

LS Prony에 의한 시간영역에서의
배경뇌파 특징추출

최갑식*, 황수용**, 슈빙욱*, 수내성*
* 명지대학교 전자공학과, **서울산업대학 전자공학과

The feature extraction of Background EEG in the time domain
by LS Prony Method

Kap-seok Choi*, Soo-young Hwang**, Byong-wook Yoo*, Dae-sung Joo*

* Myong Ji Univ., Dept. Electronics **Seoul Industrial Univ., Dept. Electronics

ABSTRACT

In this paper the feature of background EEG is extracted by LS Prony Method for the analysis of background EEG in the time domain.

From the experimental results the alpha band amplitude is the largest among bands and beta band amplitude is larger than that of the delta band and theta band. The sustained time for the alpha band, the beta band, the delta band and the theta band is 2.3461(sec), 1.8980(sec), 0.3120(sec), 0.2930(sec) respectively.

Consequently the alpha band and the beta band are maintained in the whole segment. The delta band, the theta band are existed intermittently in the segment.

1 서 론

뇌의 신경세포의 활동을 전기장치를 이용하여 전기적인 신호로 측정할 것을 뇌파(Electroencephalogram:EEG)라 한다.

뇌파는 크기가 수십(μ V) 이고 정상인의 경우 안정 폐안상태에서 취한 배경뇌파의 주파수 성분으로서 delta 파는(\sim 3.99Hz), theta 파는(4 \sim 7.99Hz), alpha 파는(8 \sim 12.99Hz), beta 파는(13 \sim 30Hz) 성분으로 크게 나뉜다.

뇌파는 피검자의 나이, 피검자의 정신상태, 뇌의 크기등에 따라 영향을 받으며 완전한 의미에서 복잡주기파가아니므로 선형진동자의 집합체가 아닌 비선형진동자의 집합체로 볼 수 있다. 이러한 뇌파의 중요 특징을 추출하기 위해서 원래 뇌파의 시계열 데이터에 대해서 확률모델인 선형 예측모델을 가정하고 모델의 극에 따라 뇌파의 특징을 나타내어 주파수 도메인에서 뇌파 특징 추출의 연구가 이루어져 왔다.

그러나 본 논문에서는 뇌파의 불규칙 성질을 이용하여 뇌파의 발상과정을 모델링할 때에 뇌파의 확률과정이 복소지수함수의 선형결합과 백색잡음으로 이루어졌다고 가정한 LS Prony (Least Square Prony) 방법을 이용함으로써 배경뇌파를 시간영역에서 각 대역별로 분리하므로써 각 대역간의 신호가 지속기간에 대해 지속적으로 출현하고 있는가, 또는 간헐적으로 출현하는가와 그 반복의 크기를 조절하여 배경뇌파의 특징을 검출하려 한다.

2. LS Prony Method에 의한 배경뇌파의 특징추출

1. LS Prony Method

배경뇌파를 시간영역에서 분석하기 위해서 배경뇌파의 시계열 데이터가 복소지수함수들의 선형결합과 백색잡음으로 이루어졌다고 가정하면 뇌파의 관측치는 진폭크기, 위상, 주파수, 감쇄상수를 갖는 복소지수함수로 놓을 수 있다.

만약 뇌파가 p 개의 복소지수함수로 이루어졌다면 뇌파에 대한 주계치는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{X}_n = \sum_{m=1}^p B_m Z_m^n, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

$$B_m = A_m \exp(j\theta_m) \quad (2)$$

$$Z_m = \exp[(\alpha_m + j2\pi f_m) \Delta t] \quad (3)$$

이것 A_m 은 크기, θ_m 은 위상(radian), α_m 은 감쇄상수 f_m 은 Hz단위의 주파수이다. 그리고 Δt 는 샘플링 간격이다.

주계치 \hat{X}_n 을 관측데이터인 $X_0 \dots X_{N-1}$ 에 근사시키므로써 관측데이터를 구할 수 있다.

