

파라메타 가변을 고려한 유도전동기의 고유 불안정 영역에 관한 연구

이 오 겹 이 준 탁 우 정 민 이 승 한  
동아대학교 전기공학과

The Study for Unstable Region of Inherent Induction Motor with Parameter Variation

O.H.Lee<sup>\*</sup> J.T.Lee J.I.Woo S.H.Lee  
Dong-A Univ.

Abstract

In general, unstable phenomena of induction motor are oftenly appeared at low speed and light load. This paper describes eigenic unstable regions of I.M. itself by computer simulations and the results are compared to experimental ones. And also the optimal design parameters of I.M. which the un-stable region can be minimized are determined

1. 서론

최근 AC제어기기의 발달과 더불어, 여러가지 응용에 있어서, 저속으로 구동하여 운전할 필요가 증대되고있다. 따라서, 운전 주파수에 대한 안정 운전 범위의 고찰 및 시스템의 특성을 정확히 예측하여 제어하는 해석적 방식을 필요로하게 된다.

그러나, 최근 연구에서 부하 전류에 관계없이, 평형 3상 전압 인가시는 물론 기기상호 그리고 전원필터에의 해석도 불안정해질 수 있음이 보고되고 있다. (1-2) 특히 유도기는 저속 경부하 운전을 할때, 불안정 현상이 빈발한다. 따라서, 본 논문에서는 기기 특성 자체의 파라메타를 변화시키므로써 기기의 시스템 안정성에 대한 영향 및 안정 운전 범위를 확립하였으며, 또한, 불안정 영역을 최소화 할 수 있는 최적 Parameter의 값을 구하여, 이를 실험 결과와 비교 고찰하고자 한다.

2. 유도 전동기의 동특성 모델링

(2-1) 정의와 기본 방정식

이상적인 대칭유도기는 일반적으로 정현 전압에서 공극의 자속은 일정하게 분포되어 있고, 자기회로는 선형인 특성을 가진 기기라고 정의한다. 또한, 기기의 각 파라메타는, 단위량으로 취급한다 일반적으로 d-q 축으로 변환한 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다. (3)

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{d^*} \\ \dot{V}_{q^*} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{P}{W_b} X_s & -\frac{W_r}{W_b} X_s & -\frac{P}{W_b} X_m & \frac{W_r}{W_b} X_m \\ \frac{W_r}{W_b} X_s & R_r + \frac{P}{W_b} X_s & \frac{W_r}{W_b} X_m & \frac{P}{W_b} X_m \\ \frac{P}{W_b} X_m & -\frac{W_r}{W_b} X_m & R_r + \frac{P}{W_b} X_r & -\frac{W_r}{W_b} X_r \\ \frac{W_r}{W_b} X_m & \frac{P}{W_b} X_m & \frac{W_r}{W_b} X_r & R_r + \frac{P}{W_b} X_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d^*} \\ i_{q^*} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$X_s = X_{ls} + X_m \quad (2)$$

$$X_r = X_{lr} + X_m \quad (3)$$

식(1)-(3)에서 P는 미분 연산자 d/dt,  $r_s$ 는 고정자 저항,  $R_r$ 는 회전자 저항,  $X_s, X_r, X_m$ 은 각각 고정자와 회전자의 리액턴스와 상호 리액턴스이다.  $W_r$ 는 회전자의 각속도이다.  $W_m$ 는 회전자의 임의 각속도이며,  $W_b$ 는 회전자의 전기 각속도이다.  $W_b$ 는 60[Hz]의 기준 전기 각속도이다. 유도기의 전기적인 토-르스는

$$T_e = X_m (i_{d^*} \cdot i_{rd^*} - i_{d^*} \cdot i_{rq^*}) \quad (4)$$

로 되고, 이 시스템의 전기 기계적인 토-르식은

$$T_e = (2J / W_b) P W_r + B W_r / W_b + T_L \quad (5)$$

본 된다. 여기서 첨자 \*는 기준축에 동기되어 회전한다는 것을 의미하고, 식(5)의 J는 관성 상수이며,  $T_L$ 은 기기에 가해진 단위 부하 토-르이다

(2-2). 선형화 모델의 유도.

