

Play-Back 서보 시스템의 학습제어 방법

김 광 배*, 안 현 식**, 오 상 록*, 고 명 삼**

* 한국과학기술연구원 제어시스템 연구실 ** 서울대학교 제어계측공학과

An Iterative Learning Control of Play-Back Servo Systems

* Kwang Bac Kim, Hyun Sik Ahn, Sang-Rok Oh, and Myoung Sam Ko

*Control Systems Lab., KIST , **Dept. of Contr. and Instr. Eng., S.N.U.

ABSTRACT : As a means of designing a robust servo system for electrical motor drive system, an iterative learning control method is proposed by employing the structure of the model algorithmic control. A sufficient condition for the convergency is shown, and via simulation for permanent magnet synchronous motor drive system, it is demonstrated that the method yields a good performance even in the presence of the external load disturbances.

내미스를 정확히 알아야 하는 단점을 갖고 있어 실제로 정확히 모델링하기가 상당히 어려운 로봇트 머니플레이터나 부하의 변화등에 의한 외란이 심한 전동기의 경우 이득 변수를 정하는데 문제점을 갖고 있다[3].

본 논문에서는 각종 공작 기계의 Feed 구동, 산업용 로봇 등에 널리 사용되는 영구 자석식 동기 전동기(PMSM: Permanent Magnet Synchronous Motor)를 이용한 Play-Back 서보시스템에 대하여 새로운 형태의 반복 학습제어 방법을 제안하고, 제안한 방법이 수렴하기 위한 충분조건을 제시하기로 한다. 또한 시뮬레이션을 통하여 그 타당성을 보이기로 한다.

I. 서론

서보 시스템은 모델링 오차 또는 외란(disturbance)등의 불확실한 환경하에서 주어진 기준 입력을 충실히 추종할 것을 목표로 하는 시스템으로써 이러한 서보 시스템중 추종해야할 기준 입력이 일정한 패턴을 갖고 반복하는 형태인 것을 특히 Play-Back 서보 시스템이라 한다. 산업 현장에서 흔히 볼수 있는 수치 공작 기계나 로봇트 머니 플레이터등은 이러한 Play-Back 서보 시스템의 대표적인 예로써, 같은 동작을 반복한다는 점에서 기존의 제어 방식보다는 반복 훈련을 통해 기술 숙련을 달성하는 인간의 학습 개념을 이용한 제어 방식이 보다 효과적인 제어 방식이 될수 있다고 믿어 왔고 실제로 최근 학습 기능을 시스템 제어에 이용하려는 연구가 새로운 연구 과제로 많은 관심을 받고 있다.

Uchiyama[1] 에 의해 처음으로 제시된 학습 제어의 개념은 그뒤 Arimoto[2] 등에 의해 좀더 세련된 이론으로 발전하였는 바 이들의 소위 "Betterment Process" 는 출력오차의 미분값에 적당한 이득을 곱하여 그전 입력값에 더한 값을 새로운 입력 값으로 하는 식의 간단한 알고리즘으로써, 제시한 알고리즘에 의해 출력의 미분값이 원하는 기준 출력의 미분 값으로 수렴하기 위한 충분 조건을 아울러 제시하였다. 그러나 수렴 조건을 만족시키는 이득을 정하기 위해서는 시스템의 다이

II. PMSM 을 사용한 Play - Back 서보 시스템의 학습제어 알고리즘

본 절에서는 우선 PMSM의 시스템 다이내믹스를 모델링하기로 한다. 회전자 기준축에 대한 PMSM(여기서는 영구 자석이 회전자의 표면에 붙어 있는 Surface-mounted PMSM 입)의 d-q 변환식은 다음과 같다[4].