식(1) 이 상계수(constant coefficient) 선형 차분

방정식의 제차해(homogeneous solution)이라면 다음과 같은 다항식 $\Psi(Z)$ 로 정의할 수 있다.

$$\Psi(Z) = \prod_{k=1}^p (Z - Z_k) = \sum_{j=0}^p A_j Z^j, A_0 = 1 \quad (4)$$

식(4)의 $\Psi(Z)$ 는 근이 Z_k 이고 다항식으로 표시할 때 복소계수 A_i 를 갖는다.

식(1)에 의하면 \hat{X}_{n-m} 는

$$\hat{X}_{n-m} = \sum_{l=1}^p B_l Z_l^{n-m}, \quad 0 \leq n-m \leq N-1 \quad (5)$$

이고 식(5)에 A_m 를 곱하고 $p+1$ 이전의 데이터를 더하면

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^p A_m \hat{X}_{n-m} &= \sum_{m=0}^p A_m \sum_{l=1}^p B_l Z_l^{n-m} \\ &= \sum_{l=1}^p B_l \sum_{m=0}^p A_m Z_l^{n-m}, \quad p < n < N-1 \end{aligned} \quad (6)$$

이고 식(6)의 Z_l^{n-m} 을 $Z_l^{n-p} Z_l^{p-m}$ 으로 하면

$$\sum_{m=0}^p A_m \hat{X}_{n-m} = \sum_{l=1}^p B_l Z_l^{n-p} \sum_{m=0}^p A_m Z_l^{p-m} = 0 \quad (7)$$

이다. 왜냐하면 식(7)이 영인 것은 앞의 결과로 식(4)의 다항식 $\Psi(Z)$ 의 근중에 하나로 되기 때문이다. 따라서 귀납적 차분 방정식은 식(8)과 같이 된다.

$$\hat{X}_n = - \sum_{m=1}^p A_m \hat{X}_{n-m}, \quad p \leq n \leq N-1 \quad (8)$$

여기서 계수 A_m 을 사용해서 식(4)의 다중근에 의해 지수정수를 구할 수 있다. LS Prony법을 설정하기 위해 우선 실제 측정된 뇌파의 데이터와 근사값 \hat{X}_n 의 차 E_n 을 정의 하면

$$X_n = \hat{X}_n + E_n, \quad 0 < n, N-1 \quad (9)$$

이고 식(8)을 식(9)에 대입하면

$$\begin{aligned} X_n &= - \sum_{m=1}^p A_m \hat{X}_{n-m} + E_n \\ &= - \sum_{m=1}^p A_m X_{n-m} + \sum_{m=0}^p A_m E_{n-m}, \quad p < n < N-1 \end{aligned} \quad (10)$$

이다. 왜냐하면 $\hat{X}_{n-m} = X_{n-m} - E_{n-m}$ 이기 때문이다. 식(10)은 백색 잡음과정 E_n 를 입력으로 하였을 때 AR파라미터 추정은 $|E_n|$ 를 최소화 하므로 얻을 수 있다. 이것은 비선형 방정식 문제가 되므로 LS Prony 접근으로 다음과 같은 식을 정의하여 이를 쉽게 풀수 있다. 만약

$$E_n = \sum_{m=0}^p A_m E_{n-m}, \quad n = p, \dots, N-1 \quad (11)$$

이라면

$$X_n = - \sum_{m=1}^p A_m X_{n-m} + E_n \quad (12)$$

이다. 여기서 $\sum_{m=0}^{N-1} |E_m|$ 를 최소화 하는 것이다. 따라서 LS Prony 파라미터 추정법은 $|E_m|$ 값을 갖는 $\sum_{k=0}^p A_k (\sum_{n=k}^N X_{n-k} X_n^*) = 0, \quad 1 \leq i < p$ 식의 최소자승 covariance 알고리즘에 대한 AR 파라미터값으로 줄일 수 있다. 차수 선택은 AR 차수 선택법을 사용하여 구해진다. 일단 Z_i 가 다중 근으로 부터 구해지면 식(1)은 미지의 B_m 상수를 가지는 선형방정식으로 간략화 된다. 행렬 형식은 다음과 같다.

