

스위칭 레귤레이터의 최적 LQ 제어

유경상*, 권오규*

*인하대학교 전기공학과

OPTIMAL LQ CONTROL OF BUCK SWITCHING REGULATOR

K.S.YOO , O.K.KWON

DEPT.OF ELECTRICAL ENG., INHA UNIVERSITY

ABSTRACT

In this paper an optimal LQ controller is designed for the output characteristic improvement of buck-type switching regulators. State-space averaging method is adopted for modelling of switching regulators. The LQ controller is derived via an unified operator form for the application to both continuous-time and discrete-time control systems. Some design parameters of the LQ controller are chosen through a computer simulation and the LQ controller is implemented by analog circuits.

1. 서론

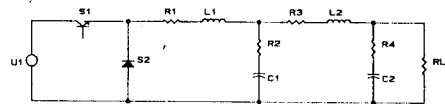
안정한 전원을 요구하는 장비에 사용하는 스위칭 레귤레이터(SWITCHING REGULATOR)는 입력전압과 부하변동에 대해서 안정한 정격의 출력을 발생해야 한다 [5]. 이를 위해 기존의 스위칭 레귤레이터에서는 단순한 출력 되먹임 방식이 주로 쓰이고 있다. 그런데 직류안정화 전원에 대한 요구 성능이 고도화 됨에 따라, 기존의 단순 되먹임 방식의 스위칭 레귤레이터의 성능을 보강해주기 위한 제어기의 필요성이 대두되었다.

이 논문에서는 스위칭 레귤레이터의 성능 향상을 위하여 현대제어 이론중 최적 LQ 제어 이론 [3]을 도입했다. 이 이론을 도입한 이유는 원하는 성능 특성을 자유로이 설계 가능하고 실현이 간단하기 때문이다. 대상 레귤레이터로는 기본적 형태이며 특성이 좋은 강압형 (BUCK)스위칭 레귤레이터를 다루었다. 그리고 LQ 제어이론을 적용하기 위하여 대상시스템을 D.C. 동작점 근처에서 선형화 [1]했으며 상태공간 평균화(STATE SPACE AVERAGING) [1]에 의해 상태방정식으로 표현했다.

이 논문에서는 앞으로 디지털 제어기로 실현할 것에 대비하여 제어알고리즘을 UNIFIED TRANSFORM [2]으로 전개했다. 그리고 컴퓨터 모의실험을 통해 LQ 제어기의 설계변수를 선정하였고, 아날로그 회로로써 제어기를 실현시켰으며, 입력변동에 따른 출력특성을 조사했다. 이 논문은 2절 시스템 모델, 3절 제어기 설계, 4절 모의실험, 5절 스위칭 레귤레이터 실현, 6절 결론으로 구성 되어있다.

2. 시스템 모델

이 절에서는 제어 대상 시스템인 (그림 1)의 강압형 스위칭 레귤레이터의 상태공간 모델을 구한다. 스위칭 레귤레이터의 각 상태에 따라 각각 존재하는 상태방정식을 상태공간 평균화법[1]에 의해 한상태로 나타내서 모델링 하면 다음과 같다.



(그림 1) 강압형 스위칭 레귤레이터

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} A11 & A12 & A13 & A14 \\ A21 & A22 & A23 & A24 \\ A31 & A32 & A33 & A34 \\ A41 & A42 & A43 & A44 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} A11 = -1/L1(R1+R2) \\ A12 = 0 \\ A13 = -R2/L1 \\ A14 = 0 \\ A21 = 1/C1 \\ A22 = 0 \\ A23 = -1/C1 \\ A24 = 0 \\ A31 = -R2/L2 \\ A32 = -1/L2 \\ A33 = (R2-R3)(RL+R4) - RLR4 / L2(RL+R4) \\ A34 = -R4 / L2(RL+R4) \\ A41 = 0 \\ A42 = 0 \\ A43 = RL / C2(RL+R4) \\ A44 = -1 / C2(RL+R4) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 / L1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 제어기 설계

(1)식의 시스템은 파라미터값의 변화에 따라 출력이 좌우된다. 스위칭 레귤레이터는 성능이 입력변동과 부하에 따른 출력의 정상상태와 과도상태에 따라 결정된다. 이 절에서는 스위칭 레귤레이터의 과도, 정상상태를 개선해 주기 위해, 시스템의 파라미터값이 시간에 따라 변화가 크지 않고 외란이 없다는 가정하에 최적 LQ 제어기[3]를 도입한다.

