

스위칭 레귤레이터에 있어서 과도응답에 대한 연구

김 희 준 김 순 창^o

한양대학교 전기공학과

A Study on the transient response in the switching regulator

Hee Jun Kim Soon Chang Kim

Han Yang University

Abstract

This paper investigated the effect of right half plane zero on the transient response in the buck-boost DC-DC converter.

And it is clarified that the damping ratio decreases gradually by increases of the feedback loop gain and the regulation system of the converter becomes unstable.

From the result, we obtained the stability region about the duty ratio and the output current by evaluating the feedback loop gain.

1. 서론

집적화기술이 발달함에 따라서 다양한 전자기기의 직류 안정화 전원으로써 폭넓게 이용되고 있는 스위칭 레귤레이터의 안정성은 전자기기 전체의 신뢰성을 높이는 데 있어서 가장 기본적이며 중요한 문제중의 하나로 대두되고 있다.

스위칭 레귤레이터는 크게 직류변환장치인 DC-DC 콘버터와 출력전압을 안정화시키는 데 필요한 귀환 제어회로의 두 부분으로 나눌 수 있으며, 일반적으로 DC-DC 콘버터는 입력전압과 출력전압의 승압비에 따라서 강압형 (buck type), 승압형 (boost type), 승강압형 (buck-boost type)의 세가지 기본회로로 구분 할 수 있다.

또한 귀환제어회로는 통상 출력전압과 기준전압과의 오차를 증폭하는 오차증폭기와 이를 삼각파와 비교하여 구형파를 발생하는 비교기를 구성한다.

DC-DC 콘버터중 승강압형회로는 입력과 출력사이의 2권선리액터가 입출력간 지류결전의 역할도 병행하고 있다는 장점으로 인하여 비교적 중소용량의 전원으로 폭넓게 이용되고 있는 회로 방식이다.

그런데 이 콘버터는 회로 구조상 전달함수의 우반면에 영점이 존재하며, 이 영점이 콘버터의 안정성에 큰 영향을 주게 된다는 점이 여러 연구 결과에 의해 밝혀진 바 있다. (1), (2)

본 논문에서는 안정성 평가의 한 방법인 과도 응답 특성을 통하여 승강압형 DC-DC 콘버터의 안정성을 논하였으며 레귤레이션시스템의 귀환이득과 관련지어 응답특성을 해석함으로써 안정성의 범위를 구할 수 있었다.

2. 회로 및 이론

그림.1은 승강압형 DC-DC 콘버터의 기본회로를 나타낸다. 이 회로의 동작을 살펴보면 스위치 Q가 ON상태일때 입력부프에 전류가 흐르고 2권선 리액터의 1차권선에 의해 에너지가 축적된다. 또한 다이오드 D는 리액터 2차측에 유기되는 역전압에 의해 OFF가 된다. 스위치 Q가 OFF상태일때 리액터에 축적되었던 에너지는 2차권선 및 다이오우드 D를 통해 출력측에 전달된다.

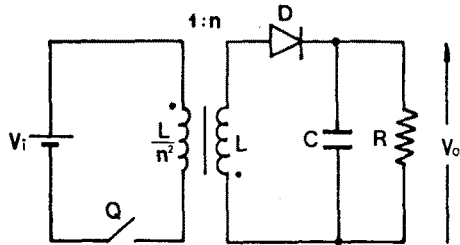


그림 1. 승강압형 DC-DC Converter의 기본회로
Fig.1 Basic configuration of the buck-boost DC-DC converter

스위치 Q가 ON인 기간을 상태 I, OFF인 기간을 상태 II 라고 가정하고 리액터에 흐르는 전류를 i, 출력전압을 vo라고 가정할때 상태 (state-space) vector $x = (i \ v_o)^T$ 를 사용하여 각 상태에 대한 상태방정식을 구하고 이들 두 상태방정식에 상태평준화법을 적용하여 평균치에 대한 하나의 평균화된 상태방정식을 구하면 다음과 같다. (1), (3)

$$\frac{d}{dt} \hat{x} = A \hat{x} + b V i \quad (1)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{r^*}{L} & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{n \cdot D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기서 식(1)에 나타나는 변수 및 정수들은 다음과 같이 정의한다.

