

유한요소법에 의한 초고압 OF 케이블 접속재의 온도해석에 관한 연구

이종범, 강동식, 강도현, 이수현

한국전기연구소

A Study on the Thermal Analysis of Extra-High Voltage OF Cable Accessories using Finite Element Method

Jong-Bum Lee, Dong-Sik Kang, Do-Hyun Kang, Soo-Hyun Lee

KERI

ABSTRACT

This paper presents the thermal analysis of EHV OF cable accessories using FEM. The governing equation about the temperature in the cable accessories is induced by the energy balance equation. Since the temperature distribution is a function of space and time, the weighted residual method is adopted for FEM formulation. The difference approximation is used to treat the time differential term in the element equation. Automatic mesh generation which save time and labor is introduced for the data input process. It will be expected that the following thermal analysis result will be very useful to cable accessories design.

1. 서론

일반적으로 케이블 접속재는 케이블 부위보다 절연층이 보강되어 있어 절연층의 두께는 두꺼우며 그에 따른 열저항이 크게 된다. 따라서, 지중송전계통 케이블에서는 접속재 부위의 도체 온도가 케이블 부위의 도체온도보다 높으며, 특히 275kV 이상의 지중선로에서는 열저항에 의한 온도상승이 큰 문제로 대두된다. 도체로부터 전달된 열이 접속재에서 상당한 온도로 유지되어 절연층의 열화가 촉진되어 절연능력이 떨어 짐은 물론 송전용량에 많은 지장을 초래한다. 따라서, 정확한 열해석으로 온도상승치를 파악하여 보다 정확하고 안전한 설계를 해야 한다.

과거에는 열해석에 있어서 등가 열회로망 구성 모델법 즉, 열저항을 전기 저항으로, 열류를 전류로, 온도를 전압으로 생각하여 계산하는 방법이 개발되어 접속재의 온도를 간이 해석 하여 왔으나, 접속재의 세밀한 설계를 위하여 유한요소법에 의한 보다 정확한 해석이 필요하게 되었다.

한편, 본 연구에서는 접속재내의 온도분포에 대한 지배방정식을 에너지 보존법칙에 의해서 유도했으며 이 식을 유한요소법으로 정식화하기 위해서 가중잔차법을 사용 하였다. 또한, 과도상태의 해석을 위해서 차분근사법을 시간미분항의 계산에 도입 했다. 수동으로 해석영역을 세분화하고 Data를 입력시킬 경우 많은 시간과 노력이 필요하므로 이 문제를 해결하기 위하여 자동요소분할법을 도입했다. 이상의 알고리즘에 의한 케이블 접속재의 온도해석은 케이블 접속재 설계의 기본이 될 것이다.

2. 접속재내 온도분포에 대한 지배방정식

물체에서 온도의 구배가 존재할 때 고온에서 저온으로 에너지의 전달이 있다. 이때 단위면적당 열전달율은 수직온도구배에 비례한다.

$$q = -KA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

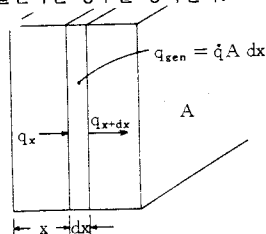
여기서, q : 열전달율 [J/S],

$\frac{\partial T}{\partial x}$: 열이동에 대한 온도의 구배

K : 물질의 열전도율 [W/m · °C]

A : 면적 [m²]

온도가 시간에 따라 변화하고 열의 Sink나 Source가 있으며 계산이 복잡하다. 이를 위해 그림1과 같은 모델의 일반적인 경우를 생각한다.



그림(1) 1차원 열전달 해석을 위한 미소체적

그림(1)의 모델에서 미소길이 dx 에 대해서 다음과 같은 Energy balance가 생기게 된다.

좌측표면에서 전달되는 Energy + 요소내부에서 발생하는 열 = 내부 에너지의 변화 + 우측표면에서 전달되는 Energy

여기서, 식(2)의 각 항은 다음과 같은 식으로 표현된다.

