

# Walsh-Fourier 변환을 사용한 PWM 인버터의 고조파 제거 방법

안두수, 원충연, 이해기, 김태훈, 김학성

성균관 대학교

## A Harmonic Elimination Method of PWM Inverter Using Walsh-Fourier Transform

Doo-Soo Ahn, Chung-Yuen Won, Hae-Ki Lee, Tae-Hoon Kim, Hack-Seong Kim

Sung Kyun Ewan University

### Abstract

The paper proposes a method to eliminate harmonics of PWM inverter fed induction motor system using Walsh series.

In other words, this paper presents technique of the selective harmonic elimination(SHE) by W-FT series in three phase PWM inverter output waveform. A microprocessor(8086 CPU) controlled three phase induction motor system in order to verify this algorithm is present. It is designed for a three output voltage in the 1~60 Hz inverter with the 5th and 7th harmonics, 5th, 7th, 11th, and 13th, harmonics eliminated, and with the fundamental wave amplitude proportional to the output frequency.

In the PWM inverter, dead time circuit is inserted in the switching signals to prevent the dc link shortage.

This paper is deals with quantative prediction of dead-time effect and its compensation in PWM inverters. The performance of the compensation circuits is confirmed by the experiment.

### 1. 서론

SHE PWM 방법에서는 임의의 고조파를 제거하기 위하여 Fourier 급수를 사용하면 초월함수가 포함되어 비선형 방정식이 된다. 또한 계산 시간이 많이 소요되고 정확한 해를 구하기가 매우 어렵고 비경제적이며 실시간 시스템 구성이 곤란하였다. [1]~[3] 지금까지 SHE PWM 인버터에서 임의의 고조파를 제거하기 위하여 스위칭각 결정에 있어서 언급한 바와같이 대부분 Fourier 급수를 사용하였으나 최근에 대수 방정식인 Walsh 함수만을 사용한 알고리즘 개발에 관한 논문이 발표되었다. 그러나 본 논문에서는 알고리즘 개발이 더욱 간단하고 계산 속도가 빠른 W-FT(Walsh-Fourier Transform) 이론을 이용하여 점호각을 계산하는 새로운 계산적 알고리즘을 제시하고자 한다. [4]~[8] 여기서 제시된 W-FT는 어떤 샘플함수  $f(i)$ 에 대하여  $N$ 개의 데이터 샘플수와 계산하고자 하는  $L$ 개의 푸리에 계수가 있을 때 직접 푸리에 계산 방법은  $N^2$ 의 곱과 합, FFT(Fast Fourier Transform)는  $N \log_2 N$ , W-FT는 대략  $NL/6$ 의 계산이 필요하다. 그리고 W-FT는 마이크로프로세서에 의해 쉽게 실현된다. 인버터 스위칭 소자들은 보통 이상적인 것으로 간주하는데 실제 시스템 구성에 있어 회로상의 여러가지 이유로 정확한 PWM 파형을 얻기가 곤란하다. 이론치에 맞는 정확한 출력파형을 얻기 어려운 가장 중요한 원인 중의 하나가 데드타임의 삽입인데 이때 출력 전압은 데드타임의 영향으로 인해 이상적인 출력 전압과는 상이하게 된다. 그러므로 데드타임의

영향을 제거하는 보상방법을 사용하였다. 본 연구에서는 종래의 푸리에 급수, Walsh 함수에 의한 점호각 계산과 본 연구에서 처음 시도한 W-FT에 의한 점호각 계산을 서로 비교 검사하고 시뮬레이션 및 실험을 통하여 그 우수성을 입증하고자 한다.

### 2. W-FT에 의한 고조파 제거 방법

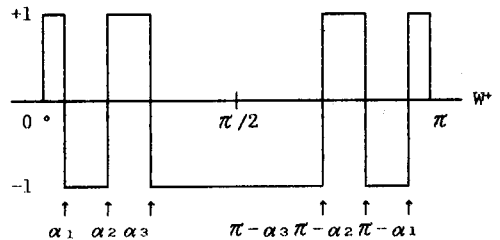


그림 1. 인버터 상전압 파형  
Fig. 1. Inverter phase voltage waveform.

