

비선형 부하를 갖는 영구자석 발전기의 유한요소 해석

홍 기 란 , 한 송 업
서울대학교 전기공학과

Finite element analysis of permanent magnet alternator with nonlinear load

Hong Ki Rann , Hahn Song Yop
Dep. of E.E. Seoul National Univ.

ABSTRACT

Until now, method of equivalent circuit is generally used in analyzing the characteristic of the synchronous alternator. But this method can't apply when loads are connected to alternator. In this paper, we analyzed the load characteristic of the synchronous alternator with permanent magnet using 2-dimensional finite element method having voltage source .

The loads of a alternator are battery and diodes which are used to rectify. also, we used half periodic boundary condition in the F.E.M calculation

1. 서 론

동기 발전기의 부하특성을 해석하는데 있어 지금까지는 주로 등가회로법을 사용하였는데, 이 방법은 자속분포가 정현파라고 가정하여 고조파를 무시하였고, 누설자속을 고려하지 못할 뿐만 아니라 다이오드 등의 비선형 부하가 연결되었을 때 이의 특성을 고려하지 못하였다. 또한 임의의 부하가 연결되었을 때, 부하에 따라 전원이 변하는 가변전원 모델이 되어 해석이 용이하지 못하게 된다.

이러한 문제들을 해결하기 위하여 영구자석 동기 발전기의 특성을 해석하는데 있어 2차원 유한요소법을 사용하였다.

정자장 유한요소법에서는 전류밀도가 기지의 값이고 이로부터 자기 벡터 포텐셜을 구하게된다. 그런데, 발전기 모델에서는 부하에 따라 자장과 전류가 모두 변하게 되므로

정자장 모델이 아니다. 그러므로, 자장과 전류가 모두 미지의 값이 되어 방정식이 더 필요하게 된다. 이를 위하여 전기회로 방정식을 추가한다. 전기회로 방정식의 미지 값은 전압과 전류이므로 두 방정식을 결합하기 위해서는 전압과 자장의 관계식이 필요하게 된다. 이 과정에서 나타나게 되는 flux 및 전류의 시간 미분항은 후퇴차분법을 사용하여 처리하였다.

발전기의 부하는 3상 정류 다이오드와 축전기인데, 이때 다이오드는 비선형 부하이므로 이를 선형화하여 사용하였다. 이 회로는 전기적으로 단락상태와 유사하므로 부하에는 대전류가 흐르게 되는데, 이에 의하여 영구자석 모서리에서 감자작용이 생기고 이에 의하여 영구자석의 자화가 깨어지는 것도 관찰할 수 있다.

2. 유한요소법의 적용

2.1 지배 방정식

Maxwell 방정식에 의하여 자장과 전류밀도 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (1)$$

영구자석이 있을 때 자속밀도는 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (2)$$

자화의 세기 \vec{M} 은 인가자장에 의하여 유기된 양과 영구자석의 자화량의 합으로 표시할 수 있다. 즉,

$$\vec{M} = \chi \vec{H} + \vec{M}_r$$

이들 (2)식에 적용하면,

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} + \mu_0\vec{M}_r$$

1 + x 를 자기비투자율 μ_r 이라 한다.

투자율 μ 는, $\mu = \mu_0 \mu_r$ 이다.

$\mu_0 \vec{M}_r = \vec{B}_r$ 이라 하면,

$$\mu \vec{H} = \vec{B} - \vec{B}_r \quad (3)$$

자기 벡터 포텐셜 \vec{A} 는 다음식으로 정의된다.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

이를 (3)식에 적용하고, 그 결과를 (1)식에 대입하면,

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A} - \vec{B}_r) - \mu \vec{J} = 0 \quad (4)$$

전류 \vec{J} 는 \hat{z} 방향으로만 흐르고, 자기벡터 포텐셜 \vec{A} 도 \hat{z} 방향 성분만 존재한다.

