

슬라이딩 모드 제어 이론을 적용한 PI 제어기에 의한  
직류 서보 모터의 위치 제어에 관한 연구

○ 박 경 배  
서울대학교

원 종 수  
서울 대학교

Study on Design PI Controller Adopted Sliding Mode  
Control for DC Servo Motor Position Control

Park Kyeongbae

Won Jongsoo

Seoul Nation Univ

ABSTRACT

This paper proposes new position control method for DC servo motor by PI controller adopting sliding mode control. By adding sliding mode controller to conventional PI controller good robustness is obtained with good transient response and no steady state error which are merits in PI controller. In order to use microprocessor for digital control the principles of sliding mode control conventionally explained in continuous-time system are extended to discrete-time system

1. 서 론

최근 서보모터 구동에 필요한 제어 기술의 요구 사항이 점점 고도화되고 있다. 이 요구 사항은 서보 제어 성능을 평가하는 응답 시간, 정밀도, 강인성(robustness) 등이 있다. 종래의 PI 제어기는 구조가 간단하고 과도 응답 특성이 좋으며 정상상태 오차를 제거할 수 있어 많이 사용되고 있다. 그러나 PI 제어기는 파라미터 변동이나 외란에 상당히 민감하게 반응하는 단점 때문에 사용 범위가 제한되고 있다.

근래에 활발히 연구가 진행되고 있는 가변구조 시스템의 슬라이딩모드 제어(Sliding Mode Control, SMC)는 파라미터 변동이나 외란에 매우 둔감한 특성이 있다. 따라서 본 논문에서는 종래의 PI 제어기에 슬라이딩 모드 제어를 부가함으로써 개선된 특성을 얻었다. 기존의 PI 제어기에 슬라이딩 모드 제어를 병렬로 부가하여 DC 서보 모터의 위치제어를 실행하여 파라미터 변동이나 외란에 둔감한 성능과 보다 개선된 응답

특성이 나타나게 하였다.

이전까지는 연속치 제어에 적용되어온 슬라이딩 모드 제어를 마이크로 컴퓨터에 의한 디지털 제어를 실현하기 위하여 이산치 시스템으로 확장하여 위치제어에 적용할 수 있도록 하였다.

2. PI 제어기의 해석

일반적으로 PI 제어기는 설계가 간단하고 과도응답과 정상 상태가 양호하여 현재까지 많이 사용되고 있다. 서보 모터에 의한 위치 제어 시스템으로 그림 1 과 같은 블록도로서 모델링을 할 수 있다.

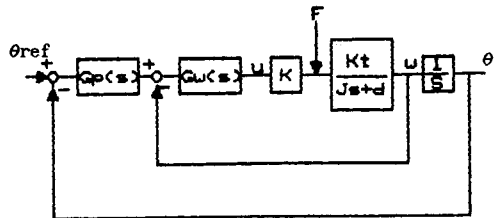


그림 1 종래 PI 제어기의 블록도

여기서  $G_p(s)$ ,  $G_w(s)$ 는 각각 위치 무프, 속도 무프의 보상기이고  $Kt$ :토오크 정수,  $J$ :서보 모터의 관성 모멘트 (부하 포함),  $d$ :점성 마찰 계수,  $K$ :증폭기의 계인이다.  $G_p(s), G_w(s)$ 가 비례 요소만 있다고 가정하면 그림 1은 다음과 같이 된다.

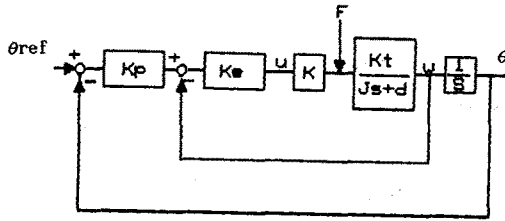


그림2 비례 제어만 고려할 경우 블록도  
( $G_p(S)=K_p, G_w(S)=K_e$ )