고조파 제거에 관한 내용은 다음 적용예에서 상세히 설명하였다. 그림1에서 펄스의 크기는  $\pm 1$ 이고 스위칭각은  $0 \sim \pi/2$  사이에 스위칭수  $i=1, 2, \dots, m$ 일때 다음식을 만족한다.

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 \dots < \alpha_{m-1} < \alpha_m < \pi/2 \quad (1)$$

그림1의 파형을 Fourier 급수로 표현하면

$$f(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \sin n\omega t + b_n \cos n\omega t] \quad (2)$$

출력 파형이 반파 대칭 기함수이므로 기함수 Sine 항만 남게 되므로 다시 정리하면 식(3)과 같다.

$$f(wt) = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} \sin(2n-1)wt \quad (3)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

식(3)을 Walsh급수로 표현하면

$$f(wt) = \sum_{i=1}^{N/2} W_{4i-3} \text{Wal}(4i-3, wt) \quad (4)$$

$$a_{2n-1} = \sum_{i=1}^{\infty} W_{4i-3} B_{2n-1} \text{Wal}(4i-3, wt) \quad (5)$$

$$a_k = \sum_{i=1}^{\infty} W_{4i-3} B_k \text{Wal}(4i-3, wt) \quad (6)$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} W_{4i-3} S(k, i)$$

여기서  $\text{Wal}(4i-3)$ 은  $f(wt)$ 의  $(4i-3)$ 개의 Walsh계수이고  $S(k, i)$ 는 Walsh함수  $(4i-3)$ 은  $k$ 번째 고조파 Fourier계수이며 (6)식에서  $S(k, i)$ 는 참고문헌에 자세히 설명되었다. [9]~[10]

### 3. 적용예 (5차 및 7차 고조파 제거)

본 연구에서 사용된 전압형 PWM 인버터를 효율적으로 수행하기 위해서는 인버터 출력 전압 파형 중에서 시스템에 영향을 주는 저차의 고조파분은 제거되어야 한다. 이를 위해서 Patel이 제시한 SHE PWM 방법의 이론과 W-FT 변환을 이용하여 인버터 출력 파형의 스위칭각을 계산하였다.

$$\alpha_1 = W_1(1,1) + W_5(1,2) + W_9(1,3) + \dots$$

$$\alpha_5 = W_1(5,1) + W_5(5,2) + W_9(5,3) + \dots$$

$$\alpha_7 = W_1(7,1) + W_5(7,2) + W_9(7,3) + \dots \quad (7)$$

$$S(k, i) = \frac{2^{i+2}}{N} [W_2]_i [\sin k\theta_n]_{n=1}^N \quad (8)$$

$$k = 1, 2, \dots, N/2-1 \quad i = 1, 2, \dots, z$$

위 과정은 참고문헌 W-FT에서 자세히 설명하였고 J.A Asumadu and R.G Hoft가 제안한 Walsh함수만,

이용하는 방법보다 알고리즘이 더욱 간단하고 계산속도가 빠르며 정확하다. [9]~[10] 식(7)의 예를 들면 다음과 같다.  $S(16,1)$ 을 구하려면  $N=64, k=16, i=1$ 인 경우  $q=1, j=5$ 이다. 식(8)에 위의 계산된 값을 대입하면  $Z=1, i=1$  이므로

$$S(16,1) = \frac{2^5}{64} [W_1]_1 [\sin 16 \theta_1] = 2 [W_1]_1 [\sin 16 \theta_1] = 2 * \sin 45^\circ = 1.4142 \quad (9)$$