2.2 유한요소법의 적용

(4)식에 가중잔차법을 사용하면,

$$\int [\nabla \times (\nabla \times \vec{A} - \vec{B}_r) - \mu \vec{J}] W_i \cdot \hat{z} \, dx dy = 0 \quad (5)$$

W_i : 가중함수

$$\nabla \times \vec{P} = \nabla \times (a\vec{P}) - \nabla a \times \vec{P}$$

그러므로 (5) 식은,

$$\int [\nabla \times W_i (\nabla \times \vec{A} - \vec{B}_r) - \nabla W_i (\nabla \times \vec{A} - \vec{B}_r) - W_i \mu \vec{J}] \cdot \hat{z} \, dx dy = 0 \quad (6)$$

유한요소법에 의하여 각 요소에서의 자기 벡터 포텐셜

을 근사화 시키는 형상함수를 N_i^0 라 하면,

$$A^0 = \sum_{i=1}^3 N_i^0(x,y) A_i$$

Galerkin 법에 의하여 $W_i = N_i^0$ 로 정한다.

(6)식의 첫번째 항은 Stokes 정리에 의하여 경계적분으로 바뀐다.

$$\int [\nabla \times N_i (\nabla \times \vec{A} - \vec{B}_r)] \cdot \hat{z} \, dx dy = \oint N_i (\nabla \times \vec{A} - \vec{B}_r) \cdot d\vec{l} \quad (7)$$

Dirichlet 경계조건 : $A = g$ (경계 C_1)

주기 또는 반주기 경계조건 : (경계 C_2)

(6)식의 두번째 항에서,

$$\begin{aligned} & - \int [\nabla N_i \times (\nabla \times \vec{A} - \vec{B}_r)] dx dy \\ & = - \int [\nabla N_i \times (\nabla \times \vec{A})] dx dy + \int [\nabla N_i \times \vec{B}_r] dx dy \end{aligned} \quad (8)$$

(8)식의 첫번째 항에서,

$$\begin{aligned} & - \int [\nabla N_i \times (\nabla \times \vec{A})] dx dy \\ & = \int \left(\frac{N_i}{\partial x} \frac{N_j}{\partial x} + \frac{N_i}{\partial y} \frac{N_j}{\partial y} \right) dx dy A_j \end{aligned}$$

(8)식의 첫번째 항에서,

$$\begin{aligned} & \int [\nabla N_i \times \vec{B}_r] dx dy \\ & = \int \left(B_{ry} \frac{N_i}{\partial x} - B_{rx} \frac{N_i}{\partial y} \right) dx dy \end{aligned}$$

$$\vec{B}_r = B_{rx} \hat{x} + B_{ry} \hat{y}$$

(6)식의 세번째 항에서, 전류밀도는 $\vec{J} = NI/S$ 이므로,

$$\begin{aligned} & \int N_i \mu \vec{J} dx dy \\ & = \mu NI/S \int N_i dx dy \end{aligned}$$

그러므로 (6)식은 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$[S_1] [A] + [F_1] - [S_2] [I] = 0 \quad (9)$$

$$S_1 : s_{ij} = \int \left(\frac{N_i}{\partial x} \frac{N_j}{\partial x} + \frac{N_i}{\partial y} \frac{N_j}{\partial y} \right) dx dy \quad (n \times n)$$

$$F_1 : f_i = \int \left(B_{ry} \frac{N_i}{\partial x} - B_{rx} \frac{N_i}{\partial y} \right) dx dy \quad (n \times 1)$$

$$S_2 : s_i = NI/S \int N_i dx dy \quad (n \times 3)$$

\vec{A} 와 I 가 모두 미지수이므로 방정식은 n 개, 미지수는 $n + 3$ 개가 되므로 전기회로 방정식과의 결합이 필요하다.

2.3 전기회로 방정식

3상 교류 발전기의 회로는 그림 1과 같다.

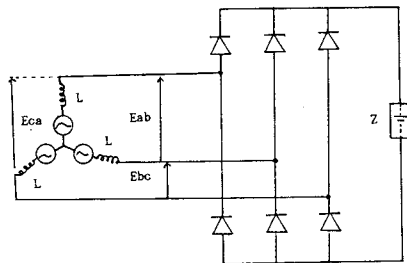


그림 1. 3상 전파 정류회로

L : 누설 리액턴스

이 회로에서 다이오드는 그림 2와 같이 6개의 동작 모드를 갖는다.