이 시스템에서 2차 상태 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{d}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{K}{J}K_T \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} F$$

$$= AX + Bu + \Gamma F \quad (1)$$

여기에서  $x_1 = \theta_{ref} - \theta$   
 $x_2 = \dot{x}_1$

$$u(i_a) = [K_p K_e \ K] X^T$$

$$= RX^T \quad (2)$$

이 상태 방정식을 디지털 제어를 위해 이산화하면

$$X[(k+1)T] = \Phi X(kT) + \Theta u(kT) + \Gamma F \quad (3)$$

T : 샘플링 시간

$$\Phi = \{e^{-1}[sI - A]^{-1}\}_{t=T} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Theta = \{e^{-1}[sI - A]^{-1} b \frac{1}{s}\}_{t=T} = [b_1 \ b_2]$$

위치 제어시 고려해야 할 점중에 하나는 오버슈트(Overshoot)가 없어야 한다는 점이다. 이 오버슈트가 발생하면 기계적인 부리등이 가해져 시스템 전체에 나쁜 영향을 주기 때문에 오버슈트가 발생하지 않도록 게인값을 조절해 줄 필요가 있다. 플랜트에 가해진 부하의란을 무시할 수 있다고 가정하면 식 (1), (2)에서

$$X[(kT+1)] = HX(kT) \quad (4)$$

여기에서

$$H = \Phi + \Theta R$$

오버슈트가 발생하지 않을 조건은 식(5)의 특성 방정식인

$$|zI - H| = 0 \quad (5)$$

의 근이 다음 조건을 만족해야 한다.

$$0 < \text{Re } z < 1 \quad (6)$$

$$j_{\text{Im}} z = 0 \quad (7)$$

표 1에 표시된 모타의 사양에서 샘플링시간 T에 대해서 식 (6), 식(7)을 만족하는  $K_p, K_e$  를 구하면 그림 3과 같다.

Ke vs Kp only PI

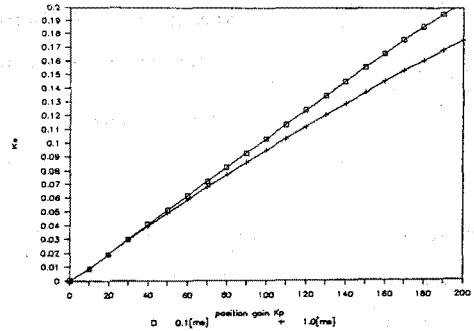


그림 3. Ke, Kp 게인 상관도 (No Overshoot)

### 3. 슬라이딩 모드 제어를 부가한 PI 제어기의 구성

슬라이딩 모드 제어는 미리 설정된 슬라이딩 라인을 따라 시스템의 구조를 전환하면서 목표치에 도달하도록 하는 제어 방식이며 일반적으로 파라미터 변동과 외란 및 비선형성에 강한 특성을 지니고 있다. 따라서 슬라이딩 제어를 병렬로 부가함으로써 PI 제어기가 가지는 파라미터 변동과 외란에 민감하게 반응하는 단점을 제거할 수 있다. 슬라이딩 모드 제어에서 스위칭 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$S_k = GX, \quad G = [c \ 1] \quad (8)$$

본 논문에서 제안하는 제어 입력은 다음과 같다.

$$u = k_s S_k + k_v x_1 + k_i / S_k dt \quad (9)$$

$k_s$  는 슬라이딩 모드 제어시 스위칭되는 게인 값이며 적분항  $k_i$  는 토오크 외란과 정상상태 오차를 보상한다. 이 시스템의 블록도는 그림 4와 같다.

그림4의 블록도에서 알 수 있듯이 슬라이딩 라인의 기울기 C와 PI 제어기에서의 위치 게인  $K_p$ 는 서로 대응함을 알 수 있다. 디지털 제어에서 슬라이딩 모드 가 존재할 조건은 다음과 같다.



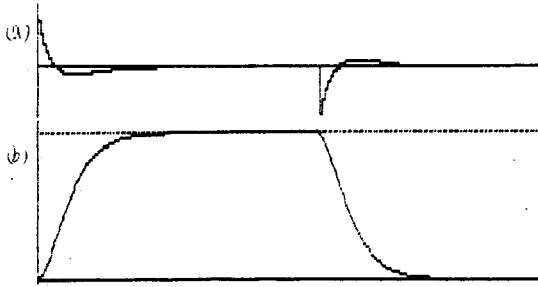


그림 7. PI 제어의 경우 (부부하시)  
( $K_p=100, k_e=0.094, k_i=0.00012$ )  
(a) 제어 입력 (b) 위치

