

# 임의의 인공 지진 가속도 발생에 관한 연구 -설계응답 스펙트럼에 기초하여-

A Study On Arbitrary Artificial Earthquake  
Acceleration Generation  
- Based On Design Response Spectrum of  
Arbitrary Damping Value -

\* 우운택 \*                      김영문 \*\*                      노재선 \*\*\*  
Woo Woon Taek                      Kim Young Moon                      Rho Jae Sun

## ABSTRACT

In this study, the basic concept of design response spectrum is briefly reviewed. To generate the artificial earthquake acceleration, the method of superposition of cosine waves is used. Theoretical developments using F.F.T. and spectral density function are compared.

The amplitude was derived by use of the peak factor and the phase angle is derived by use of Monte Carlo simulation. To smoothen the match, the calculated pseudo velocity response spectrum is compared with input pseudo velocity response spectrum at a set of control frequencies. With the modified spectral density function, a new acceleration and pseudo velocity response spectrum are generated.

### 1. 서론

지진 (earthquake) 하중과 같은 동적하중 (dynamic load)을 받고 있는 구조물을 설계하는 방법은 크게 등가정적해석 (equivalent static force analysis)에 의한 내진구조설계와 동적해석 (dynamic analysis)에 의한 내진구조설계 방법이 있다.

등가정적해석법이란 지진의 영향을 증가의 정적인 하중으로 환산한 후 이를 이용하여 정적해석을 수행함으로써 구조물의 지진에 의한 거동을 예측하는 방법인데 구조물마다 동적특성이 다르므로 가장 흔한 일반적인 형태의 구조물 (정형구조물)을 대상으로 하고 있으며, 동적특성이 특이한 구조물 (비정형구조물)에 대해서는 사용하기 곤란한 방법이다.

특히 산업의 발달과 더불어 원자력 발전소의 건설 및 구조물의 대형화는 높은 안정성을 요구하게 되므로 이를 충족시켜주기 위해서는 시간이력 (time history) 내에서의 동적해석이 필요하다.

일반적으로 동적해석을 하는데 있어 불확실성 (uncertainty)을 포함하는 확률적인 동적해석 (probability dynamic analysis)을 통해 복잡하게 설계하는 것보다는 고려하는 대상 지역의 실측된 역사적 강진 기록을 근거로 만들어진 설계응답스펙트럼을 이용하여 설계하게 된다. 즉 설계하려는 구조물의 질량 (mass)과 강성 (stiffness)에 대한 정보를 입수하면 이를 근거로 구조물의 고유진동수 (natural frequency)를 파악할 수 있고, 또 이 값으로부터 최대 변위, 속도, 가속도 등을 알아내어 구조물의

동적해석 및 설계에 응용하게 되는 것이다. 그러나 구조물의 피로파괴가 예상될 경우의 내진 검정을 할 때에는 시간에 따르는 지진가속도의 특성, 즉 진폭 (amplitude), 진동수 (frequency content)등을 파악하고 있어야 하는데 대개의 경우 임의의 설계응답 스펙트럼에 상응하는 지진 가속도 기록을 확보할 수 없으므로, 설계응답 스펙트럼에 상응하는 인공지진가속도 (artificial earthquake acceleration)를 만들어 낼 수 있는 방법이 필요하게 되었다. 이러한 요구와 지진가속도를 과도적인 확률과정의 문제로서 취급하는 많은 수학적 모델이 제안되고 사용되고 있다.

따라서 본 연구에서는 일반적인 설계응답 스펙트럼에 상응하는 인공지진가속도 (artificial earthquake acceleration)를 시물레이션에 의해 발생시키는 방법의 이론적 배경을 알아보고 실제 인공지진가속도의 발생을 시도하였다. 단 사용 컴퓨터는 VAX-8250 임.

### II. 설계응답 스펙트럼 (design response spectrum)

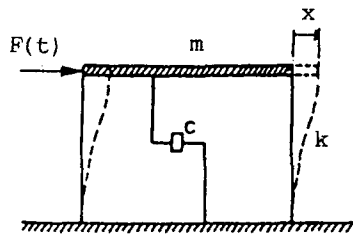
지진하중과 같은 동적하중 (dynamic excitation)을 받고 있는 1 자유도계 (one degree of freedom system)의 거동은 다음 그림 2-1 과 같은 1 자유도계를 이용해서 동적평형조건식 (dynamic equilibrium condition equation) 으로부터 구할 수 있다.