- i : 평균 리액터 전류, vo : 평균 출력 전압
- D : 스위치의 ON 시비율, D' : 1 - D
- r1 : 스위치 ON 상태일때의 권선저항
- r2 : 스위치 OFF 상태일때 권선저항
- r* = n²D·r1 + D'·r2

* 본 연구는 1989년도 한국 과학 재단이 지원한 연구의 일부임

3. 승강압형 회로의 해석 및 실험

동특성을 구하기 위하여 식(3)에 $\hat{x} = X + \Delta X$, $V_i = V_i + \Delta V_i$ 로 미소변동을(2) 고려하여 선형근사 및 라플라스변환을 행하면 콘버터의 전달함수로 다음과 같은 식들을 구할수 있다.(1),(2)

$$G_c(s) = \frac{\Delta V_o(s)}{\Delta D(s)} = \frac{G_{co} \cdot (1-s/W_c)}{P(s)} \quad (2)$$

$$G_f(s) = \frac{\Delta V_o(s)}{\Delta V_i(s)} = \frac{G_{fo}}{P(s)} \quad (3)$$

$$G_r(s) = \frac{\Delta V_o(s)}{\Delta R(s)} = \frac{G_{ro} \cdot (1+s/W_r)}{P(s)} \quad (4)$$

여기서

$$P(s) = 1 + \frac{2\delta}{\omega_o} s + \frac{1}{\omega_o^2} s^2$$

$$\omega_o^2 = \frac{D'^2 R + r^*}{L C R}, \quad \delta = \frac{L + r^* C R}{2 \omega_o L C R}$$

$$G_{co} = \frac{V_o}{D D'} \cdot \frac{[1 - (D/D')^2 n^2 r_1/R + r_2/R]}{1 + (r^*/D'^2 R)}$$

$$W_c = D' \cdot G_{co} \cdot (D'^2 R + r^*) / (L V_o)$$

$$G_{fo} = \frac{n D}{D'} \cdot \frac{R}{R + (r^*/D'^2)}$$

$$G_{ro} = \frac{r^* V_o}{(D'^2 R + r^*) R}, \quad W_r = \frac{r^*}{L} \quad (5)$$

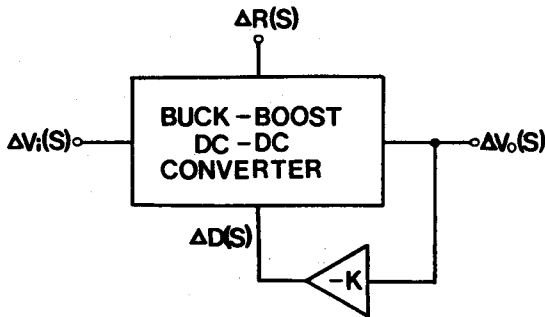


그림 2. 승강압형 DC-DC 콘버터의 레귤레이션 시스템
Fig.2 The regulation system of the buck-boost DC-DC converter

그림 2에서는 승강압형 DC-DC 콘버터의 레귤레이션 시스템을 나타낸다. 이 레귤레이션 시스템은 귀환제어회로를 포함하고 있다. 귀환이득 K를 가정했을 때 이 레귤레이션 시스템의 루프이득 T(s) 및 전달함수는 식(2), (3) 및 그림 2.으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.(2),(4)

$$T(s) = -K G_c(s) \quad (6)$$

$$\frac{\Delta V_o(s)}{\Delta V_i(s)} = \frac{G_f(s)}{1 - T(s)} \quad (7)$$

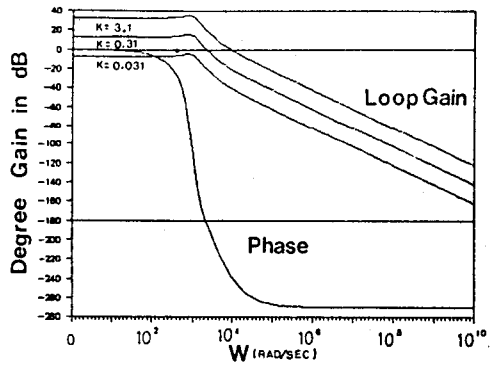


그림 3. 루프이득의 주파수특성과 위상특성

Fig.3 The frequency response and phase characteristic of the loop gain

그림 3.에서는 루프이득 T(s)의 주파수 및 위상특성을 나타낸다. 이 결과로부터 전달함수 Gc(s)의 우반면에 존재하는 영점 Wc에 의하여 -180° 이상의 위상지연이 나타나며, 귀환이득 K를 증가시킬수록 Gain Margin이 줄어들어 시스템이 불안정하게 됨을 알 수 있었다. 식(7)로부터 특성방정식은 다음과 같다.(4)