기본파와 5차 7차 고조파의 진폭을 계산하기 위하여 식(7)에서  $S(k, i)$ 와  $W(4i-3)$ 을 대입하면,

$$\begin{aligned} a_1 &= W_1 S(1,1) + W_5 S(1,2) + W_9 S(1,3) + \dots + W_{23} S(1,8) \\ &= 1.27375(8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1) - 0.52760(8\alpha_1 - 8\alpha_2 \\ &\quad - 8\alpha_3 + 2) + \dots - 0.12545(8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1/4) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} a_5 &= W_1 S(5,1) + W_5 S(5,2) + W_9 S(5,3) + \dots + W_{23} S(5,8) \\ &= 0.25722(8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1) + 0.62099(8\alpha_1 - 8\alpha_2 \\ &\quad - 8\alpha_3 + 2) + \dots + 0.13749(8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1/4) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_7 &= W_1 S(7,1) + W_5 S(7,2) + W_9 S(7,3) + \dots + W_{23} S(7,8) \\ &= 0.18552(8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 + 1) - 0.07685(8\alpha_1 - 8\alpha_2 \\ &\quad - 8\alpha_3 + 2) + \dots + 0.15225(8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1/4) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 를 계산하기 위하여 식(10)~식(12)의 대수 방정식을 푼다. 이를 행렬 방정식으로 표현하면 식(13)와 같다.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_5 \\ a_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(1,1)+S(1,2)+S(1,3)+\dots+S(1,8) \\ S(5,1)+S(5,2)+S(5,3)+\dots+S(5,8) \\ S(7,1)+S(7,2)+S(7,3)+\dots+S(7,8) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_5 \\ W_{23} \end{bmatrix} \quad (13)$$

그림2는 데드타임 보상회로이다. 영점 교차 부근에서 전류의 양-음극을 판별하기 어려움으로 인해 D Flip-Flop을 사용하였고, 핀 S1과 S2는 Shift Register로 실현시켰다. 위에서 구현시킨 회로는 PWM인버터 장치에 그대로 적용시켜 유도전동기를 구동시킬 수 있다. [11]

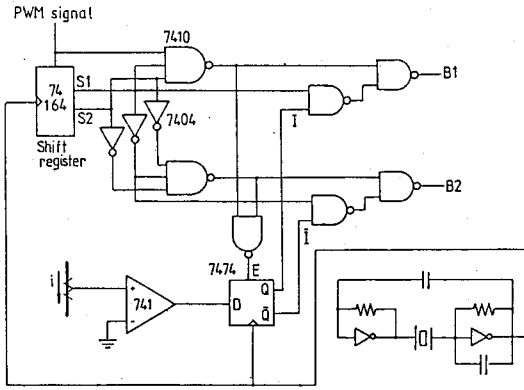


그림 2. Dead time 보상회로  
Fig. 2. Dead time compensation circuit.

본 연구에서 실험에 사용된 전동기는 3상 200[W] 정격전압 220(V), 정격전류 1.2(A), 1800(rpm), 60(Hz)인 유도전동기를 사용하였다. 그림3과 그림4는 5,7차 고조파가 제거된 인버터의 선간전압, 전류, 상전압 및 고조파 스펙트럼 파형이다. 또한 그림5와 6은 5,7,11,13차 고조파가 제거된 인버터의 선간전압, 전류, 상전압 및 고조파 스펙트럼 파형이다. 이 얻어진 결과로부터 스위칭수가 증가될수록 전류의 파형이 더욱 사인파에 가깝고 고조파 분석에서 델타임의 보상전과 보상후의 고조파 분석을 보면 보상후의 고조파 분석 파형이 현저히 감소되었음을 알 수 있다.