그림 2-1 과 같은 계의 동적평형 조건식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

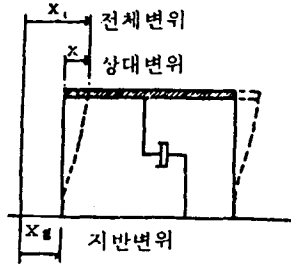
$$F_I + F_D + F_S = F(t) \text{ -----(2-1)}$$

여기서  $F_I = m\ddot{x}$  ; 관성력  
 $F_D = c\dot{x}$  ; 감쇠력

\* 전북대학교 대학원 건축공학과 박사과정  
\*\* 정회원 전북대 건축공학과 조교수 工博  
\*\*\* 전북대학교 건축공학과 교수 工博



(a) 이상화된 1 자유도계



(b) 지진력을 받는 1 자유도계

그림 2-1. 1 자유도계의 거동

$$F_s = kx; \text{ 탄성저항력}$$

따라서

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \text{ -----(2-2)}$$

그런데 지진력에서는 외력이 지반에 작용하므로  $F(t)$ 는 0이 되며, 또한 전체가속도( $\ddot{x}_t$ )는 다음과 같다.

$$\ddot{x}_t = \ddot{x} + \ddot{x}_g \text{ -----(2-3)}$$

따라서 관성력  $F_I$ 는

$$F_I = m\ddot{x}_t = m\ddot{x} + m\ddot{x}_g \text{ -----(2-4)}$$

이 된다. 따라서 (2-1)식은 다음과 같이 된다.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g \text{ -----(2-5)}$$

(2-5)식에 대한 해는 다음과 같다.

$$x(t) = \frac{\exp(-\xi \omega t)(x_0 \cos \omega_n t + v_0 + x_0 \xi \omega_n) \sin \omega_n t}{\omega_n} \text{ ---(2-6)}$$

여기서 Duhamel's Integral 을 이용하여 초기 변위  $x_0$ , 초기 속도  $dv=F(\tau)/m$ ,  $t=t-\tau$  를 대입하면 (2-6)식은 다음(2-7)식과 같이 된다.

$$dx(t) = \frac{\exp(-\xi \omega(t-\tau))}{m\omega_n} \frac{F(\tau) d\tau}{\sin \omega_n(t-\tau)}$$

$$\therefore x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t F(\tau) \exp(-\xi \omega(t-\tau)) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \text{ -----(2-7)}$$

여기에  $\omega_n = \omega \sqrt{1-\xi^2}$  으로 실제 구조물의 경우 대개  $\xi \leq 0.2$  이므로  $\omega$ 와  $\omega_n$ 의 차이는 거의 무시할 수 있다. 또한 단위 질량에 대한 변위는  $F(\tau) = m\ddot{x}_g(\tau)$  를 대입하여 구할 수 있다. 즉

$$x(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \exp(-\xi \omega(t-\tau)) \sin \omega(t-\tau) d\tau \text{ -----(2-8)}$$

이 된다. 이 때  $|x(t)|_{\max}$ 를 유사변위응답(pseudo displacement response)이라 하고,  $|\omega x(t)|_{\max}$ 를 유사속도응답(pseudo velocity response),  $|\omega^2 x(t)|_{\max}$ 를 유사가속도응답이라고 한다. 즉

$$S_d(\xi, \omega) = \left| \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \exp(-\xi \omega(t-\tau)) \sin \omega(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \text{ -----(2-9)}$$

$$S_v(\xi, \omega) = \left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \exp(-\xi \omega(t-\tau)) \sin \omega(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \text{ -----(2-10)}$$

$$S_a(\xi, \omega) = \left| \omega \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \exp(-\xi \omega(t-\tau)) \sin \omega(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \text{ -----(2-11)}$$

(2-9), (2-10), (2-11) 식에서 임의의 감쇠율  $\xi$  에 대해서 각 진동수  $\omega$ , 혹은 주기  $T$ 를 변화시켜 가면서 구한 최대값을 각 진동수 혹은 주기에 대하여 plot 하게 되면, 유사변위응답 스펙트럼(pseudo displacement response spectrum), 유사속도응답 스펙트럼(pseudo velocity response spectrum), 유사가속도응답 스펙트럼(pseudo acceleration response spectrum)이 되고,  $S_d, S_v, S_a$ 는  $\xi, \omega$ 의 함수로서 서로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} S_v &= \omega S_d = S_a / \omega \\ S_v &= \omega S_d = 2\pi f S_d \\ \log S_v &= \log f + \log 2\pi + \log S_d \text{ ---(2-12)} \\ S_a &= \omega S_d \\ S_v &= \frac{S_a}{\omega} = \frac{S_a}{2\pi f} \end{aligned}$$