$$1 - T(s) = 1 + K \cdot G_c(s) = 0 \quad (8)$$

식(8)를 식(7)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\Delta V_o(s)}{\Delta V_i(s)} = \frac{G_f(s)}{P(s) + K \cdot G_{co} \cdot (1-s/W_c)}$$

$$= \frac{G_{fo} \cdot \omega_o^2}{(s + \beta)^2 + \omega^2} \quad (9)$$

여기서

$$\beta = \frac{1}{2} \left(2\delta \omega_o - \frac{K G_{co} \omega_o^2}{W_c} \right)$$

$$\omega = [\omega_o^2 \cdot (1 + K G_{co}) - \beta^2]^{1/2} \quad (10)$$

식(9)를 라플라스 역변환해서 입력전압 Vi에 대한 출력전압 Vo(t)를 구하면 다음과 같다.

$$V_o(t) = A \cdot [1 - \exp(-\beta t) \cdot (\cos \omega t - \frac{\beta}{\omega} \sin \omega t)] \quad (11)$$

여기서

$$A = \frac{G_{fo} \cdot V_i}{1 + K \cdot G_{co}}$$

다음은 부하변동 ΔR에 대한 ΔVo를 구하고 이것을 라플라스 역변환하면 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$\frac{\Delta V_o(s)}{\Delta R(s)} = \frac{G_{ro} \cdot (1 + s/W_r)}{P(s) + K \cdot G_{co} \cdot (1 - s/W_c)} \quad (12)$$

$$V_{o1}(t) = A_1 \cdot [1 - \exp(-\beta t) \cdot (\cos \omega t + \frac{\beta}{\omega} \sin \omega t)] \quad (13)$$

$$V_{o2}(t) = A_2 \cdot \exp(-\beta t) \cdot \sin \omega t \quad (14)$$

$$V_o(t) = V_{o1}(t) + V_{o2}(t) \quad (15)$$

여기서

$$A_1 = \frac{G_{ro} \cdot R}{1 + K \cdot G_{co}}$$

$$A_2 = \frac{G_{ro} \cdot R \cdot \omega_o^2}{W_r \cdot \omega}$$

여기서 과도응답에서의 안정도를 판별할 수 있는 감쇠비(damping ratio) k 와 고유주파수(natural frequency) ω_n 를 구하면 다음과 같다.

$$k = \frac{\omega_o K_1}{2 K_2} \quad (16)$$

$$\omega_n = [\omega_o^2 \cdot (1 + K G_{co})]^{1/2} \quad (17)$$

여기서

$$K_2 = (1 + K G_{co})^{1/2}$$

$$K_1 = \frac{2 \delta}{\omega_o} - \frac{K G_{co}}{\omega_c}$$

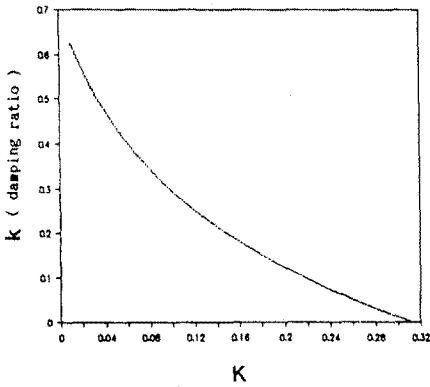
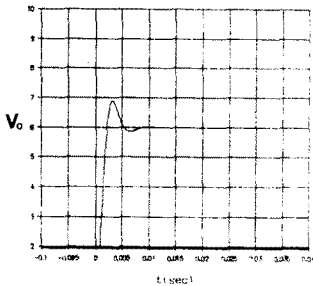


그림 4. 귀환이득 K의 증가에 따른 감쇠비 k의 감소

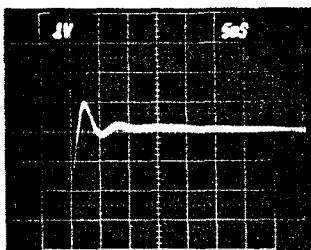
Fig.4 The decrease of damping ratio k by the increase of feedback loop gain K

그림 4.에서 나타난 것과 같이 귀환이득 K가 증가할수록 감쇠비 k가 작아져 결국 시스템이 불안정에 이른다는 것을 알 수 있다.