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \lambda_{ds} - \omega_r \lambda_{qs} \quad (1)$$

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \lambda_{qs} + \omega_r \lambda_{ds} \quad (2)$$

$$\lambda_{ds} = L_a i_{ds} + \Phi \quad (3)$$

$$\lambda_{qs} = L_a i_{qs} \quad (4)$$

$$T = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \Phi i_{qs} \quad (5)$$

여기서 $v_{d(q)s}$: 고정자의 d축(q축) 전압 [V]

$i_{d(q)s}$: 고정자의 d축(q축) 전류 [A]

$\lambda_{d(q)s}$: 고정자의 d축(q축) 쇄교 자속 [Wb]

ω_r : 회전자의 전기 각속도 [rad/sec]

r_s : 고정자의 상당 저항 [Ω]

L_a : 고정자의 d축 또는 q축 인덕턴스 [H]

P : 극수

Φ : 영구 자석의 자속 [Wb]

PMSM 인 경우 $i_{ds} = 0$ 로하고 i_{qs} 가 회전자 영구자석의 자속(Φ) 과 공간적으로 90도의 위상관계를 갖도록 field-orientation 시켜주면 이때 최대 토크/전류의 운전 상태에 있게 되며 기계적 방정식은 다음과 같이 직류모터와 같은 형태가 된다.

$$J\dot{\omega} + B\omega + T_L = K_T i_q \quad (6)$$

여기서 J : 관성모멘트

B : 마찰계수

T_L : 부하 토크

K_T : 토크상수 (= $3P\Phi/4$)

상위 제어기로부터의 전류지령 i_q^* 을 순차적으로 추종하기 위해 고이득의 CRPWM(Current Regulated Pulse Width Modulation)인버터를 사용하면 고정자측의 전기적 다이내믹스가 제거되는 효과를 나타내는데 여기서는 3-independent 히스테리시스 제어기로써 CRPWM인버터를 사용하였다. 이와 같이 CRPWM인버터로 구동되는 PMSM서보시스템의 블록선도는 그림 1과 같다.

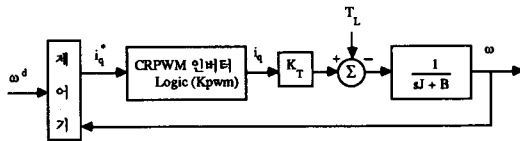


그림 1. PMSM 서보 시스템의 블록선도

Fig. 1. Block Diagram of PMSM Servo System

그림 1과 같은 PMSM서보시스템의 제어기로는 흔히 PI (Proportional and Integral) 제어기를 사용하고 있는데 모델링 오차나 외란이 있는 경우, 시스템의 출력특성이 원하는 특성을 갖도록 설계된 PI제어기의 이득상수를 정하기는 쉬운 문제가 아니며 또한 PI제어기를 갖는 PMSM서보시스템의 경우 정상 상태에서의 정근적 수렴특성은 얻을수 있으나 주어진 기준입력을 전구간 오차없이 추종하기는 불가능하다. 그러나 연속경로제어에 사용되는 로봇 매니퓰레이터나 수치공작기계의 요구되는 특성은 정근적 수렴특성보다는 동작하는 전구간동안 기준계적을 오차없이 추종하여야 하는 바, 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위한 한 방법으로서, 기존의 PI제어

기를 갖는 PMSM서보시스템에 대하여 주어진 기준계적을 전구간 오차없이 추종하도록 하는 부가 입력을 반복학습제어기로서 제시하기로 한다. 그림 2에 PI제어기를 갖는 PMSM에 학습제어 시스템을 부가한 개념도를 보였다.

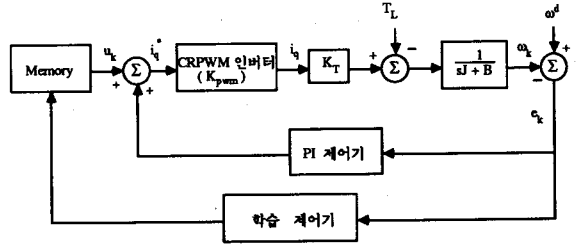


그림 2. PI-controlled PMSM의 학습제어시스템

Fig. 2. Block Diagram of the Proposed Learning Control System of PI-Controlled PMSM