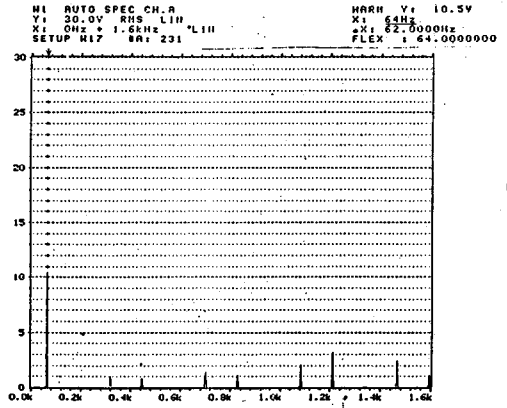
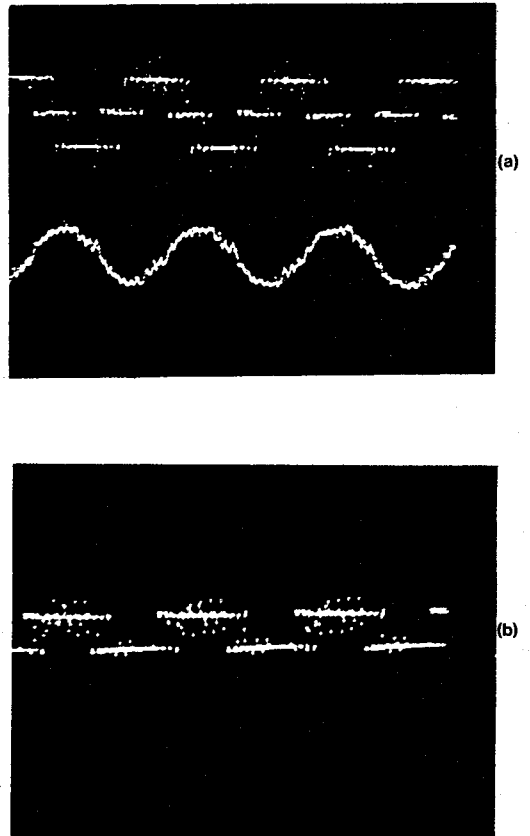
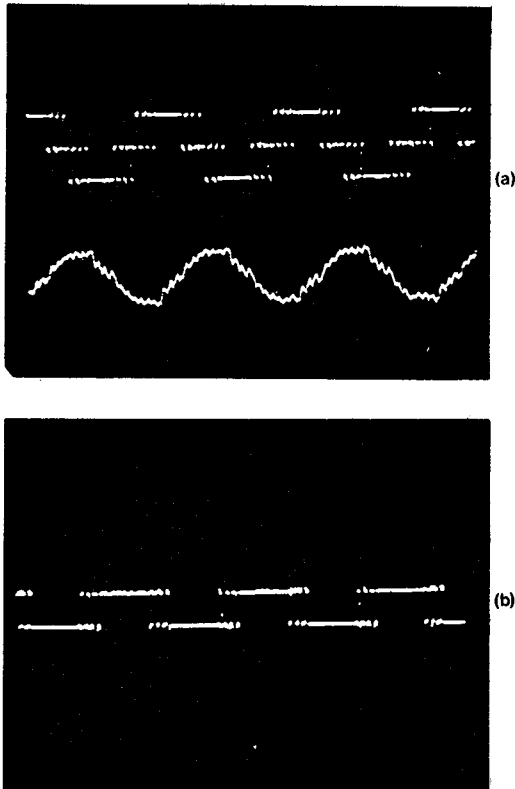
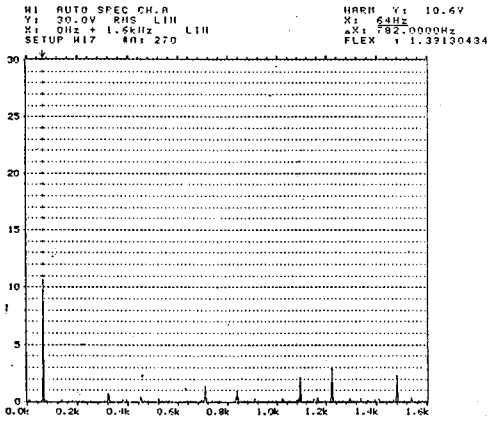


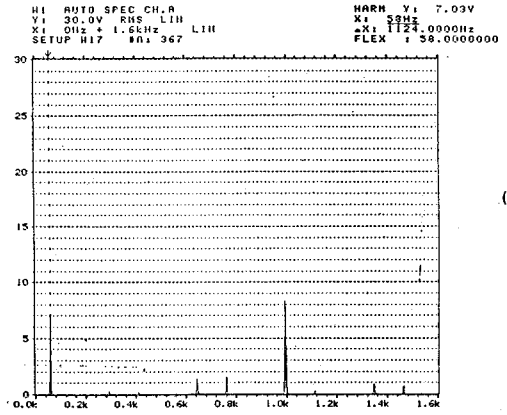
그림3. 5,7차 고조파가 제거된 인버터의 (a)선간전압, 전류 (b)상전압 및 (c)고조파 스펙트럼파형(보상전)

Fig.3. (a) line-to-line voltage, current (b) phase voltage and (c) harmonics spectrum waveform (before compensation) of inverter with the 5th and 7th harmonics eliminated.