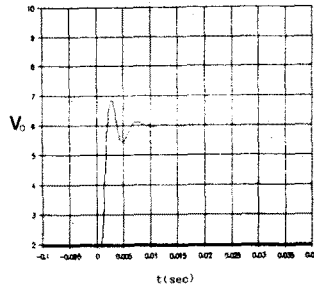
또 안정한 영역에서는 $k < 1$ 이므로 극점은 과소제동(underdamping) 조건에 대응하는 복소공액으로 되고 응답은 진폭이 시간에 따라 감쇠하는 정현파임을 알 수 있다. 입력전압 ΔV_i 와 부하저항 ΔR 에 대한 출력전압 ΔV_o 의 과도응답을 알아보면 다음과 같은 결과들을 얻을 수 있다.



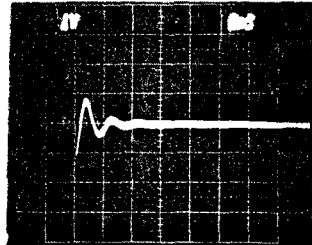
(a)



(b)



(c)



(d)

< 시뮬레이션 결과 > < 실험 결과 >

(a) $K = 0.03$

(b) $K = 0.03$

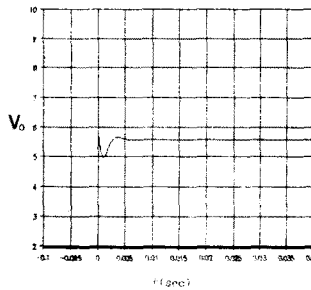
(c) $K = 0.07$

(d) $K = 0.07$

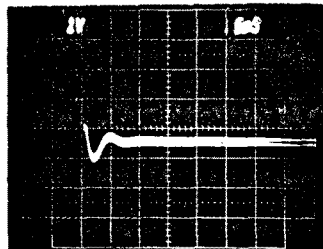
($n=1, L=1mH, C=470\mu F, V_o=6V, R=6\Omega, \Delta V_i=10V, I_o=1A$)

그림 5. 입력전압 ΔV_i 에 대한 출력전압 ΔV_o 의 과도응답

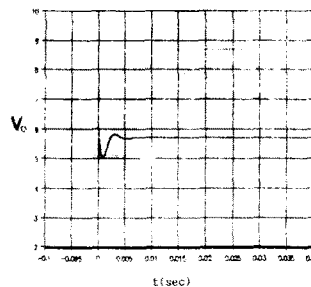
Fig.5 Transient responses of the output voltage for the input voltage



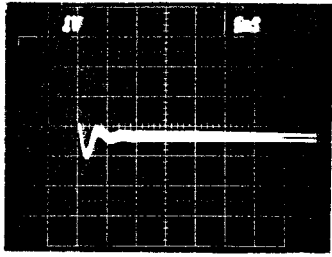
(a)



(b)



(c)



(d)

< Simulation 결과 > < 실험 결과 >

- (a) K = 0.03 (b) K = 0.03
- (c) K = 0.07 (d) K = 0.07

(n=1, L=1mH, C=470μH, Vi=10V, Vo=6V, ΔR=2.5Ω)

그림 6. 부하저항 ΔR에 대한 출력전압 ΔVo의 과도응답

Fig.6 Transient responses of the output voltage for the load resistance

%오버슈우트(overshoot) P.O.와 정점시간(peak-time) Tp를 구하는 공식은 다음과 같다.

$$P.O. = \frac{A_{max} - A}{A} \times 100\% \quad (18)$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \cdot (1 - k^2)^{1/2}} \quad (19)$$

여기서 Amax는 과도응답에서의 최고치이며 A는 정상상태치이다.