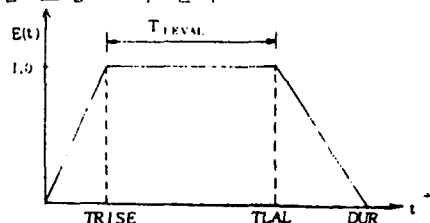
$$\log S_v = -\log f - \log 2\pi + \log S_a$$

(2-12)식에서 나타난 바와같이 이들은 진동수와 관련되어 있으므로 소위 tripartite 또는 fourway logarithmic graph로 나타낼 수 있으며, 이를 설계응답 스펙트럼(design response spectrum)이라고 한다.

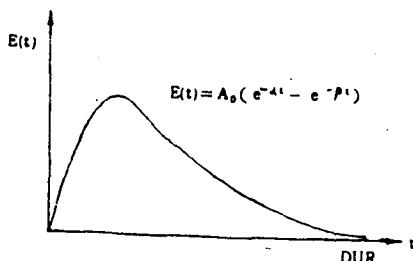
### III. 인공지진가속도 발생

III-1. Envelope Function

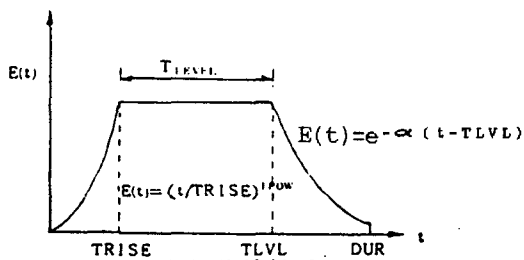
실제 지진가속도 기록의 일반적 특성인 비정상상태(nonstationary state)를 나타내기 위하여 사용되는 결정된 함수로서 많은 지진가속도 기록으로부터 유추하며, 크게 다음의 3가지로 구분된다. 즉 사다리꼴(Hou, 1968), 지수형태(Liu, 1969), 복합형태(Jennings, 1968)로 다음 그림 3-1과 같다.



(a) 사다리꼴



(b) 지수형태



(c) 복합형태

그림 3-1. Envelope Function

이러한 Envelope Function 은 수많은 지진가속도 기록으로부터 관찰된 형태로서 overall duration, rise, duration of strongest motion, decay 의 4 부분으로 구분된다.

본 연구에서는 구조물에 가장 큰 영향을 주는 강진운동(strong earthquake motion)에 대하여 시뮬레이션하고자 하므로 발생 빈도가 가장 높고 피해를 가장 많이 주는 지속 시간이 30 초일때의 강진운동을 모델로 하였다.

III-2. 인공지진가속도 발생 절차

일반적으로 인공지진가속도 기록은 불규칙하게 진동하는 시간의 함수에 실제 기록된 가속도의 일반적 특성을 곱하여 만들게 된다. 이러한 불규칙하게 진동하는 시간의 함수에 사용되는 진폭은 Fourier Amplitude Spectrum을 사용하거나 스펙트럼 밀도 함수를 이용하여 구할 수 있다.

III-2-1. 스펙트럼 밀도함수를 이용한 방법

인공지진가속도를 만들어내는 방법 중의 하나로 임의의 응답속도 스펙트럼으로부터 Vanmarke 가 제안한 peak factor 를 이용하여 파워 스펙트럼 밀도 함수를 계산하고, 이로부터 계산된 진폭과 불규칙한 위상각을 갖는 cosine 함수의 중첩으로 평균인 0 인 정상 가우스 확률과정을 시뮬레이션 할 수 있다. 여기에 지진가속도의 과도특성(transient character)를 나타내기 위해서 (3-1)식과 같이 envelope function(E(t))을 곱하여 인공지진가속도를 시뮬레이션에 의하여 만드는 방법이다.

$$\ddot{x}(t) = E(t) \sum_{n=1}^N A_n \cos(\omega_n t + \phi_n) \quad (3-1)$$

여기서  $A_n$ 은 스펙트럼 밀도함수를 이용하여 구하게 되며 그 관계는 다음과 같다.