3-1. UNIFIED TRANSFORM 의 RICCATI 방정식 유도

연속 시스템을 이산 시스템으로 전환하면 시스템의 특성이 많이 변한다. 이러한 결점을 연산자의 처리로만 간단히 보완해 주고 이산과 연속 시스템을 동시에 만족하는 연산방법이 UNIFIED TRANSFORM [2] 이다. 이 변환법을 써서 최적 LQ 제어기의 알고리즘을 유도해 보기로 한다. 대상 시스템과 성능지표는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX \end{cases} \quad (2)$$

$$J = \int_0^{t_f} \{ X^T(t) \Sigma X(t) + U^T(t) R U(t) \} dt \quad (3)$$

식(2)의 대상시스템에서 식(3)의 성능지표를 최소화시키는 제어는 다음과 같이 구해진다.

식(2)에서 (A,B)가 제어가능이고 (A,C)가 관측가능할때, 식(3)의 성능지표를 최소화시키는 제어입력은 다음과 같다.

$$U(t) = -L(t) X(t) \quad (4)$$

$$L(t) = (R + \Delta B^T \Sigma(t) B)^{-1} B^T \Sigma(t) (I + \Delta A) \quad (5)$$

식(5)에서 Σ 는 다음과 같은 유한구간 RICCATI 방정식의 해이다.

$$\dot{\rho} \Sigma(t) = -Q + A^T \Sigma(t) + \Sigma(t) A + \Delta A^T \Sigma(t) A - L^T(t) [R + \Delta B^T \Sigma(t) B] L(t) \quad (6)$$

$$\Sigma(t_f) = \Sigma_f \quad (6)$$

그리고 최종시간을 무한시간까지 확장하고 ($t_f \rightarrow \infty$) 성능지표를 다음과 같이 취하면

$$J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \int_0^{t_f} \{ X^T(t) \Sigma X(t) + U^T(t) R U(t) \} dt \quad (7)$$

최종상태에서 $\rho \Sigma(t) = 0$ 이므로 식(6)은 다음과 같이 대수 RICCATI 방정식으로 바뀐다.

$$Q + A^T \Sigma + \Sigma A + \Delta A^T \Sigma A - L^T (R + \Delta B^T \Sigma A - L^T (R + \Delta B^T \Sigma B) L) = 0 \quad (8)$$

그리고 식(5)의 제어이득은 다음과 같이 된다.

$$L = (R + \Delta B^T \Sigma B)^{-1} B^T \Sigma (I + \Delta A) \quad (9)$$

3-2. RICCATI 방정식 풀이 알고리즘

식 (8)의 대수 RICCATI 방정식을 POTTER [3] 가 제안한 방법에 의해 구하면 다음과 같다.

(4) 식에서 M 행렬을 구성하면 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} A & -(R + \Delta B^T \Sigma B) \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 만약 고유치를 λ 라 하고 고유치에 의해 행렬을 재구성하면 다음과 같다.

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

(10)를 유사변환 (SIMILARY TRANSFORM) 해주고

$$T^{-1} M T = \begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda \end{bmatrix} \quad (12)$$

해주고 식 (10),(11)을 식 (12)에 대입한다.

$$\begin{bmatrix} A & -(R + \Delta B^T \Sigma B) \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda \end{bmatrix} \quad (13)$$

윗식을 정리하면

$$\begin{cases} AT_{11} - (R + \Delta B^T \Sigma B) T_{21} = -T_{11} \Lambda \\ -QT_{11} - A^T T_{21} = -T_{21} \Lambda \end{cases} \quad (14)$$

이 된다.

따라서 (13)식에서

$$T_{21} T_{11}^{-1} A - T_{21} T_{11}^{-1} (R + \Delta B^T \Sigma B) T_{21} T_{11}^{-1} = T_{21} T_{11}^{-1} T_{11} \Lambda - T_{21} T_{11}^{-1} \Lambda \quad (14) \text{식에서}$$

(14)식에서

$$-Q - A^T T_{21} T_{11}^{-1} = T_{21} T_{11}^{-1} A - T_{21} T_{11}^{-1} (R + \Delta B^T \Sigma B) T_{21} T_{11}^{-1} \quad (13), (14) \text{식에서}$$

$$L' = T_{21} T_{11}^{-1} = \frac{Q + A + A^T}{R + \Delta B^T \Sigma B}$$

그러므로 식(8)의 최적이득(OPTIMAL GAIN)은 다음과 같이 구해진다.

$$L = (R + \Delta B^T \Sigma B)^{-1} B^T \Sigma (I + \Delta A) \quad (9)$$

따라서 (9)식에서 구한 이득을 상태피드백에 의해 시스템을 재구성하면 최적시스템이 구성된다.