좌측표면에서 전달되는 Energy :

$$q_x = -KA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3)$$

요소내부에서 발생하는 열 :

$$\dot{q} A dx \quad (4)$$

내부에너지의 변화 :

$$\rho c A \frac{\partial T}{\partial t} dx \quad (5)$$

우측표면에서 전달되는 energy :

$$q_{x+dx} = -KA \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx} = -A \left[K \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] \quad (6)$$

한편, 식(2)에 식(3),(4),(5),(6)을 대입하면 식(7)이 유도된다.

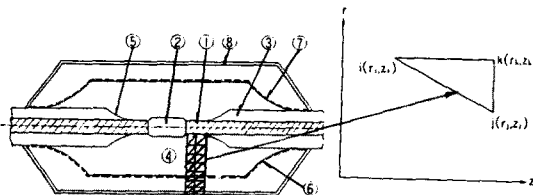
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (7)$$

식(7)을 3차원까지 확장하면

$$\rho \cdot K \nabla^2 T + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (8)$$

로 된다.

여기서, \dot{q} : 채적내 발열밀도 (W/m^3)
 ρc : 열용량 ($W \cdot S / ^\circ C \cdot m$)



- ① Cable conductor ② Splicing sleeve ③ Cable core
- ④ Reinforcing insulator ⑤ Cable core stepping area
- ⑥ Sloping area ⑦ Shield ⑧ Joint copper box

그림 (2) 접속재의 온도해석 모델

그림 (2)와 같은 접속재는 상하좌우 대칭이며 Z축을 중심으로 장의 현상이 일정하기 때문에 2차원장으로 해석할 수 있다. 따라서, 해석 모델에서 식(8)은 다음과 같은 방정식으로 된다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(Kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (9)$$

한편, 식(9)의 해를 구하기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$$K \frac{\partial T}{\partial n} + h(T - T_o) = 0 \quad (10)$$

여기서, h : 열전달 계수 [$W/m^2 \cdot ^\circ C$]
 \dot{q} : 경계면상의 발열량 [W/m^2]
 T_o : 외기온도 ($^\circ C$)

3. 유한요소법의 정식화

온도 T 는 좌표와 시간에 대해서 함수이므로

$$T^{(e)}(r, z, t) = \sum_{i=1}^n N_i(r, z) T_i(t) = [N] \{T\}^{(e)} \quad (11)$$

라고 두고 식(9)에 대해서 가중함수를 N_j 라 두고 (Galerkin의 방법) 오차평가를 영으로 하는 식을 만들면 다음과 같다.

$$\int N_j \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(Kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right\} r dr dz = 0 \quad (12)$$

($j = 1, 2, \dots, n$)

식(12)에 Gauss-Green의 적분공식과 경계조건을 적용하면 요소 Matrix 방정식 식(13)이 유도 된다.

$$[K_e]^{(e)} + [K_b]^{(e)} \cdot \{T\}^{(e)} + [C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}^{(e)} - \{q\}^{(e)} + \{q\}^{(e)} - (hT_o)^{(e)} = 0 \quad (13)$$

여기서, 각 계수는 다음과 같다.

$$K_{eij} = \int \left(K \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + K \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) r dr dz \quad (14)$$

$$K_{bij} = \int h N_i N_j ds \quad (15)$$

$$C_{ij} = \int \rho c N_i N_j r dr dz \quad (16)$$

$$\dot{q}_i = \int \dot{q} N_i r dr dz \quad (17)$$

$$q = q N_j ds \quad (18)$$

$$hT_o = \int h T_o N_j ds \quad (19)$$

식(13)의 시간미분항의 취급 방법으로 차분근사법을 사용하면 온도에 대한 요소 Matrix는 다음과 같다.