$$G(\omega_n) \Delta \omega = \frac{A_n^2}{2} \quad (3-2)$$

이 때 스펙트럼 밀도 함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G(\omega_n) = \frac{1}{\omega_n \left( \frac{\pi}{4\xi_s} - 1 \right)} \left( \frac{\omega_n^2 (S_v)^2 r_{s,p}}{r^2_{s,p}} - \int_0^{\omega_n} G(\omega) d\omega \right) \quad (3-3)$$

여기서

$$r_{s,p} = \sqrt{2 \log \{ 2n(1 - \exp(-\log \delta_y(s) \sqrt{\pi \log 2n})) \}} \quad (3-4)$$

$$\xi_s = \frac{\xi}{1 - \exp(-2\xi \omega_n t)} \quad (3-5)$$

(3-3)식에서 나타난 바와같이  $S_v$  와  $G(\omega)$  사이의 관계는 강진지속시간(s)과 초과확률(p) 그리고 감쇠율( $\xi$ )에 따라 다르게 된다. 이와 같이 계산된 (3-3)식을 이용해서 진폭을 구하고 (3-1)식에 따라 인공지진가속도를 시뮬레이션에 의하여 만들게 된다.

계산된 인공지진가속도에 대한 유사속도 응답 스펙트럼을 구하여 입력 유사속도 응답 스펙트럼( $S_v$ ) $\tau$ 과 비교하여 두 스펙트럼 값의 비의 제곱을 스펙트럼 밀도함수에 곱하여 수정하므로서 새로운 스펙트럼 밀도 함수를 계산하게 된다.

$$G(\omega)_{i+1} = G(\omega)_i \left( \frac{(S_v)\tau}{(S_v)_c} \right)^2 \quad (3-6)$$

(3-6)식에서 계산된 새로운 스펙트럼 밀도 함수를 (3-2)식에 대입하여 진폭을 수정한 후 이를 (3-1)식에 대입하여 새로운 인공지진가속도를 시뮬레이션에 의하여 구할 수 있다. 이러한 과정을 반복하면 수회내에 입력된 유사속도 응답 스펙트럼에 상응하는 인공지진 가속도를 시뮬레이션에 의하여 만들 수 있다.

### III-2-2. Fourier Amplitude Spectrum 을 이용한 방법

(3-1)식에서  $A_n$  은  $x_t$  의 주요부(principal part)에 대한 Fourier transform term 으로 표시할 수 있다. 즉

$$A_n = \frac{2}{s} \left\{ \left[ \int_0^s x_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau \right]^2 + \left[ \int_0^s x_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right]^2 \right\}^{1/2} \quad \text{---(3-7)}$$

(3-1)식에서  $\phi_n$ 은 위상각으로서 0에서  $2\pi$  사이에 일정하게 분포하는 난수로서 Monte Carlo 시뮬레이션으로 구하게 된다.  $E(t)$ 는 envelope function으로서 시뮬레이션하고자 하는 인공지진가속도의 특성에 맞는 적당한 형태를 취하게 된다.

이와같이 시뮬레이션에 의하여 만들어진 인공지진가속도가 입력된 임의의 유사속도 응답 스펙트럼  $(Sv)_r$ 에 상응하는가를 알아보기 위하여 인공지진가속도에 대한 유사속도 응답 스펙트럼  $(Sv)_c$ 을 구한 후, 두 스펙트럼 값을 비교하여 같지 않은 경우 다음과 같이  $A_n$ 을 수정하여 다시 인공지진가속도를 만들어 낸다.

$$A_n' = \rho A_n$$

여기서  $\rho = (Sv)_r / (Sv)_c$

; correction factor

$(Sv)_r$ ; 입력된 유사속도 응답 스펙트럼

$(Sv)_c$ ; 계산된 유사속도 응답 스펙트럼

이상과 같은 반복 과정을 통해서 수회내에 임의의 유사속도 응답 스펙트럼에 상응하는 인공지진가속도 기록을 만들 수 있다.

### IV. 수치 해석 에 및 결과 분석

인공지진가속도를 시뮬레이션 하는데 필요한 입력 데이터는 다음과 같다.