그림 2에서 전류제어기가 이상적으로 이루어졌을 경우 CRPWM 인버터의 이득 K_{pwm} 을 1로 놓을수 있으므로 (6)식 및 그림 2로부터 시스템 다이내믹스를 구해 보면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B+K_T K_P}{J} & \frac{K_T K_I}{J} \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_T}{J} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} T_L + \frac{K_T K_P}{J} \omega^d \\ \omega^d \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 $\omega(0) = \omega^0, z(0) = 0$

$$z = \int_0^t (\omega^d - \omega) dt$$

K_P : PI 제어기의 비례 이득 상수

K_I : PI 제어기의 적분 이득 상수

이제 (7)식으로 표현되는 시스템에 대하여 원하는 출력 $\omega^d(t), t \in [0, T]$ 및 오차의 허용한계 $\epsilon > 0$ 이 주어졌을 때 시스템 출력 $\omega(t)$ 가

$$\| \omega(t) - \omega^d(t) \|_{\infty} \leq \epsilon, t \in [0, T] \quad (8)$$

을 만족하도록 하는 제어입력 $u(t), t \in [0, T]$ 를 구하는 방법을 학습제어 알고리즘에의해 제시하기로 한다. 수식의 간편한 표현을 위하여 (7)식을 다음과 같이 표현하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) + D(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서

$$x^T(t) = [\omega, z], \quad y(t) = \omega(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{B+K_T K_P}{J} & \frac{K_T K_I}{J} \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{K_T}{J} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} T_L + \frac{K_T K_P}{J} \omega^d \\ \omega^d \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0]$$

(9)식에서 외란항 D(t)는 부하토크항과 기준입력항의 합으로서 Play-Back서보시스템의 경우 주기함수로 가정한다.

알고리즘의 전개를 위하여 (9)식의 시스템행렬 A 와 B 를 A^M 및 B^M 으로 모델링하자. 실제로 A^M 및 B^M 은 전동기의 J와 B를 모델링한 값으로 이루어진다. 또한 B^M 이 입력의 차원에 해당하는 랭크(rank)를 가질경우 이의 가상역행렬(Pseudo-Inverse Matrix)은 항상 존재하는바, 이를 B^{M+} 라고 하면

$$B^{M+} = [B^{MT} B^M]^{-1} B^{MT} \quad (10)$$

이 된다. 이제 모델링된 파라미터들을 이용하여 다음과 같이 반복학습제어 알고리즘을 제시한다. 여기서 k는 반복지수를 표현한다.

< 반복 학습 제어 알고리즘 >

원하는 출력 $\omega^d(t)$, 허용오차 한계 $\epsilon > 0$ 이 주어졌을 때 초기 시행시의 입력 $u_0(t)$ 를 임의의 값으로 하고 $x_0^L(t) = x_0(t), t \in [0, T]$ 라고 하자. 반복지수 k를 0으로 한다.

스텝 1:
$$e_k(t) = y^d(t) - y_k(t) \quad (11)$$

을 계산한다. 여기서 $y_k(t)$ 는 제어입력 u_k 를 인가했을 때의 출력이다.

스텝 2: $\|e_k\|_\infty \leq \epsilon$ 이면 $u_k(t)$ 를 출력하고 기억시킨다.
 $\|e_k\|_\infty > \epsilon$ 이면 다음스텝으로 간다.

스텝 3:
$$x_{k+1}^L(t) = x_k^L(t) + S e_k(t) \quad (12)$$

를 계산한다. 여기서 $S = [s_1 \ s_2]^T$ 는 가중행렬이다.

스텝 4:
$$u_{k+1} = B^{M+} [x_{k+1}^L(t) - A^M x_{k+1}^L(t)] \quad (13)$$

를 계산한다.

스텝 5: $k = k + 1$ 으로 하고 스텝 1로 간다.

상기의 알고리즘은 [5]에서 제안한 모델연산제어 (model algorithmic control)의 단일 스텝 폐루프 예측(one-step closed loop

prediction)의 개념을 응용한 것으로써 [5]에서 제안된 알고리즘은 시간 축에 대하여 계산하는 것인데 반하여 본 논문의 알고리즘은 시간축의 한 점을 고정시키고 동작이 반복되는 반복시퀀스 축에 대하여 계산하는 것이다[6].

제시한 학습알고리즘에 의해 반복지수 k가 증가함에 따라 즉, 동작을 반복함에 따라 시스템 출력 $\omega(t)$ 가 원하는 출력 $\omega^d(t)$ 를 동작 전구간 동안 허용오차 한계 내에서 추종한다는 것을 다음의 정리 1에 보였다.

