

## 서-보 메카니즘에 관한 레귤레이터와 모델 추종 제어기의 설계

\* 최 선 필 \*                      진 상 영 \*                      임 화 영 \*\*  
\* 광운 대학교 전기 공학과                      \*\* 제어 계측 공학과

- Design of Regulator and Model Following  
Controller on Servomechanism -

\* Choi, Sun Pil \*              Jun, Sang Yeong \*              Yim, Wha Yeong \*\*  
\* Dept. of Elec. Eng.,              \*\* Dept. of control & instr. Eng.  
Kwang Woon University

### Abstract

In this paper, design of the regulator and model following controller on servomechanism for discrete time system. The design of the servomechanism controller is studied on the method of model following controller for the output of the process to follow the output of its model. Furthermore, a common approach to eliminate disturbance and steady-state error between the outputs of the process and its model is to introduce an integrator into the control loop itself. They are eliminated when we incorporate the integrator into the closed loop system.

## 1. 서      론

본 논문은 플랜트의 초기값에 기인하는 외란을 제거하기 위해 상태 피이드 백을 통한 극배치법으로 레귤레이터를 설계하였다.

입-출력 관계의 제어 목적은 서-보 메카니즘을 해결하기 위해 적응제어기에서 사용할 수 있는 제어기 구조를 유도하는 것이며 또한 시스템이 기지일 때 서-보 메카니즘을 할 수 있는 구조를 설계하는 것이다.

적분기를 도입한 모델 추종 제어기를 SISO 이산시간 시스템에서 다루었으며, 보조 제어신호들이 플랜트에 대한 기준 모델의 출력값에 추종하는 것을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 보였다.

## 2. 이론적 배경

### 2-1. 프로세스의 구조

프로세스의 상태 방정식은 식(2.1)이다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma [u(k) + v(k)] \\ y(k) &= Cx(k) + e(k) \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서, 행렬  $\Phi, \Gamma, C$  는 기지이고, 신호들  $v(k)$ 와  $e(k)$  는 측정될 수 없는 입-출력 외란이고, 시스템은 가관측하고 가제어하며,  $n$  차 시스템이다.

모델의 상태 방정식은 식(2.2)이다.

$$\begin{aligned} x_m(k+1) &= \Phi_m x_m(k) + \Gamma_m u_c(k) \\ y_m(k) &= C_m x_m(k) \end{aligned} \quad (2.2)$$

### 2-2. 레귤레이터의 설계

식(2.1)의 모든 상태들이 측정될 수 있다면, 레귤레이터는 식(2.3)과 같은 상태 피이드 백 레귤레이터에 의해서 설계된다.

$$u(k) = -Lx(k) + \tilde{u}_c(k) \quad (2.3)$$

귀환벡터  $L$ 은 식(2.4)에 의해서 선택된다.

$$\det \{ zI - (\Phi - \Gamma L) \} = A_r(z) \quad (2.4)$$

식(2.3)을 식(2.1)에 대입하면 식(2.5)와 같다.

$$\begin{aligned} y(k) &= C [qI - (\Phi - \Gamma L)]^{-1} \Gamma \tilde{u}_c(k) \\ &= \frac{B(q)}{A_r(q)} u_c(k) \end{aligned} \quad (2.5)$$

가제어성의 가정은 식(2.5)의 극점들이 임의로 배치될 수 있다는 것을 의미하지만, 영점들은 변화시킬 수 없다. 모든 상태들이 측정될 수 없다면, 식(2.1)은 가관측하기 때문에 관측기를 사용하여 상태를 추정한다. 관측기의 동특성을  $A_o$ 로 놓으면, 관측기를 갖는 폐 루우프 시스템의 특성 다항식은  $A_r A_o$ 이다.

### 2-3. 모델추종 제어기의 설계

레귤레이터 설계는 폐 루우프 시스템의 극점들을 원하는 위치로 이동시키는 상태 피이드 백 제어기를 사용하므로써 해결된다. 모델추종 제어기 설계는 기준신호  $u_c$ 로부터  $\tilde{u}_c$ 가

지 피이드 포워드 시스템을 결정하므로써  $u_c$ 로부터  $y$ 까지의 폐 루우프 방정식은 모델  $H_m$ 에 완전한 모델추종을 하게 된다.

