

매개 변수 섭동과 외란이 존재하는
강건한 자기 동조 제어기의 설계

이박주광 홍선학 임화영
광운대학교 전기 공학과 전기 공학과 제어계측 공학과

A Design of a Robust Self-Tuning Controller in the presence of
a Parameter Perturbation and Disturbance.

°Park, Ju-Kwang Hong, Sun-hak Yim, Hwa-Yeong
Dept. of Electrical Eng. Dept. of control & instr. Eng.

The robust self-tuning controller is designed which is guaranteed the asymptotic regulation and tracking in the presence of a bounded parameter perturbation. The global stability in the presence of a finite noise and disturbance is ensured. The controller has a error driven structure, and involves the common model of a disturbance and reference input in the internal model. The adaptive system tunes the controller parameters such that the quadratic performance index which involves a weighting factor is optimized.

1. 서론

내부 모델 법칙에 따르면 제어계 매개 변수의 유계된 섭동이 존재하더라도 제어기가 다음과 같은 조건

- 1) 조절된 변수의 단위 궤환을 사용한다.
- 2) 프로세스에 필요한 외부 신호에 대한 동적 구조의 공통 모델을 궤환 경로에 포함한다.

을 만족한다면, 제어기의 안정도와 정상 상태 추종과 조절을 보장한다. 본 논문에서의 적응 제어기 구성 절차는 1) 강건한 제어기를 구성하고, 2) 강건한 제어기에 적응 법칙을 적용하였다.

본 논문에서 제안한 강건한 자기 동조기는 나머지 항을 적분하여 플랜트의 생략된 항을 고려하였고, 매개변수는 평가 함수를 최소화하여 반복적인 매개변수 추정으로 조절된다. 제어기의 강건한 구조는 제어기 매개변수가 안정하게 수렴하면, 매개변수 섭동과 유계된 외란이 존재함에도 불구하고 전체 시스템은 점근적

인 추종과 조절을 보장한다.

2. 이론적 배경

2-1. 모델의 구조

단일 입력력 제어계의 출력력을 식(2-1)과 같이 표현한다.

$$Y(k) = Y_m(k) + \gamma(k) / (1 - z^{-1}) \quad (2-1)$$

여기서 Y(k)는 실제 플랜트 출력, Y_m(k)는 확정성 플랜트 출력, γ(k)는 나머지(Residual) 요소이다. 확정성 플랜트 출력은 식(2-2)와 같이 ARMA 구조로 표현된다.

$$A_m(z^{-1}) Y_m(k) = B_m(z^{-1}) u(k-1) + L_m(z^{-1}) v(k-1) + H_m(z^{-1}) w(k) \quad (2-2)$$

여기서 u(k), v(k), w(k)는 각각 플랜트 입력, 측정 가능한 외란, 측정 불가능한 외란이다. z⁻¹는 시간 지연 연산자이고, 다항식 A_m, B_m, L_m, H_m은 식(2-3)과 같다.

$$\begin{aligned} A_m(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \\ B_m(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m} \\ L_m(z^{-1}) &= l_0 + l_1 z^{-1} + l_2 z^{-2} + \dots + l_1 z^{-1} \\ H_m(z^{-1}) &= h_0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_n z^{-n} \end{aligned} \quad (2-3)$$

나머지 항 γ(k)는 모델 Y_m(k)에 포함되지 않은 수식화 나머지이다. 그러나 안정도가 가정되면 매개변수 오차와 영이 아닌 γ(k)임에도 내부 모델 법칙은 점근적인 추종과 조절을 보장한다.

시스템 식(2-1)과 식(2-2)에 대하여 다음과 같은 가정을 한다.

1. n, m, l를 안다.

2. 나머지 항 $\gamma(k)$ 는 모든 시간 k 에 대하여 유계된다.

3. $\gamma(k)$ 는 $i \geq 0$ 에 대하여 $Y_m(k-i)$, $Y(k-i)$, $\eta(k-i)$ 의 현재와 과거 값에 비상관된다.

제어오차 $e(k)$ 는

$$e(k) = Y_r(k) - Y(k) \quad (2-4)$$

로 정의된다. 여기서 $Y_r(k)$ 는 기준 입력이다.

2-2. 제어기의 구조

$Y_r(k)$ 와 $w(k)$ 는 식(2-5)의 조건을 점근적으로 만족한다.

$$D(z^{-1}) Y_r(k) = 0$$

$$D(z^{-1}) w(k) = 0 \quad (2-5)$$

여기서 $D(z^{-1})$ 은 기준 입력과 축적 불능 확정성 외한 동특성을 표현하는다항식의 공통요소이다.