시간 간격 = 0.01 초	
감쇠율 = 0.02	
최대 가속도 = 0.36g (139in/sec <sup>2</sup> )	
강진 지속시간 = 30 초	
입력 유사속도 응답 스펙트럼	
주기 (sec)	$(Sv)_r$ (in/sec)
0.02	0.31
0.2	10.9
0.4	18.0
0.64	23.3
5.3	28.0

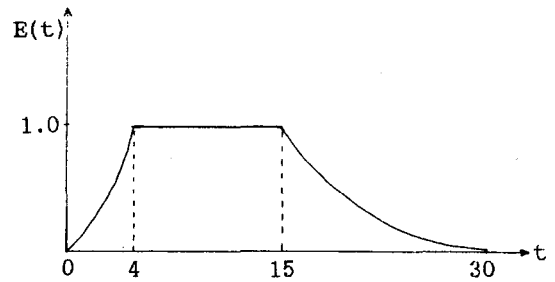


그림 4-1. 강진의 Envelope Function

입력된 유사속도 응답 스펙트럼은 El Centro 지진가속도 기록의 N-S성분을 이용하여 구하였고, envelope function은 1968년 Jennings등이 제안한 것으로 강진의 형태를 나타내고 있다. 이렇게 입력된 데이터로부터 다음 그림 4-2와 같은 인공지진가속도를 얻을 수 있다.

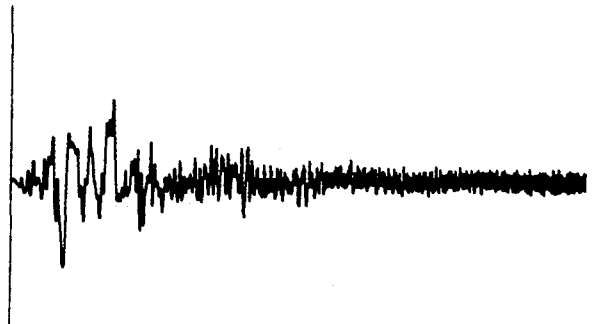


그림 4-2. 임의의 설계 응답 스펙트럼에 상응하는 인공지진가속도 (cosine 함수를 이용한 경우)



그림 4-3. 임의의 설계 응답 스펙트럼에 상응하는 인공지진가속도 (sine 함수를 이용한 경우)

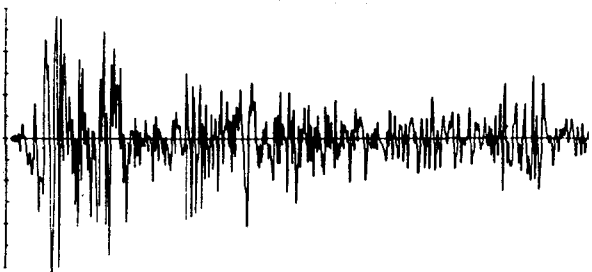


그림 4-4. 1940년 El Centro 지진가속도 기록 (N-S) 성분

## V. 결 론

인공지진가속도를 시뮬레이션에 의하여 만드는데 사용되는 변수인 진폭을 계산하는 데는 Kanai-Tajimi 스펙트럼 밀도 함수를 이용하거나 Fourier amplitude spectrum을 이용하는데, 본 연구에서는 극치요소(peak factor)를 이용하여 스펙트럼 밀도 함수를 구하였다. 또한 입력된 유사속도응답 스펙트럼은 El Centro 지진가속도의 N-S 성분을 이용하여 구하였으며, 이렇게 구한 유사속도응답 스펙트럼 중 몇 개의 대표값만을 입력함으로써 입력데이터의 처리를 단순화 하였다.

이상의 시뮬레이션 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째 : Fourier Amplitude Spectrum을 이용한 방법은 감쇠가 0 인 경우에 대해서만 이용되지만, Vanmarke 가 제안하고 있는 방법은 지진의 지속시간, 감쇠율 등을 포함하기 때문에 더욱 효과적이고, 일반적인 방법임을 알 수 있다.

둘째 : 지진가속도의 최대값(0.36g)을 입력함으로써 시뮬레이션에 의하여 만들어진 지진가속도의 최대값을 제한할 수 있다.