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C] + \theta [K_e]^* + [K_b]^* \right) \{T\}_k + (1 - \theta) \left([K_e]^{(e)} + [K_b]^{(e)} \right) \{T\}_{k-1} - \frac{[C]}{\Delta t} \{T\}_{k-1} - \{q\}^{(e)} + \{q\}^{(e)} - (hT_o)^{(e)} = 0 \quad (20)$$

단, $0 \leq \theta \leq 1$.

식(20)의 해를 구하기 위해서 요소의 형상과 적당한 보간함수를 설정하여 요소방정식을 구성하고 이 요소 방정식을 조합하여 전체계의 방정식 해를 구한다. 요소절점에서의 온도가 구해지면 여기에 보간함수를 곱하면 요소내의 온도를 구할 수 있다.

4. 자동요소분할법

유한요소법을 온도해석에 적용시킬 경우 해석영역을 세분화 시켜야 하는데, 이 분할된 각 이산영역의 내각의 크기가 비슷하면 잘 분할되었다고 말할 수 있다. 또 수동으로 요소를 세분화 하고 Data를 입력시킬 경우 많은 시간과 노력이 필요하다.

따라서 이러한 점을 해결하기 위해 해석영역을 자동으로 분할 하는 자동요소분할법에 대해서 기술한다.

1) VORONOI의 다각형과 DELAUNAY의 3각형

자동분할된 삼각형의 내각의 크기가 비슷하면 잘 분할되었다고 말할 수 있는데 DELAUNAY's triangulation은 영역을 잘 분할 하는 방법이다.

$V_i = \{ X : d(X, P_i) \leq d(X, P_j), \text{ 모든 } i \neq j \text{ 영역에 대해} \}$

V_i : i번째 VORONOI의 다각형

P_i : 2차원 평면 위에 위치한 i번째 점

$d(X, P_k)$: X와 P_k 사이의 거리

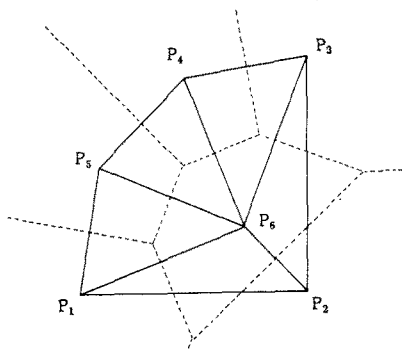


그림 (3) VORONOI의 다각형

평면위에 주어진 점 P_1, \dots, P_6 에 형성된 VORONOI의 다각형이 그림 (3)의 점선으로 나타나 있다. 이러한 다각형의 각각을 Tile이라고 한다. 세계의 Tile이 만나는 곳에서 하나의 정점이 정해진다.

이 정점을 이루게 한 세계의 Tile을 형성한 세점에서 만들어진 삼각형이 드러니의 삼각형(DELAUNAY's Triangle)이 된다. 이와 같이 주어진 점에 의해 삼각형을 만들었을 경우 이것을 드러니의 삼각형화(DELAUNAY's Triangulation)라 하며, VORONOI의 다각형과 쌍대(dual)의 개념이 된다. 드러니의 삼각형에 의해 형성된 삼각형들의 각각의 외심원 안에서 다른 삼각형을 형성하는 어떠한 점도 포함되지 않는다. 즉 이 원리를 이용 하여 실제의 프로그램을 개발한 것이 자동요소분할법이다. 한편 형성된 3각형을 정삼각형화 하기위해서 내부점을 형성하고 이것을 이동하는 작업이 병행할 때 완전히 요소분할 되었다고 말할 수 있다.

2) 내부점 생성

$q(P_i)$ 는 점 P_i 와 이웃하는 점들까지의 거리의 산술평균을 의미한다. 영역을 묘사하기 위해 주어진 점에 대해 $q(P_i)$ 값을 할당하고 주어진 점들에 의해 형성된 각각의 삼각형 요소 K에 대해 다음 값을 정의한다.

$$SC(K) = \{ q(P_i), q(P_j), q(P_k) \}^2$$

삼각형 K의 부근에 위치한 면적의 바탐직한 값은

$$[SC(K)]^2 > 3\text{각형의 면적} \times 2$$

라 할 수 있다.