피이드 포워드 시스템은 식(2.6)과 같다.

$$\tilde{u}_c(k) = \frac{B_m(q) \cdot A_r(q)}{B(q) \cdot A_m(q)} u_c(k) \quad (2.6)$$

프로세스를 식(2.3)으로 제어할 때, 식(2.6)은 프로세스의 역을 포함한다.

$A_m(q)$ 와  $B(q)$ 가 단위원 안에 영점들을 갖는다면, 피이드 포워드 제어기는 안정하게 되고,  $B$ 가 단위원 밖에 영점들을 갖는다면, 그 영점들 또한  $B_m$ 의 영점들 이어야 한다.<sup>(4)</sup>

시스템의 구조는 그림 1과 같고 시스템은 비인과적일 수 있는 프로세스의 역을 포함하고 있다. 그러나 프로세스의 역을 포함하는 모델은 인과적 시스템으로 설계한다.

### 2-4. 입-출력 관계식

먼저 모든 프로세스 영점들이 안정하다고 가정하자. 프로세스가 입-출력으로 주어질 때, 서-보 제어기는 그림 1과 같다.

$$u(k) = \frac{B_m}{A_m} \left[ \frac{A}{B} + \frac{S}{R} \right] u_c(k) - \frac{S}{R} y(k) \quad (2.7)$$

식(2.7)은 식(2.8)과 같은 전달함수가 된다.

$$y(k) = \frac{B}{A} u(k) = \frac{B_m}{A_m} \frac{B(A \cdot R + B \cdot S)}{B(A \cdot R + B \cdot S)} u_c(k) = \frac{B_m}{A_m} u_c(k) \quad (2.8)$$

상쇄된 인수들은 관측기 동특성, 레귤레이터 동특성, 플랜트의 영점들을 식(2.9)와 같이 포함하고 있다.

$$A \cdot R + B \cdot S = A_0 \cdot A_r \quad (2.9)$$

다음과 같은 조건을 갖는다면, 식(2.9)는 해를 갖게 된다.

$$\text{deg } A_0 \geq n - 1$$

$$\text{deg } S < n$$

$$\text{deg } R = \text{deg } A_0$$

식(2.7)을 사용하므로써 레귤레이터와 서-보 제어기로 분리하는 것이 가능하며, 폐 루우프에 관측기를 포함하므로 전체 제어기는 다음과 같은 차수를 갖는다.

$$2n + n_m - d - 1$$

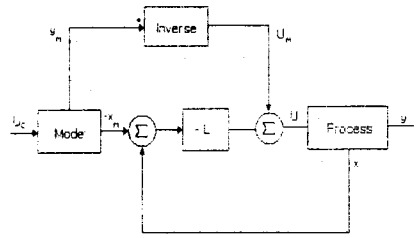


그림 1 레귤레이터와 서-보 제어기의 구조.

Fig 1 The structure of the regulator and servo controller

### 2-5. 외란을 제거하기 위한 방법

식(2.1)에 출력 외란은 프로세스의 출력  $y$ 가 제어기에 사용되지 않기 때문에 상태 방정식에서 제거되지 않지만 측정된 상태들에 대한 계단 외란은 시스템에 적분기가 있다면 제거될 수 있다.

신호  $\tilde{u}_c$ 는 피이드 포워드 신호이고, 피이드 포워드가 사용되는 모든 경우에서 피이드 포워드의 정확한 파악 또는 피이드 포워드 제어기를 피이드 백 제어기와 결합시키는 것이 중요하다. 레귤레이터에서 적분기는 계단 입력 외란을 제거할 수 있다. 적분기는 또한 프로세스 모델의 역의 오차를 허용하고, 제어 시스템은 원하는 모델 출력  $y_m$ 과 프로세스 출력  $y$  사이의 정상 상태 오차를 적분하게 된다.