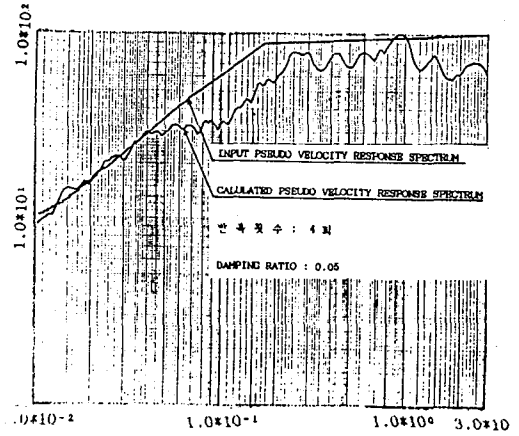
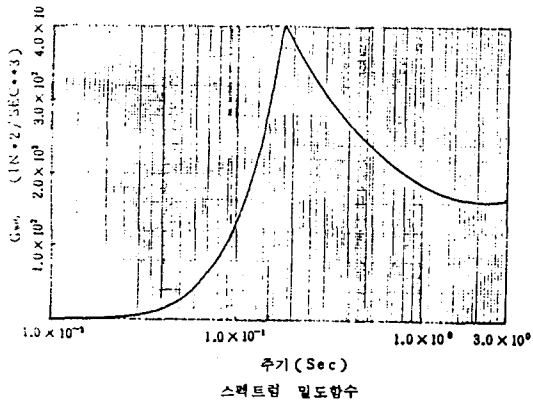
셋째 : 유사속도응답 스펙트럼을 일치시키기 위해서 사용되는 반복 과정은 4 회 정도일 때가 가장 적절함을 알 수 있다.

넷째 : cosine 함수를 이용한 방법이 sine 함수를 이용한 방법 보다 더욱 효과적임을 알 수 있다.

## 참 고 문 헌

1. Amin, M., et al., "Nonstationary Stochastic Model of Earthquake Motions" ASCE, Vol 94, No.EM2, 1968. 4.
2. Corotis, R. B., et al., "Time-Dependent Spectral Content of System Response" ASCE, Vol.101, No.EM5, 1975. 10.
3. Crandall, S. H., Mark, W. D., "Random Vibration" Academic Press Inc. 1963.
4. Dowrick, J. D., "Earthquake Resistant Design" John Wiley & Sons, 1977.
5. Gasparini, D. A., Vanmarke, E. H., "Simulated Earthquake Motions Compatible with Prescribed Response Spectra" NISSE/Computer Applications, Publication No.R76-4 1976.1.
6. Housner, G. W., Jennings, P. C., "Generation of Artificial Earthquakes" ASCE, Vol. 90, No.EM1, 1964. 2.
7. Kaul, M. E., "Spectrum-Consistent Time-History Generation" ASCE, Vol. 104, No.EM4, 1978. 8.
8. Levy, R., et al., "Random Processes for Earthquake Simulation" ASCE. Vol.97, No.EM2 1971. 4.
9. Liu, S. C., et al., "Spectral Simulation and Earthquake Site Properties" ASCE, Vol. 95, No. EM5, 1969. 10.
10. Newmark, N. M., Rosenblueth, E., "Fundamentals of Earthquake Engineering" Prentice-Hall, Inc. 1971.

11. Newmark, N. M., Hall, W. J., "Earthquake Spectra and Design" Published by EERI.
12. Robson, J. D., "An Introduction to Random Vibration" Edinberg University, 1963.
13. Rosenblueth, E., "Probabilistic Design to Resist Earthquakes" ASCE, Vol.90. No.EM5 1964. 10.
14. Rosenblueth, E., "Design of Earthquake Resistant Structures" John Wiley & Sons, 1980.
15. Ruiz, P., Penzien, J., "Artificial Generation of Earthquake Accelerograms" College of Engineering University of California Berkeley, California, Report No. EERC 69-3, 1969. 3.
16. Solnes, J., "Engineering Seismology and Earthquake Engineering" Noordhoff International Publishing, 1974.
17. Shinozuka, M., et al., "Digital Simulation of Random Processes and its Applications" Journal of Sound and Vibration, 1972.8
18. Vanmarke, E. H., "Properties of Spectral Moments with Applications to Random Vibration" ASCE, Vol.98. No.EM2. 1972.
19. Ward, H. S., "Analog Simulations of Earthquake Motions" ASCE, Vol. 91, No. EM5. 1965, 10.
20. Wiegel, R. L., "Earthquake Engineering" Prentice-Hall, 1970.
21. 김 영 문, "Monte Carlo 법에 의한 비정상 불규칙 진동해석" 대한건축학회논문집 2권 4호, 1986. 8.



입력된 속도응답 스펙트럼과  
계산된 속도응답 스펙트럼의 비교