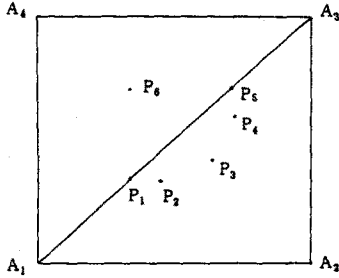
$$[SC(K)]^2 \leq 3\text{각형의 면적} \times 2$$

인 경우 새로운 내부점을 형성한다.

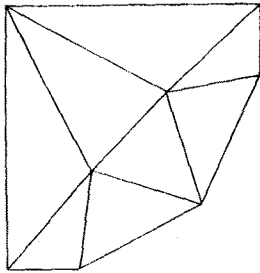
3) 내부점 이동

내부점이 생성되었을 경우에 내부점과 연결된 삼각형이 연어지면 각각의 내부점에 대해서 그 점과 연결된 점들로 이루어진 다각형의 무게중심으로 각각의 내부점을 이동시킴으로서 삼각형을 정삼각형에 더욱 더 가깝게 하는 것이 가능하다.

이와 같은 과정을 regulation 또는 smoothing 이라고도 한다. 한편, 그림(4)과 같이 외각점 A_1, \dots, A_4 , 이 주어지고, 영역을 표현하기 위하여 P_1, \dots, P_6 , 가 주어졌을 때 그림(5)는 자동분할된 요소를 나타내고 있다.

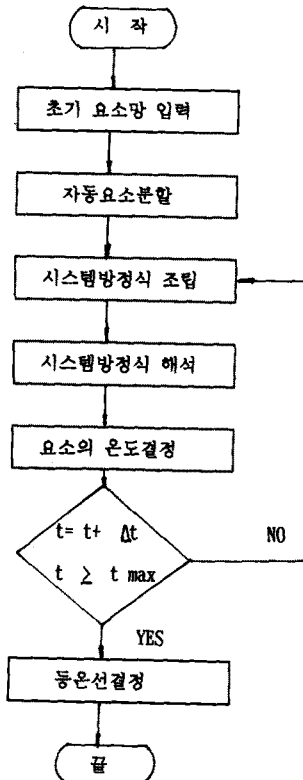


그림(4) 주어진 입력조건



그림(5) 완성된 요소분할

5. 계산처리과정의 흐름도



그림(6) 계산처리과정의 흐름도

6. 결론

본 연구에서는 유한요소법에 의한 초고압 OF 케이블 접속재의 온도해석에 의해서 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 접속재의 온도해석에 적용할 수 있는 지배방정식과 경계조건을 확립시켰다.
- 2) 입력 Data 처리시 시간을 절약할 수 있는 자동요소분할법을 도입했다.
- 3) 초고압 지중 OF 케이블 접속재의 온도해석 결과에 따라 접속재 절연설계를 위한 Data로 삼을 수 있다.
- 4) 본 알고리즘의 범용성 때문에 장의 온도해석에 기본자료로 삼을 수 있다.

앞으로 접속재 내부 절연체의 온도특성이 비선형이 방성인 경우를 고려하고 오차 추정에 따라 요소를 더욱 세분화 하는 적응유한 요소법을 도입할 필요성이 있다.

참고 문헌

1. K. H. Huebner "The Finite Element Method for Engineers" John Wiley and Sons, New York, 1982 .
2. Z. J. Cendes, D. Shenton, H. Shanasser, "Magnetic field computation using Delaunay triangulation and complementary finite element methods", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. MAG-19, NO.6, pp.2551-2554, November 1983 .
3. D. A. Lindholm, " Automatic triangular mesh generation on surfaces of polyhedra", IEEE Transaction on Magnetics Vol. MAG-19, NO.6, pp. 2539-2542, November 1983 .
4. J. C. Cavendish, "An approach to automatic three-dimensional finite element mesh generation", Int. J. Numer. Methods Eng, 21, pp. 329-347, 1982 .
5. M. N. Ozisik, " Heat transfer ", McGraw-Hill Book Company, 1986.