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_r z^{-r} \quad (2-6)$$

다항식 $A_m(z^{-1})$ 과 $B_m(z^{-1})$ 이 축소 가능한 형태라고 가정하면 시스템 표현에 내부 모델을 포함할 수 있다. 따라서 제어계에 내부 모델을 포함하기 위하여 서보 보상기 $1/D(z^{-1})$ 을 사용한다. 이 경우 비최소 표현에 기준한 적응 제어기 구조는 외부 신호의 불안정한 극점을 상쇄하는 우반면 전송 영점(transmission zero)을 제공하는 보상기가 된다.

본 논문에서 가정된 적응 제어기는 식(2-7)과 같이 구성된다.

$$u(k) = \frac{P(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(k) + \frac{1}{D(z^{-1})} \eta(k) \quad (2-7)$$

여기서 우항의 첫째항은 서보 보상기의 출력이고, 둘째항은 안정화 보상기의 출력이다. $P(z^{-1})$ 은 임의의 다항식이고, $\eta(k)$ 는 평가함수를 최소화하고전체 안정도를 보장하는 보조 신호이다.

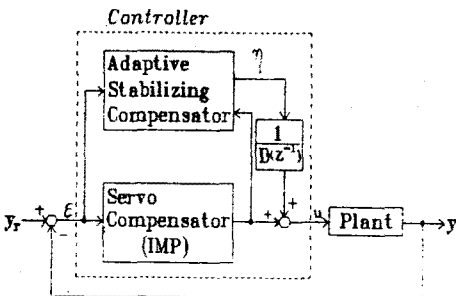


그림 2-1. 제어기의 구조

다항식을 식(2-8)로 표현하면

$$A = - [A_m D + z^{-1} B_m P]$$

$$B = B_m$$

$$C = A_m D$$

$$L = L_m D \quad (2-8)$$

시스템 표현은 식(2-9)와 같다.

$$e(k) = \frac{B}{A} \eta(k-1) + \frac{L}{A} v(k-1) + \frac{C}{A} \frac{\gamma(k)}{1-z^{-1}} \quad (2-9)$$

2-3. 평가 함수의 최소화

평가 함수 J 를

$$J = E\{ [P e(k+1)]^2 + [Q' D u(k)]^2 \} \quad (2-10)$$

로 정의하자. 여기서

$$P = \frac{P_n}{P_d}, \quad Q' = \frac{Q'_n}{Q'_d} \quad (2-11)$$

은 다항식의 가중 요소이고, 기대치 연산자는 시간 k 까지의 조건부 확률이다. 평가함수를 최소화하기 위하여 $P e(k+1)$ 를 시간 k 에서 예측하고, 항등식을 도입하면

$$\frac{P C}{A} = G + \frac{F z^{-1}}{P_d A} \quad (2-12)$$

예측된 제어 오차는

$$P e(k+1) = \frac{F}{P_d C} e(k) + \frac{B G}{C} \eta(k) + \frac{L G}{C} v(k) + G \frac{\gamma(k)}{1-z^{-1}} \quad (2-13)$$

가 된다. 여기서

$$G = g_0$$

$$F = f_0 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{n-1} z^{-(n-1)} \quad (2-14)$$

$$S = \max(n_a, n_c + n_p)$$

이고, 다항식 P_d 는 다항식 P 의 본모항이다. 나머지 항 $\gamma(k)$ 의 평균치가 영이라 가정하면, $P e(k+1)$ 의 최적 예측 $e^*(k+1/k)$ 는 식(2-15)와 같이 전개된다.

$$e^*(k+1/k) = \frac{F}{P_d C} e(k) + \frac{B G}{C} \eta(k) + \frac{L G}{C} v(k) \quad (2-15)$$

식(2-15)을 벡터로 표현하면

$$e^*(k+1/k) = \theta_0^T \psi(k) \quad (2-16)$$

이다. 여기서

$$\theta_0^T = [t_0 \ t_1 \ \dots \ t_x \ v_0 \ v_1 \ \dots \ v_y \ w_0 \ w_1 \ \dots \ w_z \ c_1 \ c_2 \ \dots \ c_a] \quad (2-17)$$

$$\psi^T(k) = [\frac{1}{P_d} \ \varepsilon(k) \ \frac{1}{P_d} \ \varepsilon(k-1) \ \dots \ \frac{1}{P_d} \ \varepsilon(k-x) \ \eta(k) \ \eta(k-1) \ \dots \ \eta(k-y) \ v(k) \ v(k-1) \ \dots \ v(k-z) - \varepsilon^*(k/k-1) - \varepsilon^*(k-1/k-2) \ \dots \ - \varepsilon^*(k+1-s/k-s)] \quad (2-18)$$