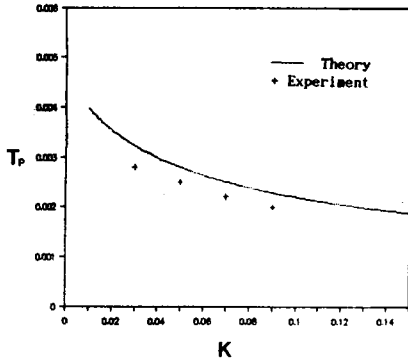


그림 7. 루프이득 K 증가에 대한 정점시간 Tp의 변화

Fig.7 The variation of Tp for the increase of the feedback loop gain K

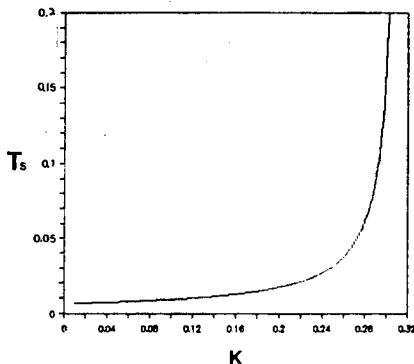


그림 8. 루프이득 K 증가에 대한 정정시간 Ts의 변화

Fig.8 The variation of Ts for the increase of the feedback loop gain K

2차 시스템의 계단응답은 시정수의 4배후에 2%이내에 들어오게 되므로 정정시간(settling time) Ts를 구하면 다음과 같다.

$$T_s = 4\tau = \frac{4}{\beta} = \frac{4}{k \omega_n} \quad (20)$$

그림 7.과 그림 8.에서는 루프이득 K가 증가할수록 정점시간 Tp는 줄어들고 정정시간 Ts는 늘어난다. 즉 귀환이득이 커지면 감쇠비는 감소하고 감쇠비가 감소하면 정정시간은 줄고 정정시간은 늘어나서 응답은 더욱 진동적이 된다.

4. 안정도 해석

식(11)에서 시정수 τ를 구하면 $\tau = \frac{1}{\beta}$ 가 되고 시스템의 안정성을 이루는 조건은 $\tau > 0$ 라고 볼 수 있으므로 결국 $\beta > 0$ 된다. 따라서 안정과 불안정의 경계치를 구하면 다음과 같이 된다.

$$K_c = \frac{2 \delta W_c}{G_{co} W_o} \quad (21)$$

여기서 Kc는 안정과 불안정영역의 경계치이다.

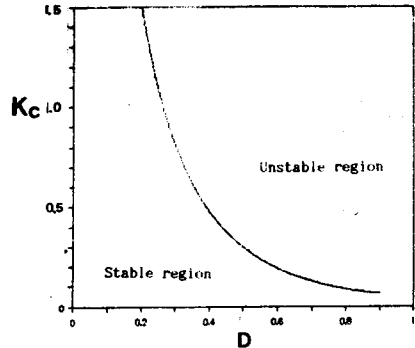


그림 9. 시비율과 안정도와의 관계

Fig.9 Relation between duty ratio and stability

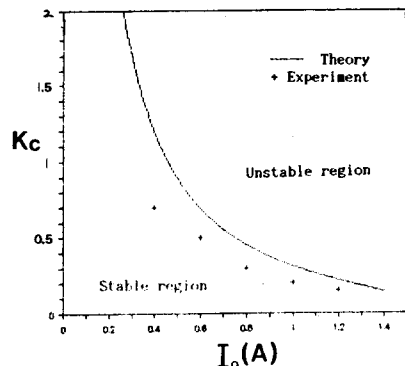


그림 10. 출력전류와 안정도와의 관계

Fig.10 Relation between output current and stability

그림 9.와 그림 10.에서는 승강압형 콘버터는 시비율(Duty ratio) D가 커질수록, 출력전류 Io가 증가할수록 안정도영역이 줄어든다는 것을 나타내고 있다.

5. 결론

이 결과로부터 승강압형 콘버터는 회로구조상 전달함수의 우반면에 존재하는 영점으로 인해 귀환이득이 증가함에 따라 감쇠비가 감소하여 시스템이 불안정하게 된다는 점을 과도응답을 통해서 입증하였다.

또한 과도응답에서의 시정수를 통해서 승강압형 콘버터의 시비율 및 출력전류에 관한 안정성 범위를 구할 수 있었다.

6. 참고 문헌

- [1] H.J.Kim and K.harada, " A high frequency switching and circuit configuration." JTC-CAS' 87 Proceeding , pp.35-39 July 1987
- [2] H.J.Kim , " A Miniturization and Stability of DC-DC Converters." transactions of KIEE pp. 528-533 August 1988
- [3] R.D Middlebrook and S.Cuk, " A general unified approach to modelling switching converter power stage." IEEE PESC'76 Record , pp.18-34 June 1976
- [4] H.J.Kim and I.H.Lee , " The pole compensation in the buck-boost DC-DC converter", Proceeding of ISPE, PP.284-289 May 1989