(c)



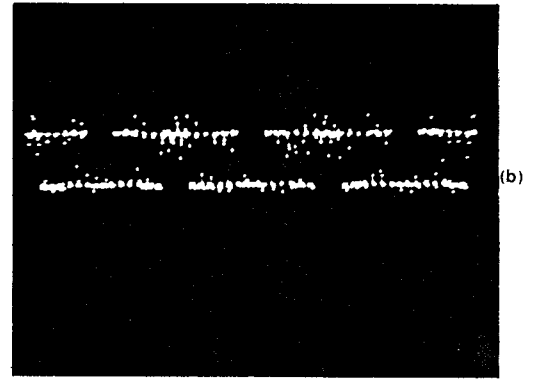
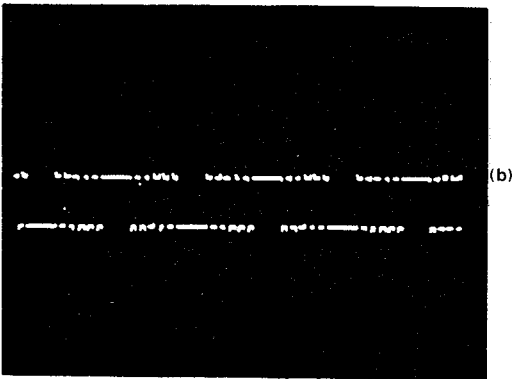
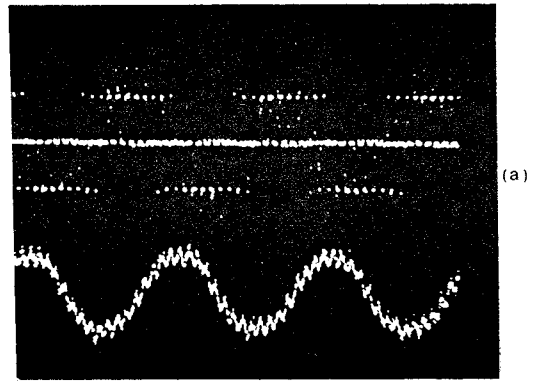
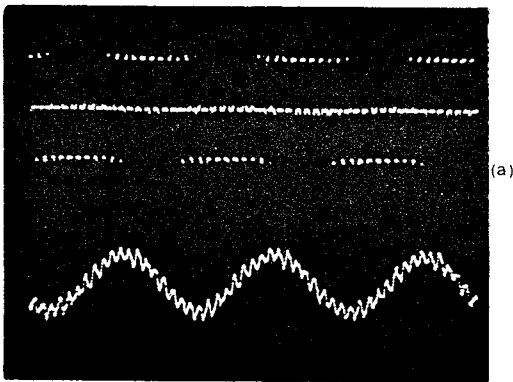
(c)

그림4. 5,7차 고조파가 제거된 인버터의 (a)선간전압, 전류 (b)상전압 및 (c)고조파 스펙트럼파형(보상후)

그림5. 5,7,11,13차 고조파가 제거된 인버터의 (a)선간 전압, 전류 (b)상전압 및 (c)고조파 스펙트럼파형 (보상전)

Fig.4. (a) line-to-line voltage, current (b) phase voltage and (c) harmonics spectrum waveform (after compensation) of inverter with the 5th and 7th harmonics eliminated.

Fig.5. (a) line-to-line voltage, current (b) phase voltage and (c) harmonics spectrum waveform (before compensation) of inverter with the 5th 7th, 11th and 13th harmonics eliminated.



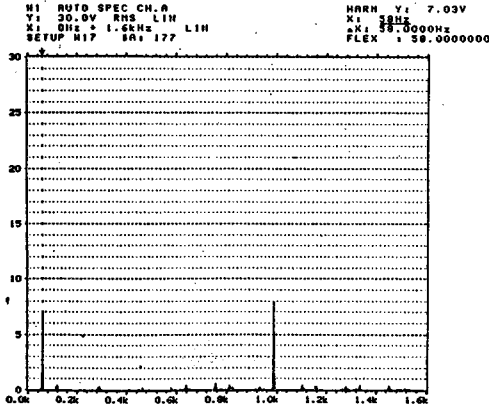


그림6. 5,7,11,13차 고조파가 제거된 인버터의 (a)선간 전압, 전류(b)상전압 및 (c)고조파 스펙트럼파형 (보상후)

Fig.6. (a) line-to-line voltage,current (b) phase voltage and (c) harmonics spectrum waveform (after compensation) of inverter with the 5th 7th,11th and 13th harmonics eliminated.