$$\Phi B = \hat{X} \quad (13)$$

이다. 여기서

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ |Z_1^1, Z_2^1, \dots, Z_p^1| \\ | \cdot & \cdot & \cdot & \cdot | \\ | \cdot & \cdot & \cdot & \cdot | \\ | \cdot & \cdot & \cdot & \cdot | \\ |Z_1^p, Z_2^p, \dots, Z_p^p| \end{bmatrix} \quad B = [B_1, \dots, B_p]^T$$

$$\hat{X} = [X_0, \dots, X_{N-1}]^T$$

$\sum (X - \hat{X})^2$ 를 최소화 하기 위한 B 는 다음과 같다.

$$B = [\Phi^H \Phi]^{-1} \Phi^H X^H \quad (14)$$

식(14)의 $\Phi^H \Phi$ 는

$$\Phi^H \Phi = \begin{bmatrix} R_{11} & \dots & R_{1p} \\ | \cdot & \cdot & \cdot | \\ | \cdot & \cdot & \cdot | \\ | \cdot & \cdot & \cdot | \\ R_{p1} & \dots & R_{pp} \end{bmatrix}$$

이고 여기서

$$R_{ij} = \frac{(Z_i Z_j^*)^N - 1}{(Z_i Z_j) - 1} \quad (15)$$

이다. 따라서 진폭 A_i 와 위상 θ_i , 감쇄상수 α_i 그리고 주파수 f_i 는 다음과 같다

$$\begin{aligned} A_i &= |B_i| \\ \theta_i &= \tan^{-1} [\text{Im}(B_i)/\text{Re}(B_i)] \\ \alpha_i &= \ln |Z_i| / \Delta t \\ f_i &= \tan^{-1} [\text{Im}(Z_i)/\text{Re}(Z_i)] / (2\pi \Delta t) \end{aligned} \quad (16)$$

LS Prony 분석에서는 Process 의 모델이 감쇄된 실수 정현파 곡선으로 묘사된 것으로서 대칭성을 가지고 있다고 가정을 세운다. 그리고 가정된 뇌파의 시계열 데이터 근사치 $\hat{X}(t)$ 는

$$\hat{X}(t) = \sum_{m=1}^p A_m \exp(\alpha_m |t|) \exp(j[2\pi f_m t + \theta_m]) \quad (17)$$

단, $-\infty < t < \infty$

식(17)에서 실수 $x(t)$ 에서 $\exp(j[2\pi f_m t + \theta_m])$ 에 대한 공액복소상은 $\exp(-j[2\pi f_m t + \theta_m])$ 이다. $\alpha = 0$ 에서는 $\hat{X}(t)$ 는 $-\infty < t < \infty$ 구간에서 비감쇄 정현 곡선이 된다. 따라서 식(17)에서와 같이 LS Prony 추정방법은 데이터에 알맞은 주파수, 위상, 크기, 감쇄지수 모델의 파라미터를 조정 할 수 있다. 식(17)로부터 비선형 진동자들의 집합체를 볼 수 있는 배경뇌파의 시계열 데이터에 대해서 각 주파수별로 시간영역에 대한 신호를 분리하여 중요특징을 파악하며 추정할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 시간영역에서 본 배경뇌파의 각 δ , α , β 대역의 특징을 추정하려한다.

3. 실험 및 결과

1. 실험

본 연구의 배경뇌파특징 추구를 위하여 정상성인 1명(남자 27세)에 대해 1일 1회 5일 동안 도출한 배경뇌파의 데이터를 1초에 128개씩 샘플링하여 한 세그먼트로 하였다. 또한 배경뇌파를 도출하기 위하여 국제표준전극 배치법인 10/20전극배치법에 준하여 단극도출법으로 도출하였으며 전극과 두피간의 접촉저항을 줄이기 위하여 전극물을 사용하였고 전기적으로 불분극성인 임화은(AgCl2)으로 제조된 원판형 전극(disk electrode)를 사용하였으며 증폭기는 4채널 생체신호기록기 360 시스템을 사용 하였다.