식(1), (4), (5)의 시스템은 비선형 상태이며, 미소 변동분을 포함하고 있으므로 이 해는 대단히 복잡하다. 따라서, 식(1), (4), (5)를 평형 상태의 미소 변동량에 대해, 선형화하여 식(6)과 같이 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{V}_{d^*} \\ \Delta \dot{V}_{q^*} \\ 0 \\ 0 \\ \Delta T_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{P}{W_b} X_s & -fr X_s & \frac{P}{W_b} X_m \\ fr X_s & R_r + \frac{P}{W_b} X_s & fr X_m \\ \frac{P}{W_b} X_m & -fr S X_m & R_r + \frac{P}{W_b} X_r \\ fr S_0 X_m & \frac{P}{W_b} X_m & fr S_0 X_r \\ -X_m i_{rq0} & X_m i_{rd0} & X_m i_{d0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{d^*} \\ \Delta i_{q^*} \\ \Delta i_{rd^*} \\ \Delta i_{rq^*} \\ \Delta W_r / W_b \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,  $X(F1)=(X_{m1}q_0+X_{r1}r_0)$   
 $X(F2)=(X_{m1}q_0+X_{r1}r_0)$   
 $S_0 = \frac{W_0 - W_r}{W_0}$  (7)

$f_r = \frac{W_0}{W_b}$  (8)

식(8)은 주파수비이며, 첨자 0는 평형상태의 값이다.

식(6)에서 정상상태 운전점의 값을 구하여 시스템에 적용시키므로 기기의 고유 불안정 영역을 구할 수 있다. 그러나 동특성을 해석하려면 식 자체의 복잡성 때문에 해를 구하는 것은 아주 복잡해진다. 그러므로, 이것을 간단한 선형화 모델로 나타내기 위해 자속식으로 상태 변수를 다음과 같이 나타낼 수 있다. 즉 상태 변수들,

$\Delta \Phi_{qd} = X_m \Delta I_{sd} + X_m \Delta I_{rd}$   
 $\Delta \Phi_{dq} = X_m \Delta I_{sq} + X_m \Delta I_{rq}$   
 $\Delta \Phi_{sd} = X_m \Delta I_{sd} + X_r \Delta I_{rd}$   
 $\Delta \Phi_{dq} = X_m \Delta I_{sq} + X_r \Delta I_{rq}$   
 $\Delta \omega_r = \Delta \omega_m / \omega_b$  (9)

로 두고, 식(9)에서 전류에 대해 다시 쓰면,

$\Delta I_{sd} = B_r \Delta \Phi_{sd} - B_m \Delta \Phi_{rd}$   
 $\Delta I_{sq} = B_r \Delta \Phi_{dq} - B_m \Delta \Phi_{rq}$   
 $\Delta I_{rd} = B_r \Delta \Phi_{rd} - B_m \Delta \Phi_{sd}$   
 $\Delta I_{rq} = B_r \Delta \Phi_{rq} - B_m \Delta \Phi_{dq}$  (10)

로 표시할 수 있으며, 여기서  $B_m = X_m / X_{rsm}$ ,  $B_r = X_m / X_{rm}$ ,  $B_r = X_r / X_{rm}$ ,  $X_{rsm} = X_m X_r - X_m^2$  이다. 그러므로, 식(9)와 (10)에서 미소변위방에 대해 각 자속식으로 정리하면 식(11)과 같은 매트릭스방을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \Phi_{sd} \\ \Delta \Phi_{dq} \\ \Delta \Phi_{rd} \\ \Delta \Phi_{rq} \\ \Delta \dot{\omega}_r \end{bmatrix} = W_b \begin{bmatrix} R_s B_r & f_r & -R_s B_m & 0 & 0 \\ -f_r & R_s B_r & 0 & -R_s B_m & 0 \\ -R_s B_m & 0 & R_r B_m & f_r & 0 \\ 0 & -R_r B_m & -f_r & R_r B_m & 0 \\ EB_m \Phi_{r q_0} & -EB_m \Phi_{r d_0} & -EB_m \Phi_{s q_0} & EB_m \Phi_{s d_0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Phi_{sd} \\ \Delta \Phi_{dq} \\ \Delta \Phi_{rd} \\ \Delta \Phi_{rq} \\ \Delta \omega_r / W_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \\ 0 \\ 0 \\ \Delta T_{L/2J} \end{bmatrix} \quad (11)$$