부 록

물질상수

명칭	열전도율 (W/°C·m)	열전달계수 (W/㎡·C)	열용량 (J/㎡·C)	외기온도 40°C
도체	386		3430000	
유침 절연지	0.18	11	2242422	
절연유	0.16	11	1912500	



그림 (7) 접속재의 해석모델

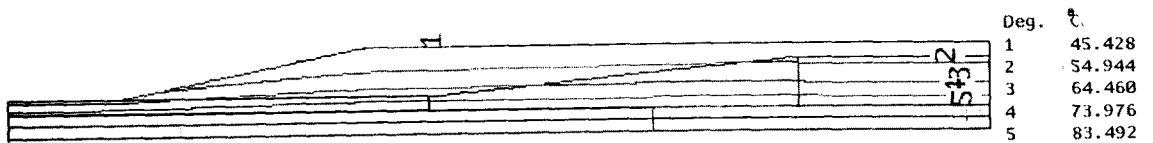


그림 (8) 접속재의 등온선 (154 kW 1500 A)

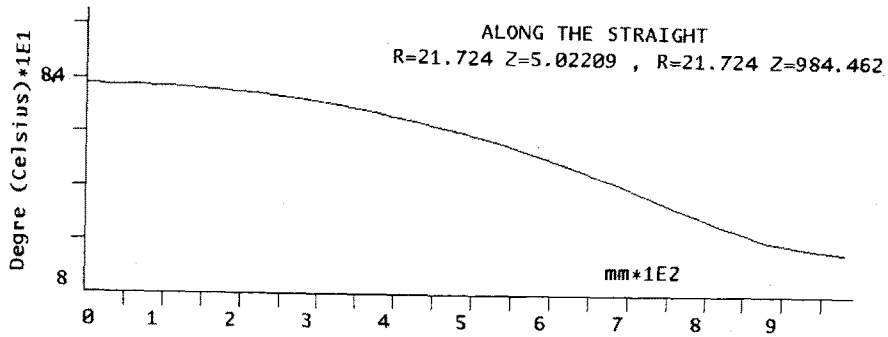


그림 (9) 접속재의 도체표면에서 온도

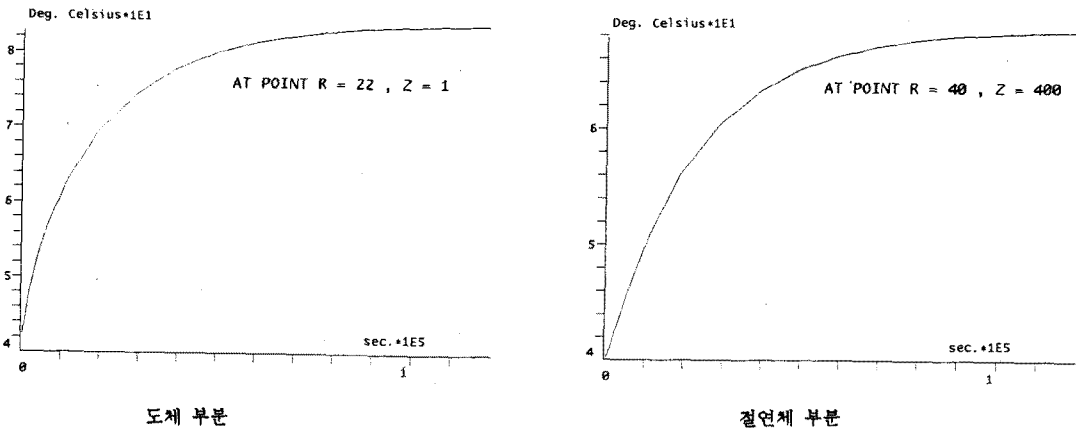


그림 (10) 시간 경과에 따른 접속재의 온도