4. 모의실험 (SIMULATION)

이 절에서는 3절에서 유도한 RICCATI 방정식에서 다음에 주어진 성능을 만족하는 제어기를 구성하기 위해 모의실험을 통해 설계변수를 선정하기로 한다.

[강압형 스위칭 레귤레이터의 요구사항]

- . 출력전압 (OUTPUT VOLTAGE) ; D.C. 5(V)
- . 출력전압 리플 (VOLTAGE RIPPLE) ; ± 1(%)
- . 스위칭 주파수 (SWITCHING FREQUENCY) ; 25(KHZ)
- . 입력전압 (STEP INPUT VOLTAGE) ; 15(V)
- . 입력전압 리플 (RIPPLE) ; 9 ~ 20 (30 %)

[제어기 설계기준] [5]

- . 상승시간 (RISING TIME) ; 45 (MSEC)
- . 2 % 정착시간 (SETTLING TIME) ; 50 (MSEC)
- . 정상 상태 오차 ; 1 %
- . 시스템 [(1)식의 강압형 스위칭 레귤레이터 (그림 1)
- . 성능함수 (COST FUNCTION)

$$J = \int_{t_0}^{t_f} 5X^2(t) + SX^T(t)QX(t) + U^T(t)RU(t) dt$$

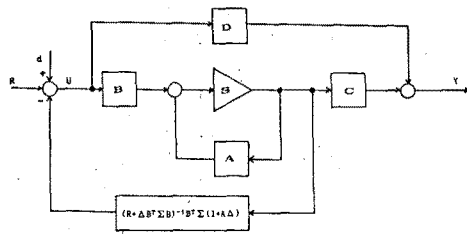
여기서 가중치 행렬은 여러차례 모의실험을 통해 다음과 같이 선정하였다.

$$R=1, \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 45 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 87 \end{bmatrix}$$

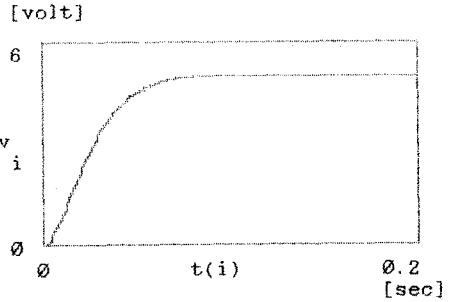
이 때의 최적이득 식 (15)에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$L = [5.526 \quad 3.886 \quad 6.788 \quad 3.416]$$

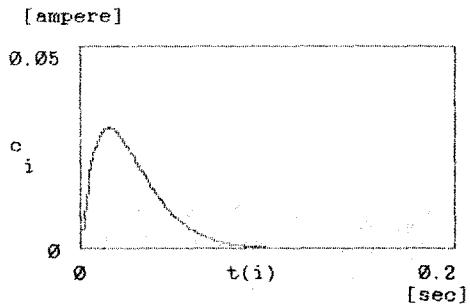
그러므로 상태 피드백에 의한 모의실험 블록선도는 (그림 2)와 같이 구성하였으며, 위의 모의실험으로 (그림 3)과 (그림 4)같은 출력특성을 얻었다.



(그림 2) 상태 피드백 모의실험 블록선도



(그림 3) 출력 전압



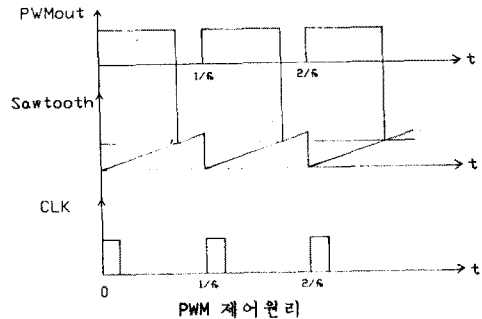
(그림 4) 초오크 코일 전류

5. 스위칭 레귤레이터 실현

앞절에서 이론적으로 설계한 최적 LQ 제어기를 OP-AMP를 이용 구성하였다.