[정리 1] (7)식으로 주어지는 PI제어기를 갖는 영구자석식 동기 전동기에 (11) - (13)식으로 주어진 반복학습제어기를 적용시키고 때 반복시행시 초기치가 시스템의 초기치와 같다고 가정하자. 즉

$$\begin{bmatrix} \omega_k(0) \\ z_k(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad k = 1, 2, \dots \quad (14)$$

이때 (12)식의 가중행렬 $S = [s_1 \ s_2]^T$ 를

$$\| 1 - \frac{(K_T/J)}{(K_T^M/J^M)} s_1 \|_\infty < 1 \quad (15)$$

이 되도록 선택하면 동작을 반복함에 따라 시스템 출력은 원하는 출력을 전구간 허용오차 한계내에서 추종한다. 즉

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k(t)\|_\infty = 0 \quad \text{for all } t \in [0, T] \quad (16)$$

(본 정리의 증명은 지면 관계상 생략하기로 한다.)

(15)식에서 $\| \cdot \|_\infty$ 은 sup-norm을 표시하는 바, 시스템 파라미터 J가 시간에대한 함수인 경우도 고려한 조건이며 만일 J가 상수라면 (15)식은 $0 < s_1 < 2(K_T^M/J^M)/(K_T/J)$ 로 표현된다.

III. 수치예제

본 논문에서 제시한 알고리즘의 타당성을 보이기 위하여 표 1과 같은 사양을 갖는 영구자석식 동기전동기를 대상으로 시뮬레이션을 행하였다. 모델링 오차에 대한 고려를 위하여 $J^M = 0.5J$ 로 하였고 다른 파라미터들은 정확히 모델링되었다고 가정하였다. 또한 모델링된 값을 이용하여 시스템의 특성근이 $-400 \pm j400$ 이 되도록 비례이득 K_P 및 적분이득 K_I 를 구하였다. 이 경우 $K_P = 2.838, K_I = 114.1$ 로 된다.

원하는 속도궤적 $\omega^d(t)$ 가 다음의 (17)식 으로 주어지고 허용오차 한계를 5 [rpm]으로 하였다.

$$\omega^d(t) = \begin{cases} -K_C t^2(t-0.015) & [\text{rpm}], 0 \leq t < 0.25 T \\ 900 \sin(2\pi t/T) & [\text{rpm}], 0.25 T \leq t < 0.75 T \\ K_C (t-T)^2[-(t-T)-0.015] & [\text{rpm}], 0.75 T \leq t < T \end{cases} \quad (17)$$

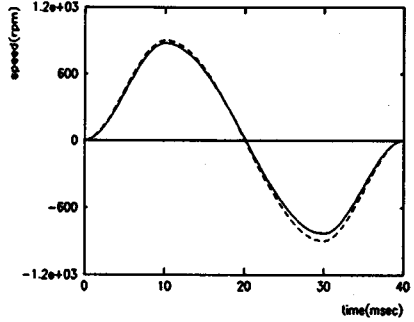
여기서 $K_C = 1.8 \times 10^9$, $T = 0.04$ [sec]

가중행렬 S 를 $S = [0.6 \ 0]^T$ 으로 선정하였고 초기 시행 입력 $u_0(t)$ 는

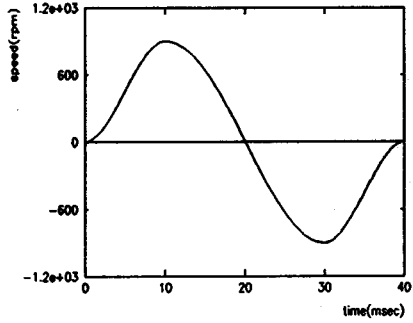
$$u_0(t) = 0, \quad t \in [0, 0.04]$$

로 하였다. 여기서 전류제어의 히스테리시스 밴드폭은 0.5 [amp]이고 $t = 0.03$ [sec]에서 1/4정격부하가 인가되었다.

이상의 값들로부터 제시한 반복학습제어 알고리즘을 적용한 결과를 그림 3 과 그림 4에 보였다. 그림3에서 점선은 원하는 출력파형이고 실선은 실제 출력파형을 나타내는 데 그림3(a)는 $k = 1$ 인 경우로서 학습제어의 초기입력을 0 으로 하였기 때문에 PI제어기만으로 제어되는 경우와 동일하다. $k = 5$ 인 경우와 $k = 20$ 인 경우의 출력파형을 각각 그림3(b), 그림 3(c)에 보였는 바, 본 논문에서 제시한 알고리즘에 의해 시스템의 출력이 원하는 출력파형에 빠르게 수렴함을 볼 수있다. 또한 반복시행에 따른 최대오차의 크기를 그림 4에 나타내었는데 k 가 증가함에 따라 오차가 감소함을 볼수있고 20회 이상인 경우 항상 주어진 허용오차 한계인 5 [rpm]내에서 추종함을 알수 있다.