### 2-6. 적분기의 도입

모델 추종 제어기에서 정상 상태 오차와 외란을 제거하기 위해 적분기를 도입하였으며, 식(2.10a)는 적분기 상태 방정식이고, 적분기를 도입한 상태 방정식은 식(2.10b)이다.

$$\chi_{n+1}(k+1) = \chi_{n+1}(k) + y_m(k) - y(k) \quad (2.10a)$$

$$z(k+1) = \begin{bmatrix} \Phi & 0 & 0 \\ -C & 1 & C_r \\ 0 & 0 & \Phi_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \chi_{n+1}(k) \\ \chi_r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (2.10b)$$

그러므로 적분기를 포함한 제어기는 식(2.11)이다.

$$u(k) = -Lx(k) - I_{n+1}\chi_{n+1}(k) - L_r\chi_r(k) + I_c u_c(k) \quad (2.11)$$

식(2.11)을 식(2.1)에 대입하면 식(2.12)가 된다.

$$y(k) = \frac{B_m[(qI-1)A_r - I_{n+1}B]}{A_m[(qI-1)A_r - I_{n+1}B]} \frac{B \cdot A_m}{B \cdot A_m} u_c(k) = \frac{B_m}{A_m} u_c(k) \quad (2.12)$$

여기서,

$$A_r(q) = \det [ qI - (\Phi - \Gamma L) ]$$

상쇄된 인수  $(q-1)A_r - I_{n+1}B$ 의 해는  $L$ 과  $I_{n+1}$ 를 사용하므로써 정해지고, 입-출력 계단 외란은 오차  $y_m - y$ 가 적분되기 때문에 제거된다.

### 3. 시뮬레이션

본 논문에서는 2차 시스템에 대한 레귤레이터와 모델 추종 제어기를 설계하였고, 모델 출력과 플랜트 출력사이의 정상 상태 오차와 외란을 제거하기 위해 적분기를 도입하였다.

#### 3-1. 2 차 플랜트의 모델 추종

제어하고자 하는 플랜트와 모델, 제어기는 다음과 같다.

$$y(k) = H(q)u(k)$$

$$H(q) = \frac{0.11(q + 0.85)}{q^2 - 1.61q + 0.61} \quad (\text{플랜트})$$

$$y_m(k) = H_m(q)u_c(k)$$

$$H_m(q) = \frac{0.10(q + 0.85)}{q^2 - 1.32q + 0.50} \quad (\text{모델})$$

$$u(k) = \tilde{u}_c(k) + \frac{S(q)}{R(q)} [y_m(k) - y(k)] \quad (\text{제어기})$$

이때 제어기에 대한 계수는 다음과 같으며

$$AR + BS = A_o A_r$$

$$\deg R = \deg S = 1$$

$$R(q) = q + 0.383, S(q) = 4.461q - 2.500, A_o(q) = q$$

입력과 외란을 다음과 같이 주었을 때 그림2와 같이 플랜트 모델 추종한다.

$$u_c(k) = 1 \quad (\text{계단 입력})$$

$$v(k) = -0.25 \quad (\text{계단 외란})$$

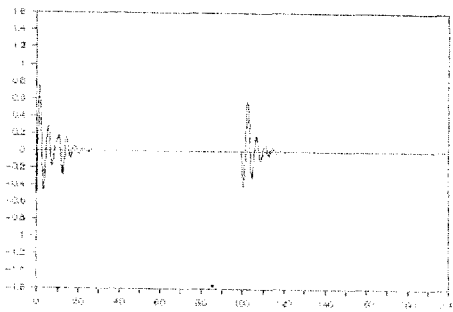


그림 2a. 기준 모델과 플랜트의 정상 상태 오차

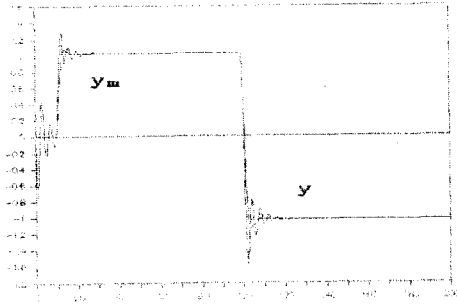


그림 2b. 플랜트의 모델 추종

#### 3-2. 정상 상태 오차와 외란을 제거하기 위한 적분기의 도입

본 시뮬레이션에서는 외란을 제거하기 위하여 적분기를 도입하였으며 이때 모델과 제어기, 제어하고자 하는 플랜트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \phi x(k) + \gamma u(k) \\ y(k) &= C x(k) \end{aligned} \quad (\text{플랜트})$$