참고 문헌

1. F.G. Turnbull, "Selected Harmonic reduction in static DC-AC Inverter," IEEE Trans., comm,BI., 83(73),pp.374-378, 1964.
2. H.S. Patel, R.G. Hoft, "Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in Thyristor Inverters, part-I harmonic elimination" IEEE Trans. Ind. APPL. Vol.IA-9, pp.310-317,5,1973.
3. H.S. Patel R.G. Hoft "Generalized Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thyristor Inverter: partII-Voltage Control Techniques," IEEE Trans. on Ind Appl., Vol. IA-10, PP.666-673, Sept/Oct. 1974.
4. Min Ho Park, Doo Soo Ahn, Chung Yuen Won, Hae Ki Lee, Myung Kyu Lee and Tae Hoon Kim, "A Study on A New Harmonic Elimination Algorithm using Walsh and Related Orthogonal Functions," JTC-CSCC'88 pp.463-468, Nov. 1988.
5. Asit k, Datta and Anish Deb, "A Novel Approach to the Analysis of Induction Motor by Walsh Function," International Conference on Evolution and Modern Aspects of Induction Machines, pp.62-67.
6. 박민호, 원충연, 이해기, 김태훈, 김학성, "마이크로프로세서로 제어되는 PWM 전압형 인버터 구동 유도전동기의 고조파제거 방법에 관한 연구", 춘계 전력전자 연구회 학술 연구 발표회 논문집, pp.13-18, 1989.
7. Chung Yuen Won, Min Ho Park, Doo Soo ahn, Hae Ki Lee, Myung Kyu Lee, and Tae Hoon Kim, "A study on harmonic elimination method of PWM inverter fed induction motor system using Walsh series", IFAC, pp.674-680, 1989.
8. J.A Asumadu and R.G Hoft, "Microprocessor Based Sinusoidal Waveform Synthesis using Walsh and Related Orthogonal Functions," IEEE Trans on Power Electronics, Vol.4, No.2, pp234-241, Apr. 1989.
9. Y.Tadokord and T.Higuchi, "Discrete Fourier Transform Computation Via The Walsh Transform," IEEE Trans., Assp-26, No.3, pp.236-240, June. 1978.
10. Y.Tapdkoro and T.Higuchi, "Conversion Factors form Walsh Coefficients to Fourier Coefficients," IEEE Trans.,Assp-31 pp.231-232, Feb. 1983.
11. Jeong Seung-Gi, Lee Bang-Sup, Park Min-Ho, "The analysis and compensation of dead time effects in PWM inverter", IBCON'88, pp.667-671.

4. 결론

본 연구에서는 3상 PWM 인버터 출력 파형에 고조파 제거와 기본파 진폭제어를 위한 새로운 알고리즘을 기술하였다. 이 결과로 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. Fourier 급수를 사용하여 PWM 파형 고조파 제거를 위해 종전에 사용된 조월 방정식을 최근 Walsh함수만 사용한 선형 대수 방정식으로 대치 가능하였다. 그러나 W-FT이론을 도입하여 SHE PWM 방법의  $\alpha$  값을 계산한 결과 종래의 방법과 비교하여 시간이 매우 바르며 계산상 효율적이었다.
2. 모든 데이터 처리가 소프트웨어화 되어 시스템 구성이 간단하였고 데이터의 수정, 변경이 아주 용이하고 또한 정확한 데이터가 가능하였다.
3. 본 연구에서는 데드타임 보상 회로를 구성하여 시스템에 삽입하여 실험을 한 결과 보상전보다 남은 차수의 고조파 성분이 많이 감소되었음을 알 수 있었고 이론치에 적합한 파형을 얻을 수 있었으며 데드타임 보상전보다 효율적인 측면에서 상당히 향상됨을 알 수 있었다.

이상과 같은 결론으로부터 산업계에서 대용량 유도전동기 가변속 운전 및 UPS, 유도가열, 등에 응용이 기대된다.