A/D 컨버터는 12 비트 MD574A를 사용하여 배경뇌파의 주파수가 30 Hz미만으로 샘플링주기는 7.85 X 10⁻³ sec 보 표본화 하였다. IBM-PC/AT 호환기증을 사용하여 데이터를 처리하였고 프린터기는 LQ-850를 사용하였다.

2. LS Prony 모델의 최적가수

LS Prony 모델에 대한 최적가수를 얻기 위하여 AIC(Akaike Information Criterion) 방법을 사용 하였다. $AIC_p = \ln(E_p) + 2(p+1)/N$ 즉 AICp의 가장 적은값을 최적가수로 결정하는 방법으로 다음 표 1의 배경뇌파 데이터 세그먼트 5개에 대하여 각 자수에 대한 평균 AIC 값을 나타내었다.

표 1 예시와 같이 자수 6 일때에 AIC 값은 가장 작게 나타났으며 다른 세그먼트 5개에 대한 AIC 평균값에 대하여도 같은 결과를 얻었으므로 LS Prony모델에 대한 최적가수는 6가도 결정하였다.

Table 1. Values of AIC in accordance with the model order

order	A I C
1	1.5336
2	2.3115
3	1.5823
4	3.1853
5	2.7661
6	0.9469
7	4.3520
8	1.3062
9	2.2513
10	1.8559
11	2.0411
12	1.7087
13	3.9707
14	4.3937
15	2.7612

2. 실험결과

시간영역에서의 배경뇌파 특징 추구를 위하여 세그먼트 5 개에 대하여 앞의 실험방법에 따라 얻은 배경뇌파의 시계열 데이터중 세그먼트 1개에 대한 관측치 $X_n(t)$ 를 그림 1에 나타내었다. 관측치 $X_n(t)$ 를 앞에서 설명된 LS Prony에 의해 그 진폭의 크기, 위상, 감쇄상수등을 구하여 표 2에 게시 하였으며 AMP는 진폭의 크기, PHASE 는 위상, DAMP는 감쇄상수, FRQ 는 주파수이고 TIME 는 지속시간이며 지속시간은 파형의 크기가 최대치의 10%가 되는 시간으로 하여 계산하였다.

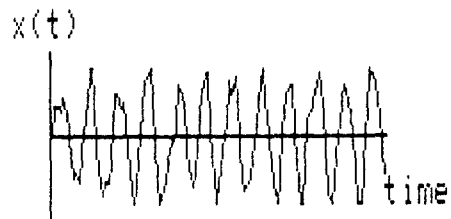


Fig.1. The observed background EEG

표2 에서 보면 NO.4인 경우는 주파수가 3.72 Hz로서 delta 대역의 성분이며 NO.6은 6.6Hz로서 theta 대역의 성분이고 NO.5는 alpha 대역의 성분이다. 그러나 NO. 1,2,3 인 경우는 주파수가 각각

Table2. Estimated Parameter of LS Prony Method

NO.	AMP	PHASE	DAMP	FRQ	TIME
1	0.3609	2.9976	-0.0049	0.2220	3.6000
2	0.7251	0.3736	-0.1500	0.1433	0.1197
3	1.0548	2.3596	-0.0034	0.1856	5.1664
4	0.1239	2.9962	-0.1927	0.0292	0.0932
5	2.9051	0.1506	-0.0048	0.0972	3.6882
6	0.5234	2.2628	-0.0560	0.0520	0.3203

28.16Hz, 15.32Hz, 23.7 Hz로서 beta대역 성분을 나타내고 있다. 이러한 NO.1,2,3,4,5,6에 대한 시간영역에서의 신호를 그림2,3,4,5,6,7에 나타내었다.