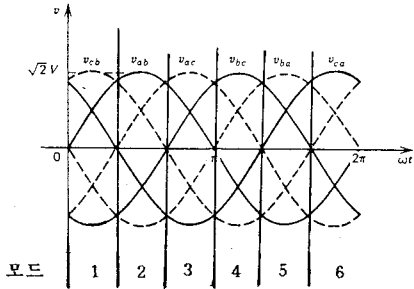


그림 2. 3상 전파 정류시의 동작전압

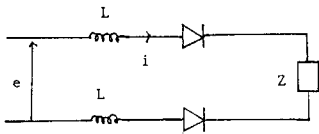
다이오드에서 전압 V_D 는 다음식으로 표시한다.

$$V_D = 0.7 + R_D I$$

유기전력과 전류의 위상각에 따라, 한 동작 모드 내에서 다이오드의 도통은 다음의 세가지 경우에 따르게 된다.

(1) 다이오드 2개 도통

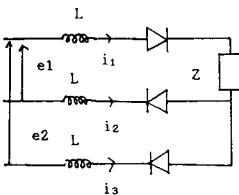
전류의 위상각이 시간각보다 작은 경우에는 한 동작 모드 내에서 다이오드가 2개 도통하게 된다.



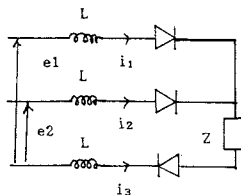
$$e = 2L \frac{di}{dt} + 2V_D + ZI + 2R_D i \quad (11)$$

(2) 다이오드 3개 도통 다이오드 2개 도통

전류의 위상각이 한 모드 경과 시간각인 60도 보다 작은 경우에는 모드가 시작될 때는 전류가 중첩되어 다이오드 3개를 통하여 흐르게 된다.



(가) 모드 2,4,6



(나) 모드 1,3,5

(가)인 경우의 회로 방정식은,

$$e1 = L \frac{di_1}{dt} + 2V_D + R_D i_1 - R_D i_2 - L \frac{di_2}{dt} + Z i_1 \quad (12)$$

$$e2 = L \frac{di_1}{dt} + 2V_D + R_D i_1 - R_D i_3 - L \frac{di_3}{dt} + Z i_1 \quad (13)$$

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (14)$$

(나)인 경우의 회로 방정식은,

$$e1 = L \frac{di_1}{dt} + 2V_D + R_D i_1 - R_D i_3 - L \frac{di_3}{dt} - Z i_3 \quad (15)$$

$$e2 = L \frac{di_1}{dt} + 2V_D + R_D i_2 - R_D i_3 - L \frac{di_3}{dt} - Z i_3 \quad (16)$$

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad (17)$$

다이오드가 2개 도통하는 기간의 회로 방정식은 (1)의 경우와 같다.

(3) 다이오드 3개 도통

(2)에서 3개 도통하는 경우와 같다.

2.4 결합 방정식

유한요소 방정식에서의 미지수는 \vec{A} 와 \vec{J} 이고, 전기회로 방정식의 미지수는 e 와 i 이므로 A 와 e 사이의 관계식이 필요하다.

$$e = -d\phi/dt$$

Flux ϕ 는 자기 벡터 포텐셜로부터 구할 수 있다.

$$\phi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

$$\phi^* = N/3S (A_{1e} + A_{2e} + A_{3e}) \Delta^* l$$

$$\phi = \sum_{j=1}^3 [(\pm 1) N/S \sum_{j=1}^3 \Delta^* l A_j^*]$$

그러므로 전기 회로 방정식은 다음의 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} S3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F2 \end{bmatrix} = 0 \quad (18)$$

$$S3 : S_j = (\pm) N/S \Delta^* l \quad (3 \times n)$$

$$S4 : (11), (12), (13), (15), (16) \text{ 식으로부터 해당 임피던스 행렬} \quad (3 \times 3)$$

$$F2 : \vec{A} \text{ 와 } I \text{ 미지수에 해당하지 않는 모든 값} \quad (3 \times 1)$$

(9)식과 (18)식을 결합하면,

$$\begin{bmatrix} S1 & -S2 \\ S3 & S4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F1 \\ -F2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$d\phi/dt$, di/dt 등과 같은 시간 변화율은 미소시간에 대하여 다음과 같이 근사하여 사용한다.

