + E_{l'} - E_l)} \quad (13)$$

여기서 r 은 두 원자 사이의 거리이고 f 와 E 는 각각 원자의 발진세기(Oscillator strength)와 에너지이다. Unsöld의 근사 공식에 따라 반데르발스 상수를 계산하면

$$\Delta E = \hbar \Delta \omega = \hbar \frac{2\pi C_6}{\gamma^6} \quad (14)$$

$$C_6 = \frac{5}{2} \frac{e^2 a_0^2}{h} \alpha_p \left\{ \frac{13.6}{E_{00}^{Na} - E_k^{Na}} \right\}^2 \quad (15)$$

여기서 a_0 는 보아 반경(Bohr radius), E_{00}^{Na} 와 E_k^{Na} 는 각각 나트륨 원자의 이온화 전위(Ionization potential)와 여기전위(Excitation potential)이고 수은 원자의 분극도(Polarizability) α_p 는

$$\alpha_p = 51.7 \times 10^{-25} \text{ cm}^3/\text{sec} \quad (16)$$

Unsöld의 공식을 사용하여

$$C_6 = 2.52 \times 10^{-31} \text{ cm}^3/\text{sec} \quad (17)$$

식 (12)와 (13)에 따라 나트륨등의 전형적인 경우에 반데르발스 퍼짐폭 γ_6 는

$$\gamma_6 = C' N_{Na} \quad (18)$$

여기서 C' 은 속온도($T_0 = 4000^\circ\text{K}$)와 벽온도($T_w = 1500^\circ\text{K}$)에서 계수들의 평균값이다.

$$C' = 0.21 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{sec} \quad (19)$$

나트륨 압력 P_{Na} 에 대한 수은 압력 P_{Hg} 의 비는 α 와 같다.

$$P_{Hg} = \alpha P_{Na} \quad , \quad N_{Hg} = \alpha N_{Na} \quad (20)$$

가정에 의해서

$$\Delta \nu_{k,B} \gg \gamma_3 + \gamma_6 \quad (21)$$

그리고 식 (1), (2), (10), (11)로부터 빨간 날개 최대값의 이동 $\Delta \lambda_R$ 와 파란 날개 최대값의 이동 $\Delta \lambda_B$ 사이의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\Delta \lambda_R = (1 + \alpha/38)^{1/2} \Delta \lambda_B \quad (22)$$

$$\alpha = 38 [(\Delta \lambda_R / \Delta \lambda_B)^2 - 1] \quad (23)$$

식 (9)과 (23)을 식 (20)에 대입함으로써 수은 증기압 P_{Hg} 에 대한 표현은

$$P_{Hg} = 76 \frac{(\Delta \lambda_R)^2 - (\Delta \lambda_B)^2}{\Delta \lambda_B} \quad (24)$$

여기서 $\Delta \lambda_R$ 과 $\Delta \lambda_B$ 는 Å으로 주어지고 P_{Hg} 는 Torr로 주어진다. 식 (24)는 쉽게 측정할 수 있는 $\Delta \lambda_R, \Delta \lambda_B$ 로부터 나트륨-수은 방전에서의 수은 압력을 계산하는데 유용하고 편리한 식이다.

이식의 타당성을 검증하기 위해 실제로 Philips제의 400W 나트륨등을 이용하여 실험한 결과가 그림 (2)의 분광분포 곡선이다. 여기에서

$$\Delta \lambda_R = 129.3 \text{ Å}$$

$$\Delta \lambda_B = 70.5 \text{ Å}$$

이다. 이것을 식(23)과 식(24)를 이용하여 계산하면

$$\alpha = 89.8$$

$$P_{Na} = 141 \text{ Torr} \quad , \quad P_{Hg} = 12665 \text{ Torr}$$

이다.

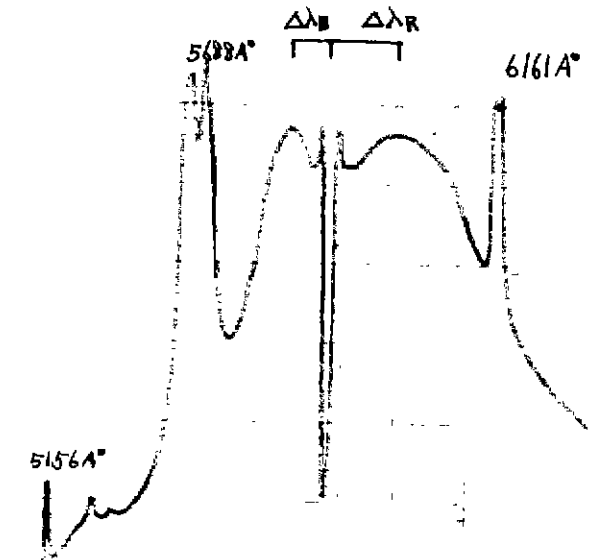


그림 (2) The spectra near the self reversed sodium D lines from experiment. This shows the shift of blue and red wing maxima.