진폭의 크기를 고려 할때에 그림6의 alpha 대역신호를 보면 진폭의 크기가 매우 크며 그림2, 3,4,5,7의 다른 대역의 경우는 상대적으로 매우 작다.

지속시간에 있어서 그림6의 alpha 대역과 그림2, 그림4의 beta대역 신호일때는 전시간에 걸쳐 지속적으로 출현하고 있는 것으로 나타났다. 그러나 그림3,5,7인 경우에는 지속시간이 매우 짧은 것으로 나타났다. 즉, 표2와 그림2~7에서 알 수 있듯이 배경노이즈의 alpha 대역 성분은 그 진폭의 크기도 매우 크고 지속적으로 출현하며 beta대역 성분에 있어서는 진폭의 크기는 alpha 대역 성분에 비하여 상대적으로 작으나 지속적으로 유지되고 있음을 알 수 있고 다른 delta 대역과 theta 대역인 경우에는 진폭의 크기도 작고 짧은시간 동안만 나타난 것을 알 수 있다. NO. 1,2,3,4,5,6 일때의 $\hat{X}(t)$ 의 합성으로 추정된 추정치 $\hat{X}_n(t)$ 를 그림8에 나타냈으며 그림1의 배경노이즈의 원신호와 비슷함을 확인하였다. 다음 표3은 5개의 세그먼트에 대한 각 대역별 파워에서

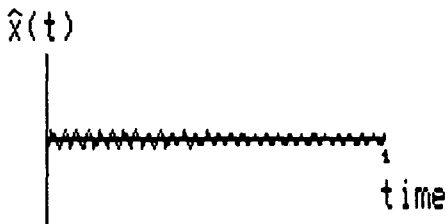


Fig.2. The Estimated beta band



Fig.3. The Estimated beta band

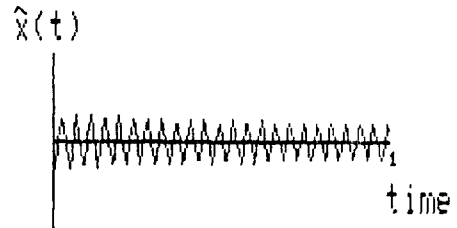


Fig.4. The Estimated beta band

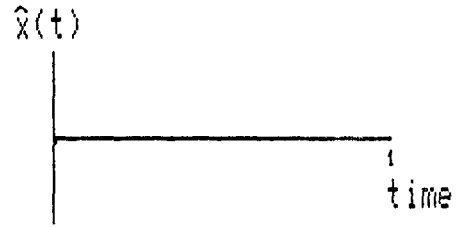


Fig.5. The Estimated delta band

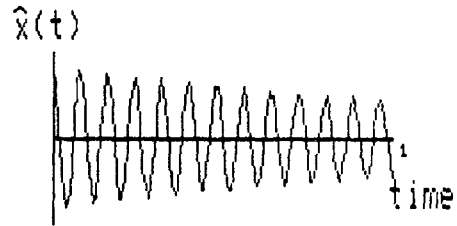


Fig.6. The Estimated alpha band

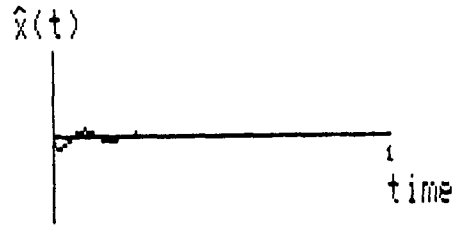


Fig.7. The Estimated theta band

지속시간과 진폭의 크기를 구한 결과이다. 표3의 각 세그먼트에서 beta대역의 성분 주파수가 약 3개 정도 검출 되었으며 delta 대역과 theta

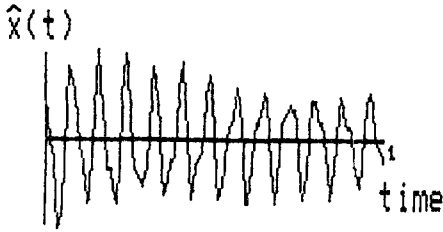


Fig.8. The Estimated background EEG

대역의 주파수 성분이 검출 되지 않는 세그먼트도 있었다.