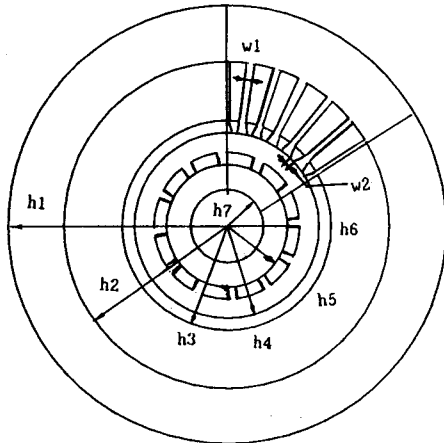
$$d\phi/dt = \frac{\phi^{k+1} - \phi^k}{\Delta t}$$

$$di/dt = \frac{i^{k+1} - i^k}{\Delta t}$$

Δt : 미소 경과 시간

3. 적용 모델 및 결과

그림 3는 12극 3상 영구자석 발전기의 단면도이다.



h1=60.75 [mm] h2=55.77 [mm] h3=45.30 [mm]
 h4=44.55 [mm] h5=43.75 [mm] h6=41.85 [mm]
 h7=26.85 [mm] w1=3.41 [mm] w2=2.26 [mm]

그림 3. 영구자석 발전기의 단면도

위의 발전기는 동일한 자기회로가 6번 반복되고, 자기회로 내에서 부호만 반대인 자기회로가 2번 반복되므로, 주기 경계조건을 사용할 때는 1/6 만큼, 반주기 경계조건을 사용할 때는 1/12 만큼 해석하여도 무방하다.

본 논문에서는 반주기 경계조건을 사용하여 1/12에 해당하는 영역만을 해석하였으며, 이를 위한 요소 분할은 그림 4와 같다.

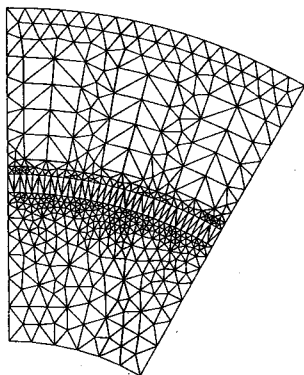


그림 4. 발전기의 요소 분할

사용된 결점수는 487개이고, 요소수는 913 개이다.

발전기의 속도는 일정하다고 가정하고, 후퇴차분법의 처리를 위해서 회전자에 영구자석이 있는 부분을 전기각 5도씩 36개로 세분하였다.

무부하시의 자속분포와 축전기를 연결했을 때의 자속분포는 그림 5와 그림 6에서와 같다.

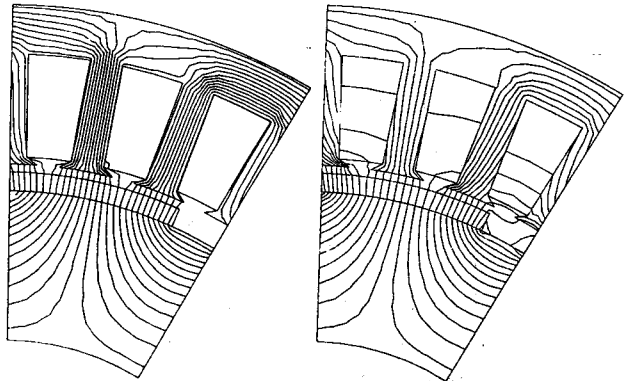


그림 5. 무부하시의 자속분포

그림 6. 부하시의 자속분포

송전을 시작한 후 300 step (약 4주기) 동안의 유기기전력과 전류를 살펴보면 그림 7과 그림 8에서와 같다. 이때 부하에 흐르는 전류는 그림 9와 같다.