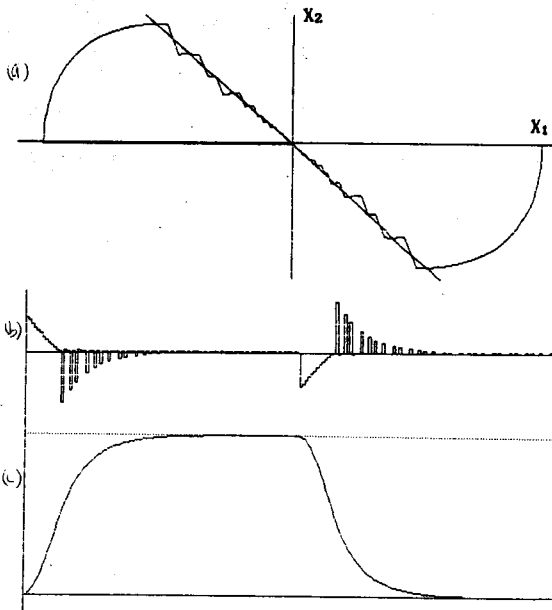


그림 8. PI에 슬라이딩모드를 추가한 경우 (부부하시)  
 $C=100, k_e=0.02439, k_s=0(SkX1>0), -7(SkX1<0)$   
(a)Phase Plane (b) 제어 입력 (c) 위치

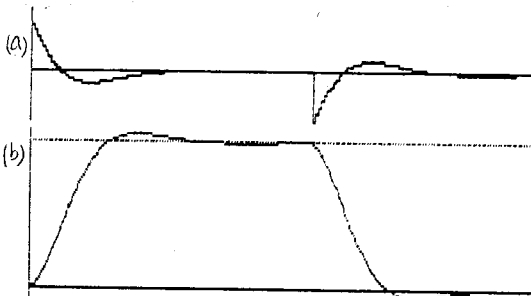


그림 9. PI 제어의 경우 (J 100% 증가시)  
(a) 제어 입력 (b) 위치

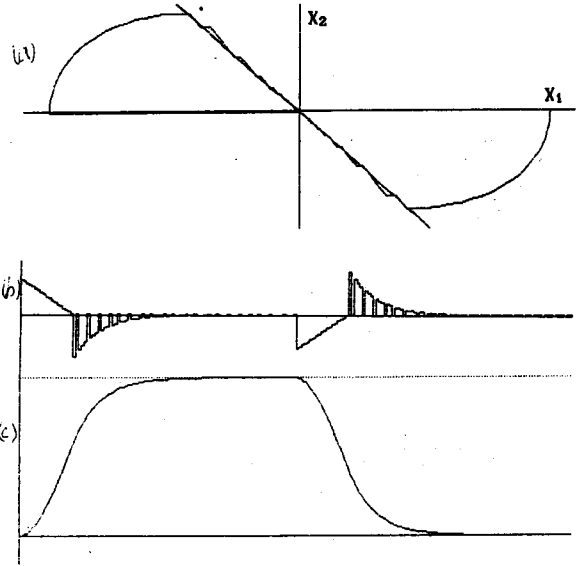


그림 10. PI에 슬라이딩모드를 추가한 경우  
(J 100% 증가시)  
(a)Phase Plane (b) 제어 입력 (c) 위치

### 5. 결론

기존의 PI 제어기에 슬라이딩 제어기를 추가함으로써 파라미터 변동이나 부하 외란에 강한한 특성을 구할 수 있었다. 시뮬레이션 결과에서 큰 논점이 제시한 제어 방법이 제어 성능을 향상시킨 것을 확인 할 수 있었다.

### 6. 참고 문헌

- (1) V.I.Utkin, " Variable Structure System with Sliding Modes", IEEE, Trans. Auto. Con, Vol AC-23, No. 6 pp 1079-1085, 1978
- (2) Hideki Hashimoto, "A Microprocessor Based Robot Manipulator Control with Sliding Mode", IEEE Trans Ind Electron, Vol. IE-31, No4, pp313-316, 1984
- (3) Toshio Matsumoto, " Design Scheme of Variable Structure Control for Posion with Sliding Mode", T. IEE, Vol 107-D, No. 11, 1987
- (4) Digital Control System , B. C. Kuo
- (5) Digital Control System , R. Isermann