그러나 alpha 대역이 다른 대역보다 상대적으로 진폭의 크기가 크고 그 지속시간이 5개의 세그먼트에 대해 평균 2.3461 sec로서 delta 대역의 0.3120 sec, theta 대역의 0.2930 sec, beta대역의 1.0898 sec 보다 매우 크므로 지속적으로 신호의 출현이 이뤄져 있는 것으로 나타났으며 beta대역은 alpha 대역에 비해서 진폭의 크기는 적으나 신호의 출현이 delta, theta 대역에 비해서는 계속적으로 이뤄져 있는 것을 알 수 있었다. 그러나 delta, theta 대역은 각 세그먼트에 따라 정도의 차이는 있지만 진폭의 크기가 작고 신호의 지속시간이 매우 적음을 확인하였다.

Table.3. Time and Amplitude of the delta, theta, alpha, beta band

NO	DELTA BAND		THETA BAND		ALPHA BAND		BETA BAND	
	TIME	AMP	TIME	AMP	TIME	AMP	TIME	AMP
1			0.6320 0.0350	0.2788 1.2176	3.1836	2.8624	0.1803 0.1748 1.8357	0.4665 0.3062 0.2186
2	0.0693	0.0960	0.3640	0.8352	1.9782	2.617	0.4433 0.5960 0.2411	2.1002 0.6700 0.9119
3	1.0907 0.3280	0.0850 0.0830	0.1170	0.1030	0.7275	0.6440	0.4700 0.4906	0.7713 0.2720
4	0.1470	0.2270	1.328	0.7708	8.46695	3.2300	0.3670 0.2770 2.3600	0.1736 0.1306 0.1707
5	0.2930 0.0860	0.4932 0.3660			2.1530	1.8500	0.0557 0.3695 0.1163	0.4450 0.2163 0.0283

4 결과

LS Prony 방법을 이용하여 배경뇌파를 시간영역에서 각 대역별로 분리한 결과 다음과 같은 특징을 검출할 수 있었다.

- 1) 배경뇌파 alpha 대역의 신호는 그 진폭의 크기가 다른 대역 신호에 비하여 매우 큰 값을 가지고 있었으며 지속시간이 평균 2.3461 (sec)로서 그 신호가 지속적으로 유지되고 있음을 알 수 있었다.

- 2) 배경뇌파의 beta대역의 신호는 그 진폭의 크기와 지속시간이 alpha 대역신호 보다 작은 값을 가지고 있었으나 대부분의 세그먼트에서 다른 대역에 비해 진폭의 크기가 크고 지속시간도 평균 1.0898 (sec)로 delta 대역의 0.3120 (sec)와 theta 대역의 0.2930(sec) 보다 상대적으로 큰 값을 가지고 있었다.

참고문헌

- [1] S .M.Kay,S.L.Marple, "Spectrum Analysis A Modern Perspective", IEEE,VOL.69,NO.11,pp. 1380-1413,Nov ,1983.
- [2] S .Lawrence Marple, Jr., Digital Spectral Analysis with Application, Prentice-Hall Inc., 1987.
- [3] L.G.Kiloh,A.J.Mc Comas, Clinical Electroencephalography, pp.64-87, Batterworth LTD.1981.
- [4] K .Inomoto,S.Hattorj, "Prony's method applied to estimation noise source locations and their sound powers", Journal of Sound and Vibration (1983) 89(4), pp. 509-517.
- [5] I .Makhoul "Spectral Linear Prediction, Properties and Application", IEEE Trans.ASSP-23 pp. 283-296 (1975).
- [6] Zohar, "The Solution of a Toeplitz Set of Linear Equation", J.A ssoc.Comput.Mach.21 pp.272-276 (1974).