5-1. 최적 LQ 제어기의 실현 [1]

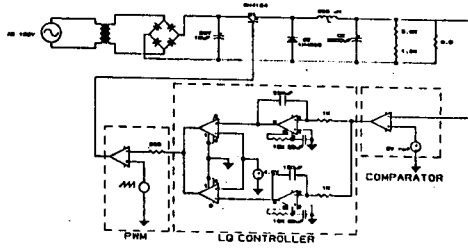
이론적으로 설계한 최적 LQ 제어기를 다음과 같이 제어한다. 비교기에서 검출한 출력의 오차를 적분기에서 적분해준다. 이 신호를 MODIFIED WINDOW 비교기로 기준전압과 비교한다. 일정전압의 오차 영역에서는 항상 일정한 PWM 에 의해 출력전압이 일정하게 유지된다.



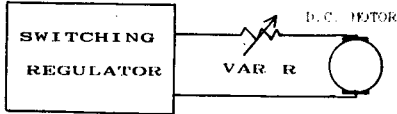
5-2. 실험 결과

최적 LQ 제어기의 강압형 스위칭 레귤레이터 회로는 (그림 5)와 같다. D.C. 모터 부하에 의해 실험하였으며 부하변동은 (그림 6)과 같다. 또한 출력파형은 다음 (그림 7)과 같다.

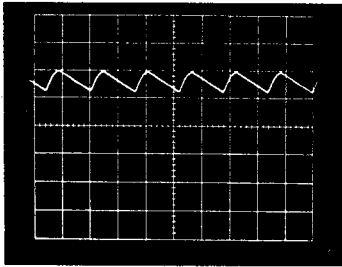
- 입력전압 — 그림 (a)
- 출력전압 — 그림 (b)
- 출력코일전류 — 그림 (c)



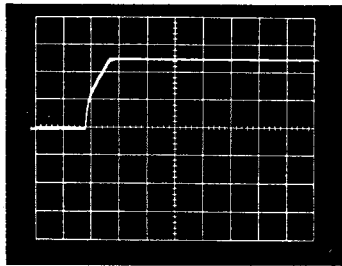
(그림 5) 최적 LQ 제어기 실현도



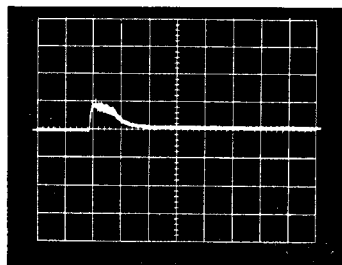
(그림 6) 부하 변동



(a)



(b)



(c)

(그림 7) 입 출력 특성

6. 결 론

이상으로 본 연구에서는 강압형 스위칭 레귤레이터의 제어기 설계기법과 실현에 대해 다루었다. 대상 시스템을 상태공간 평균화(STATE-SPACE AVERING)[1] 방법의 의해 모델링 하였으며 제어기 설계 기법으로는 UNIFIED TRANSFORM [2] 방법에 의해 최적 LQ 제어기 [3],[4] 를 설계했다. 그리고 최적 LQ 제어기 실현은 OP-AMP 를 이용 아날로그 전자회로에 의해 구성했다.

최적 LQ 제어기는 원하는 성능 특성을 자유로이 설계 가능하고 실현이 간단하므로 기존의 단순 아날로그 되먹임 방식보다 설계 성능이 우수하다. 이 논문에서 제시된 방법은 Unified Transform 으로 표시되고 있기 때문에 필요에 따라서 디지털 제어기로 실현시킬 수 있는 장점을 지니고 있다. 이 경우에는 디지털 제어기의 샘플링 시간 문제를 해결하기 위한 연구가 병행 되어야 한다.

7. 참고 문헌

- [1]. Daniel M. Mitchell, DC-DC Switching Regulator Analysis, McGraw - Hill, Inc, 1988
- [2]. R.H. Middleton and G.C. Goodwin, Digital control and Estimation; A Unified Approach, Prentice - Hall, New Jersey, To appear
- [3]. B.D.O. Anderson, J.B. Moore, Linear Optimal Control, Prentice - Hall, Inc, 1971
- [4]. W.L. Brogan, Modern Control Theory 2nd ed, Prentice - Hall, Inc., 1985
- [5]. Slobodan Cuk, R.D. Middlebrook, Advances in switched - mode power conversion vol 1,2,3, TESLA co, 1983
- [6]. Lee.F.C., R.P. Iwens, Y. Yu and J.E. Triner Generalized Computer Aided Discrete - Time Modelling and Analysis of DC-DC Converters, IEEE Trans. Industra Electronics & Control Instr, IECI-26, May, 1979
- [7]. D.M. Mitchell, Pulsewidth Modulator Phase Shift, IEEE Tran on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-16, no.3, May 1980
- [8]. R.D. Middlebrook, Input Filter Consideration in Design and Application of Switching Regulator, IEEE PESC Record, June. 1977