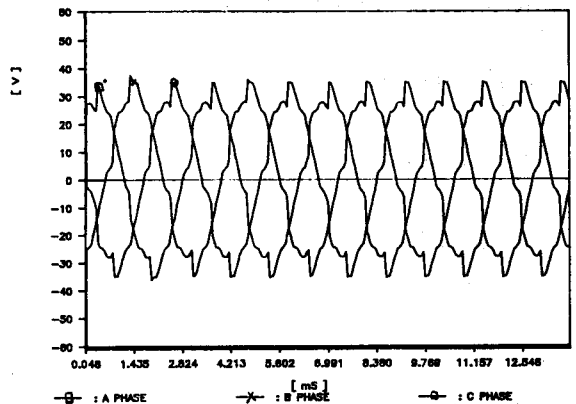


그림 7. 발전기의 유기기전력

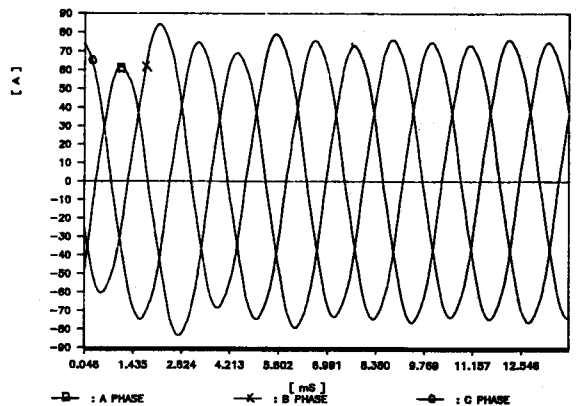


그림 8. 발전기의 선전류

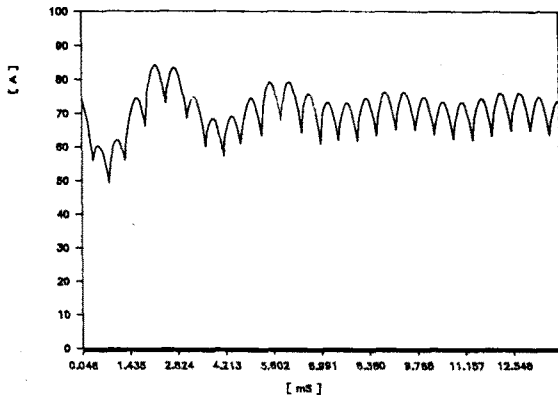


그림 9. 발전기의 부하전류

4. 결론

영구자석 발전기의 특성해석을 위하여 자장 방정식과 전기 회로 방정식을 결합하여 유한요소법을 사용하였다. 이때 반주기 경계조건을 사용하였는데, 이로써 절점수를 줄이면서도 좋은 해를 얻을 수 있었다.

이 결과로 발전기의 무부하 특성, 단락 특성 및 부하 특성을 모두 해석할 수 있었으며, 실험을 통하여 측정된 값과 근사함을 확인할 수 있었다.

5. 참고 문헌

- [1] 이 병석, " 유한요소법에 의한 초전도 동기 발전기의 단락 특성 해석 ", 서울대학교 전기공학과, 1988
- [2] F.Piriou, A.Ruzek, " coupling of saturated electromagnetic systems to nonlinear power electronic devices ", Trans. IEEE, Vol MAG.24, pp 274 - 277, 1988
- [3] F.Piriou, A.RUzek, " Calculation of saturated inductances for numerical simulation of synchronous machines ", Trans. IEEE, Vol MAG.19, pp 2628 - 2631, 1983
- [4] A.J.Davies, The finite element method, Clarendon press, Oxford, 1980
- [5] T.Nakada, N.Takahashi, 전기공학의 유한요소법, 1982