단,  $f_r = W_0 / W_b$ ,  $E = 1 / (2J)$

$F(\Phi_{dq0}) = \Phi_{s q_0} (X_m B_r + X_r B_m) - \Phi_{r q_0} (X_m B_m + X_r B_r)$

$F(\Phi_{dq1}) = \Phi_{s d_0} (X_r B_m - X_m B_r) + \Phi_{r d_0} (X_m B_m - X_r B_r)$  이다.

윗식을 상태 방정식으로 나타내면,

$\dot{\Phi}_{rdq} = A \Phi_{rdq} + B U^T$  (12)

여기서,  $B^T = [1, 1, 0, 0, -1/(2J)]$  (13)

$U^T = [\Delta V_d, \Delta V_q, 0, 0, \Delta T_L]$  (14)

$\Phi_{rdq}^T = [\Delta \Phi_{sd}, \Delta \Phi_{dq}, \Delta \Phi_{rd}, \Delta \Phi_{rq}]$  (15)

로 수 있으며, 첨자 T는 행렬의 전치를 의미한다. 식(12)를 일반적인 상태 방정식으로 표현하면,

$\dot{X} = A X + B U$  (16)

로 되고, 여기서, A를 System의 계수 Matrix라고 하며, 따라서, 본 시스템의 특성 방정식은

$|\lambda' I - A| = 0$  (17)

로서  $\lambda'$ 의 고유치 해를 구하므로써, 시스템의 각 Parameter에 대해 불안정 영역 및 이를 최소화 할 수 있는 최적 Parameter 값을 구할 수 있다.

### 3. 시뮬레이션 및 실험 결과

식(17)의 해가, 유도기의 특성을 결정하게 된다 속도가변(주파수 가변)은  $f_r$ 의 값을 적당하게 가변시키므로써, 용이하게 할 수 있다. 전원 주파수를 가변하여 운전할때, 단자전압은 임의의 어떤 주파수에 대해 다음과 같이 조정하였다.

$V = V_k + f_r * V_m$  (18)

여기서  $V_k = 0.025$ ,  $V_m = 1.0$  pu이다.

식(18)에서 고정자의 IR강하때문에 상수  $V_k$  요소만을 보상 하여준다. 본 시스템의 불안정영역을 그림 1에 나타내었다. 그림 2는 본 시스템의 대포극점에 대한 근궤적이며, 또한 속도응답 특성을 그림 3에 나타내었다. 그림 4는 관성 J를 가변시켰을때를 나타냈으며, 사진 1은 단자전압과 전류의 불안정한 상태를 나타낸다. 그림 5(a)와

(b)는 파라메타를 가변했을때의 동특성이며, 그림 1의 불안정 영역에서의 값과 일치하였다. 그림 6과 7은 전류와 토-크 및 속도와 토-크관계로서 안정 상태와 불안정 상태를 나타낸 것이다. 그림 8에서는 고정자 저항의 변화에 의한 불안정 영역의 변화를 나타냈고, 그림 9는 회전자저항의 변화에 대한 불안정 영역을 나타내었으며, 회전자 저항을 적당히 증가하면 불안정 영역이 좁아지고, 이는 리턴스동기기와 일반동기기에서 얻어진 것과는 상반된 결과이다.

### 4. 결론

본 논문에서는 전원 주파수를 가변하여, 가변속 운전할때, 유도기 자체의 파라메타 변동에 대한 유도기의 안정 문제를 결정하는 한 방식을 제안 하였으며, 또한 고유 불안정 영역을 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 실제의 실험결과와 비교 고찰하였다. 또한, 각 파라메타의 변동시에 대해 불안정 영역이 가장 좁아지게 나타나는 최적 파라메타 값을 제시하였다. 향후 제어버터를 사용하여 어떤 주파수에서도 안정하게 운전할 수 있도록 하는 안정화 제어법을 연구 보완 하고자 한다.