(b) k = 5인 경우



(c) k = 20인 경우

그림 3. 출력파형

Fig.3 Output Trajectories by the Proposed Method

표 1. 영구자석식 전동기의 사양

Table 1. Spec. of the PMSM

정격토크 : 2.6 N-m	$r_s : 2.14 \Omega$
정격속도 : 3000 rpm	$L_a : 4.2 \text{ mH}$
정격전류 : 5.1 A	$\Phi : 0.17 \text{ Wb}$
극 수 : 4	$J : 3.64 \times 10^{-4} \text{ N-m-s}^2$

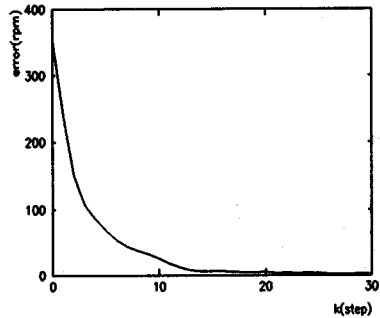
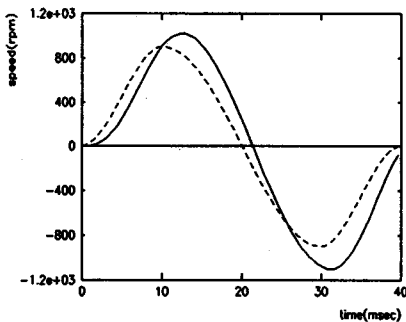


그림 4. 반복시행에 따른 출력오차

Fig. 4. Iteration vs. Sup-norm of Output Error



(a) k = 1인 경우

IV. 결론

본 논문에서는 Play-Back 서보시스템의 기준궤적 추종 성능을 향상시키기 위하여 기존의 PI제어기에 반복형 학습제어기를 부가한 새로운 형태의 서보시스템을 제안하였고, 제안된 알고리즘이 수렴하기 위한 충분조건을 아울러 제시하였다. 또한 제안된 알고리즘의 타당성을 보이기 위하여 모델링 오차가

있는 경우 설계된 PI제어기를 갖는 영구자석식 동기전동기에 적용하여 시뮬레이션을 행한 결과, 모델링 오차나 주기성 외란이 있는 경우에도 반복시행을 함으로써 동작구간 전구간 동안 시스템의 출력이 원하는 기준궤적을 허용오차한계내에서 추종함을 보였다.

제안된 알고리즘은 산업현장에서 많이 볼수있는 산업용 로봇이나 NC 공작기계와 같은 Play-Back 서보시스템에 적용하여 성능향상을 얻을수 있다고 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] M. Uchiyama, " Formulation of High - Speed Motion Pattern of a Mechanical Arm by Trial," *Trans. Society of Instrument and Control Engineers of JAPAN*, Vol.14, No.6, pp. 706 - 712 , 1978
- [2] S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, " Bettering Operation of Robots by Learning," *Journal of Robotic Systems*, Vol.1, No.2, pp.123 -140, 1984
- [3] S.-R. Oh, Z. Bien, and I.H. Suh, " An Iterative Learning Control Method with Application for the Robot Manipulator," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol.4, No.5, pp. 508 - 514, 1988
- [4] D.W. Novotny and R.D. Lorenz, *Introduction to Field Orientation and High Performance AC Drives*, IEEE Industry Applications Society, 1985
- [5] R. Rouhani and R.K. Mehra, " Model Algorithmic Control (MAC) : Basic Theoretical Properties," *Automatica*, Vol.18, No.4, pp. 401 - 414, 1982
- [6] S.-R. Oh, Z. Bien, and I.H. Suh, " A Model Algorithmic Learning Method for Continuous-Path Control of a Robot Manipulator," accepted for publication at *ROBOTICA*