III. 결론 및 검토

두 종류의 온도 모델에서 나트륨의 반전된 공진선의 파란 날개 최대값의 이동과 나트륨 압력 사이의 관계를 계산해 보았다. 계산 결과와 오자키(Ozaki)의 실험결과 사이의 비교는 이단계 온도 분포 형태가 쌍곡선 온도 분포보다 더 잘 맞는 것을 보여준다. 나트륨-수은 방전 플라즈

마로부터의 비대칭의 반전된 D선에서의 수은 압력의 의존성은 식 (24), (25)에 의해 주어진다. 웨이마우쓰의 실험 결과와 식 (22)의 비교가 그림(3)에서 보여진다. 수은 압력이 매우 높지 않으면 이론적인 곡선은 실험곡선과 일치한다. 둘 사이의 차이는 수은 압력이 증가함에 따라 증가한다. 수은 압력이 더 크다면 일치하지 않는다. 분광선 퍼짐 이론에 따라 만일 위스코프(Weisskopf)반경 ρ_w 가 입자들 사이의 평균 거리보다도 더 작다면 충격 이론이 타당하다.

$$(r \sim N^{-1/3})$$

$$\rho_w = [3\pi^2 n C_6 / 8v]^{1/5} < N^{-1/3} \quad (25)$$

한편, ρ_w 가 $r \sim$ 보다도 더 크다면 통계 이론이 타당하다. $P = 1.38 \text{ atm}$ 이고 $T_0 = 4000^\circ\text{K}$ 인 경우에 $\rho_w = 1 \times 10^{-7} \text{ cm}$ 이고 $N^{-1/3} = 7 \times 10^{-7} \text{ cm}$ 이다. 그러므로 충격 이론이 적용된다. 그러나 $P = 15 \text{ atm}$, $T_0 = 1500^\circ\text{K}$ 인 경우에는 $N^{-1/3} = 2 \times 10^{-7} \text{ cm}$, ρ_w 값은 $r \sim$ 값에 접근한다. 마제나우(Magenau)의 통계 이론에 따라 반데르발스 선폭 γ_6 는 N^2 에 따라 직접 변한다.

$$\gamma_6 = 0.822 \pi^3 C_6 N^2 \quad (26)$$

이것은 선 퍼짐폭의 정정항이 수은 압력의 제곱에 비례한다는 웨이마우쓰의 가정과 일치한다. 계산된 차이에 대한 다른 이유는 아마도 반데르발스 상수의 계산으로부터 야기된 것이다. 식 (9)과 (24)은 고압나트륨등의 나트륨과 수은 증기압에 대한 정상적인 실제적인 응용에 대한 편리하고 충분하고 훌륭한 식이다. 만일 나트륨 증기압이 충분히 크고 수은 증기압이 그리 크지 않다면 조건 (6)과 (25)이 만족될 것이다.

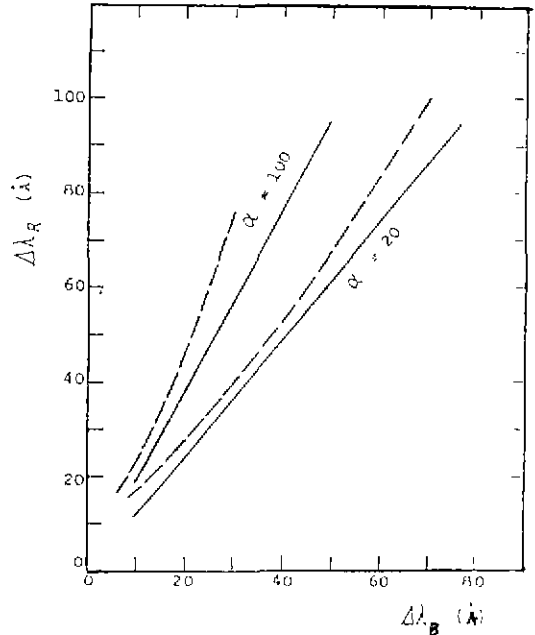


그림 (3) Comparison of theoretical results(solid curves) and Waymouth's experimental results (dashed curves) for the asymmetry of self-reversed D lines from sodium-mercury discharge plasma.

* 참고문헌

1. Chen Yu-Min, J. Appl. Phys. 51, 2965 (1980)
2. Hans R. Griem, Plasma Spectroscopy, pp63-100, McGraw-Hill (1964)
3. W. Elenbaas, Light sources, pp5-19, MacMillan (1972)
4. M. moure & G. pichler, J. Phys. B13, 697 (1980)
5. J. H. Waszink, J. Phys. D 6, 1000 (1973)
6. N. Ozaki, J. Appl. Phys. 42, 3171 (1971)
7. Paul A. Reiser, J. Appl. Phys. 57 (1985)
8. J. J. de Groot & J. A. M. van Vliet, The High-Pressure Sodium Lamps, pp 63-97 (1986)