$$\begin{aligned} x_f(k+1) &= \phi_f x_f(k) + \gamma_f [u_c(k) + v(k)] \\ y_m(k) &= C_f x_f(k) \end{aligned} \quad (\text{모델})$$

$$u(k) = -1x(k) - 1_{n+1}x_{n+1}(k) + \tilde{u}_c(k) \quad (\text{제어기})$$

이때 입력과 외란을 다음과 같이 주면 그림3과 같이 정상 상태의 오차와 외란을 제거하여 플랜트가 모델을 추종한다.

$$u_c(k) = 1 \quad (\text{계단 입력})$$

$$v(k) = -0.25 \quad (\text{계단 외란})$$

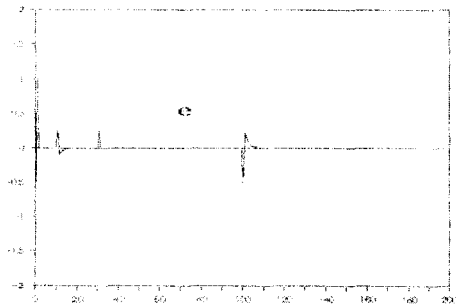


그림 3a. 외란이 존재하는 기준 모델과 플랜트의 정상 상태 오차

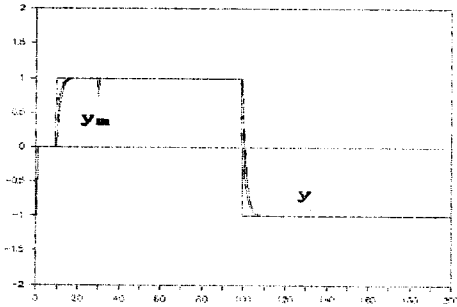


그림 3b. 시스템에 적분기를 도입한 플랜트의 모델 추종

7. Kwakernaak, H. and Sivan, R. (1972): Linear Optimal Control Systems. Wiley-Interscience.
8. Wittenmark, B. and Aström, K.J. (1984): Practical Issues in the Implementation of Self-Tuning Control. Automatica, 20, 595-605
9. Karl Johan Aström and Björn Wittenmark, (1989): Adaptive Control. Addison-Wesley.

## 4. 결 론

서-보 메카니즘은 기준 신호  $u_c$ 로부터 입력을 받는 피이드 포워드 제어기를 사용한다. 피이드 포워드 제어기는 빠른 응답 특성이 있고, 측정될 수 있는 외란의 영향을 줄이기 위해서는 매우 효과적인 제어기이지만, 피이드 포워드 제어기는 불확실한 플랜트의 모델과 모델링되지 않은 외란의 영향에 의해 플랜트에 정상 상태 오차를 주게 된다.

이러한 영향을 제거하기 위해 적분기를 도입하여 모델링되지 않은 외란과 모델 출력과 프로세스 출력사이의 정상 상태 오차를 제거하여 모델 추종을 하였다.

그러므로 외란의 영향과 정상 상태 오차를 제거하기 위해 제어 루우프내에 적분기를 도입하는 방법이 이상적이다.

## 5. 참고 문헌

1. Allidina, A.Y. and Hughes, F.M.(1982): Self-Tuning Controller with Integral Action.
2. Anderson, B.D.O. and Moore, J.B.(1971): Linear Optimal Control. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
3. Aström, K.J. (1980): Design Principles for Self-tuning Regulators. In Unbehauen, H. (ed): Methods and Applications in Adaptive Control, Springer-Verlag, Berlin.
4. Aström, K.J. and Wittenmark, B. (1984): Computer Controlled Systems. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
5. Bengtsson, G. (1973): A Theory for Control of Linear Multivariable Systems. CODEN: LUTFD2/(TFRT-1006), Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
6. Hikita, H. (1981): Design of Exact Model Matching Systems & Its Applications to Output Tracking Problems. Int. J. Control, 34, 1095-1111.