이다. 평가함수 J는 변수 $\eta(k)$ 에 대하여 최소화 된다.

$$\frac{\partial J}{\partial \eta(k)} = 2 \cdot \varepsilon^*(k+1/k) \frac{\partial \varepsilon^*(k+1/k)}{\partial \eta(k)} + 2 Q' [\eta(k) + P \varepsilon(k)] \frac{\partial Q' \eta(k)}{\partial \eta(k)} = 0 \quad (2-19)$$

따라서 제어기 구조식(2-20)을 얻는다.

$$u(k) = \frac{1}{D} [P + \frac{-F + P_d C Q P}{P_d [B G + C Q]}] \varepsilon(k) - \frac{L G}{B G + C Q} v(k) \quad (2-20)$$

2-4. 적응 알고리즘

본 절에서는 θ_0 의 추정 $\hat{\theta}(k)$ 를 구하기 위하여 R ML알고리즘을 사용한다. 예측 오차 $\varepsilon^*(k+1/k)$ 는 추정 오차

$$\hat{\varepsilon}^*(k+1/k) = \hat{\theta}^T(k) \psi(k) \quad (2-21)$$

로 대입한다. 최적 예측기 식(2-21)은

$$P \varepsilon(k+1) = \hat{\theta}^T(k) \psi(k) + e(k+1) \quad (2-22)$$

로 추정오차를 대치한다. 여기서 $e(k+1)$ 는 추정과 출력의 나머지 $\varepsilon(k+1)$ 에 의한 항이고, 비상관된 신호라 가정한다.

적용 법칙은 식(2-23)-(2-28)과 같다.

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k-1) \delta(k) \quad (2-23)$$

$$K(k-1) = \mu(k-1) R(k-1) \phi(k) \quad (2-24)$$

$$\delta(k) = P \varepsilon(k) - \hat{\theta}(k-1)^T \psi(k-1) \quad (2-25)$$

$$\phi(k) = - \frac{\partial \delta(\hat{\theta}(k-1), k)}{\partial \theta_0} \quad (2-26)$$

$$\mu(k) = \frac{1}{1 + \phi^T(k) R(k-1) \phi(k)} \quad (2-27)$$

$$R(k) = [1 - K(k-1) \phi^T(k)] R(k-1) \quad (2-28)$$

제어기의 매개 변수의 차수가 커지고 빠른 추정 시간이 필요할 때, 투영(Projection) 알고리즘이나 Gradient 알고리즘등을 적용하여 제어기의 매개 변수를 동조시킬 수 있다. 또한 불감대(Dead Zone)을 포함하는 시스템에서는 회귀자(Regressor)의 표준화를 통하여 제어기 매개 변수를 동조시킬 수 있다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션

본 절에서는 EC(Electro-Craft)사의 서보 모터 모델 S-586을 대상으로 시뮬레이션하여 결과를 고찰하였다. 직류 서보모터의 확정성 외란은 부하 토크 T_L 를 사용하였으며, 확률 신호 $v(k)$ 는 제어 신호 $u(k)$ 에 포함된 신호라 가정한다. 제어기의 기존 입력 $Y_r(k)$ 와 확정성 외란 T_L 는 계단 신호를 사용하였다.

3-1. 속도 제어

서보 모터 모델 S-586의 해당상수를 고려한 전달 함수는 식(3-1)과 같다.

$$\Omega(k) = \frac{0.2459}{1 - 0.104 z^{-1}} u(k-1) + \frac{0.2459}{1 - 0.104 z^{-1}} v(k-1) - \frac{1000.}{1 - 0.104 z^{-1}} T_L(k) \quad (3-1)$$

여기서 부하 토크 T_L 의 절대치가 $5 \times 10^{-4} [N/m]$ 인 계단신호이며, 모터가 시동하기 위하여 극복해야할 부하 토크는 $10^{-4} [N/m]$ 이다. [그림 3-1]

3-2. 위치 제어

서보 모터의 위치를 출력으로 하는 전달 함수는 식(3-2)와 같다.

$$\Theta(k) = \frac{0.334}{1 - 1.104 z^{-1} + 0.104 z^{-2}} u(k-1) + \frac{0.334}{1 - 1.104 z^{-1} + 0.104 z^{-2}} v(k-1) - \frac{0.315 - 0.228 z^{-1}}{1 - 1.104 z^{-1} + 0.104 z^{-2}} T_L(k) \quad (3-2)$$

확정성 외란 TL 은 절대치가 2[N/m]인 계단 신호이며, 모터가 시동하기 위하여 극복해야 할 부하 토오크는 0.4[N/m]이다. [그림 3-2]

4. 결 론

본 논문에서 제안된 강건한 적응 제어기는 유계된 잡음과 측정 불가능한 외란이 존재하는 경우 전체 안정도를 보장하였으며, 시스템 매개변수의 유계된 섭동이 존재하는 경우 점근적인 추종과 조절을 보장하였다. 제어기는 오차 유도 구조를 사용하였고, 이차 평가 함수를 최소화하여 제어기의 매개 변수를 동조시켰다. 제어기의 서보 보상기는 외란과 기준 입력의 공동 모델을 포함하고, 안정화 보상기는 보조 신호를 발생하여 전체 안정도를 보장하였다.