#### 참고 문헌

[1] T.A.Lipo and P.C.Krause, "Stability analysis of a reluctance Synchronous machine," IEEE Trans. Vol.PAS-86, PP.825-834, July 19 67.  
 [2] T.A. Lipo and P.C.Krause, "Stability analysis for variable frequency operation of synchronous machines," IEEE Trans. Power Apparatus and systems, vol. pas-87, pp.227-234 Jan 1968.  
 [3] P.C. Krause and C.H. Thomas, "Simulation of Symmetrical Induction Machinery," IEEE Trans. Power APP. and Syst., vol PAS-84. nov.1965, pp.1038-1053.  
 [4] S.Ertem, Member, "A Fast Recursive Solution for Induction Motor Transients", IEEE Industry applications society, part 1, pp.58-62, oct.1987.  
 [5] Joon Tak Lee "Stability Analyses of A.C. Motors Using Lyapunov Functions", Joong-ang University dep. Jun.1988.  
 [6] P.C. Krause and C.H. Thomas, "Simulation of symmetrical induction machinery," IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. AS-84, pp.1038-1053, Nov 1965.

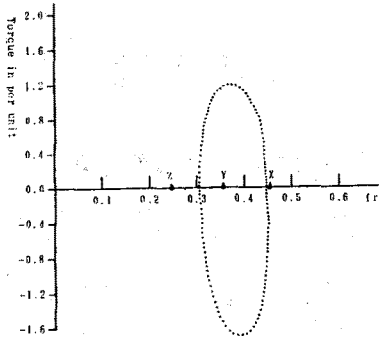


Fig. 1 Region of Unstability for Induction Motor.

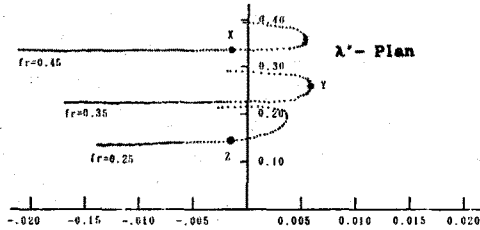


Fig. 2 Root-locus Contours.

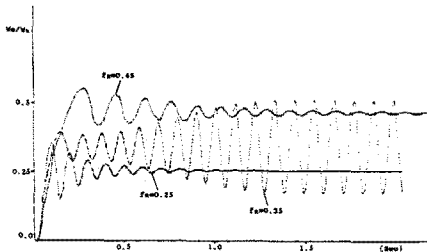


Fig. 3 Velocity Response for  $s_r$  Variable.

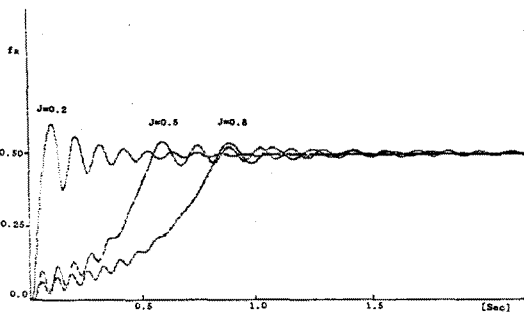


Fig. 4 Velocity Response for Various  $J$  Value.

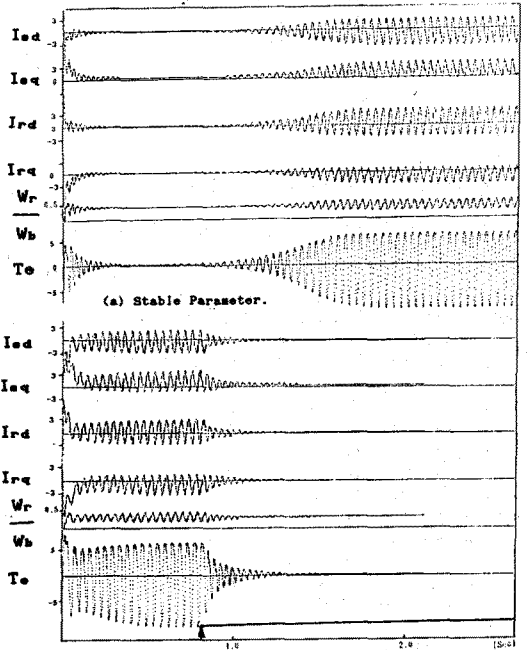


Fig. 5 Dynamic Responses for Parameter Variable.

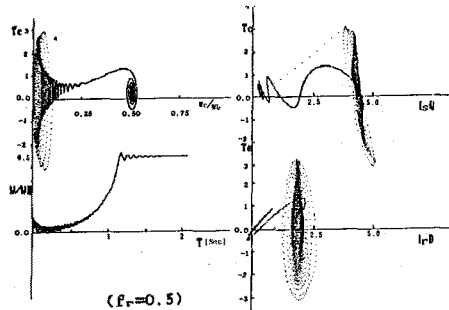


Fig. 6 Stable Response of Velocity-Torque.

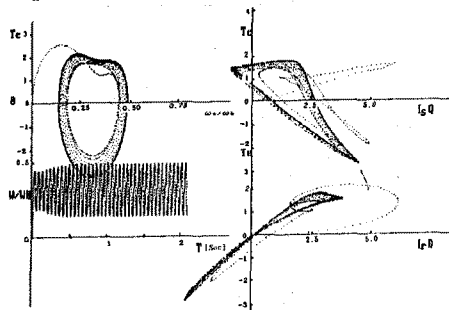


Fig. 7 Unstable Response of Velocity-Torque.

( $s_r=0.3$ )

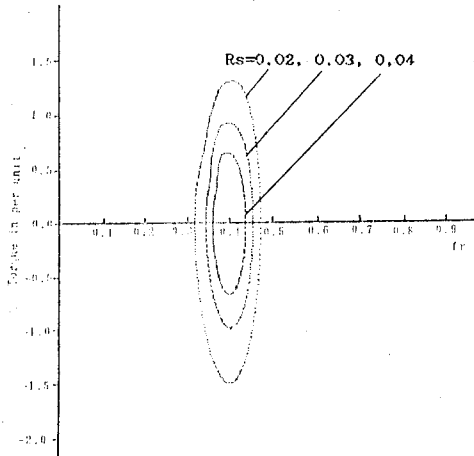
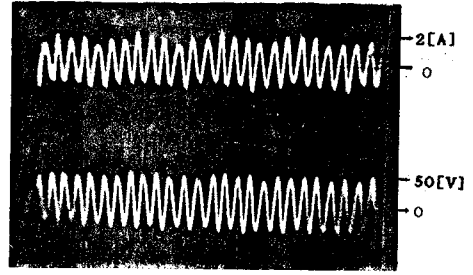


Fig. 8 Regions of instability for different Values of Stator Resistance.



(a) Waveform for  $f_r=0.40$  time:[100ms/div]  
Photo. 1 Voltage, Current Waveform for Unstable Operation.

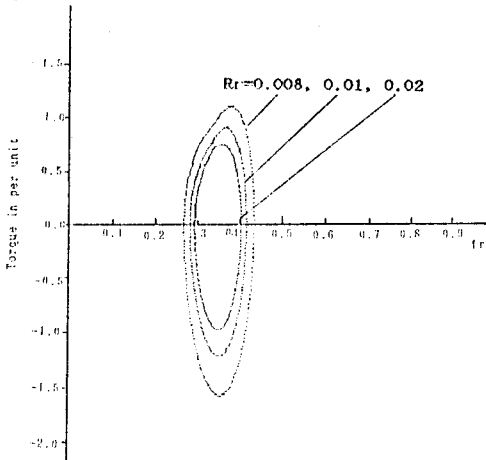


Fig. 9 Regions of instability for different Values of Rotor Resistance.