참 고 문 헌

[1] E.J.Davison, " The Robust Control of a Servo-mechanism Problem for Liner Time-Invariant Multivariable Systems.", IEEE Trans.Auto.Control,1976.
 [2] B.A.Francis & W.M.Wonham, " The Internal Model Principle of Control Theory.", Automatica, 1976.
 [3] G.C.Goodwin, D.J.Hill & Palaniswami, " A Perspective on Covergence of Adaptive Control Algorithms. ", Automatica, 1984.
 [4] J.M.Martine-Sanchez, S.L.Shan & D.G.Fisher, " A Stable Adaptive Predictive Control System.", Int.J.Control, 1984
 [5] H.K.Song, S.L.Shan & D.G.Fisher, " A Self-Tuning Robust Controller.", Automatica,1986.
 [6] P.S.Tuffs & D.W.Clarke, " Self-Tuning Control of Offset ; a Unified Approach.", Pro.IEE, 1985.

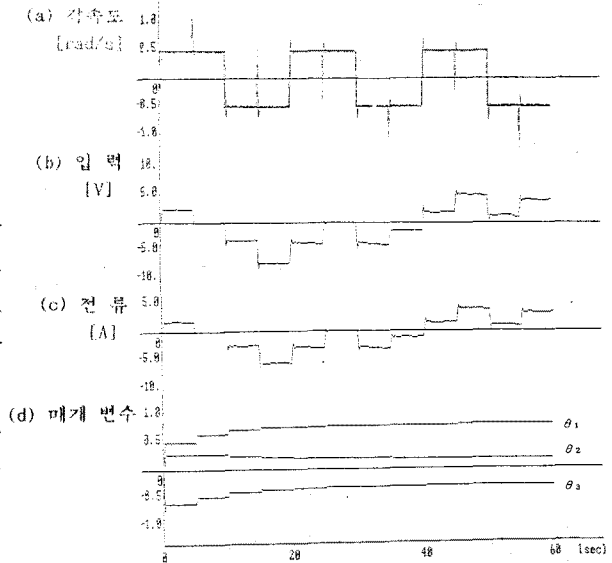


그림 3-1. 최소 분산 속도 제어.

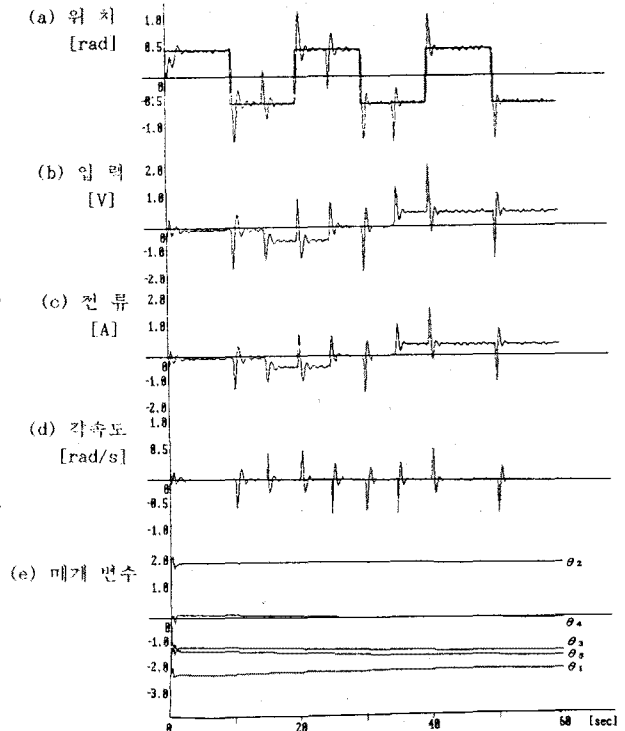


그림 3-2. P,Q 가중 위치 제어.

$$P(z^{-1}) = 2 - 0.8z^{-1},$$

$$Q'(z^{-1}) = 0.1(1-z^{-1})/(2-z^{-1})$$