

가변 부하시 P I D 제어방식에 의한 직류
서보 전동기의 직접 디지털 속도제어

김성중 신동용 한우석 한우용 박종국 설남오
전 북 대 학 교

Direct digital speed control of d.c. servo
motor by means of PID method in variable load

Kim Sung-Jung Sin Dong-Yong Han Hwoo-Sek Han Woo-Yong Park Jong-Kuk Seol Nam-o
Jubuk National University

ABSTRACT

This paper describes the speed control of d.c. servo motor by PID method in loads. PID algorithm has mainly been used in industrial circles in spite of the development of various control theory. D.C. motor speed is controlled by a microprocessor (Z-80). The speed control of d.c. motor is experimented in transient and steady state.

In this study, feedforward controller is used for dealing with loads. When it is possible to measure loads, this feed forward controller is used with another controller. And also, satisfying control effect is gotten by using it in system with loads.

Therefore, it is proved through experiment that a new designed controller can control the speed of d.c. servo motor.

1. 서 론

반도체 공학의 발달에 힘입어 등장한 마이크로 프로세서는 뛰어난 연산 능력을 가지고 있어서 이를 이용하여 주어진 계통을 실시간으로 제어하는 직접 디지털 제어(D.D.C.; Direct Digital Control) 방식을 가능케 함으로써 컴퓨터 산업과 더불어 제어기기로써 널리 이용되고 있다.

한편, 1940년대에 아날로그 제어기에 적용되어 사용되던 PID(Proportional Integral Derivation; 비례 적분 미분)제어 알고리즘은 현재에 이르러 마이크로 프로세서를 이용한 디지털 제어기(D.D.C.)에 적용되어 쓰이고 있는데, 보다 정교한 제어 이론들이 개발되었음에도 불구하고 실제 산업 현장에서 가장 널리 사용되고있는 제어 알고리즘이다.

그러나 이 PID 알고리즘을 비롯하여 여러 알고리즘이 무부하시 계통의 과도 응답 특성을 개선하기 위한 것이어서 실제 계통 운전시 밀수적으로 따르는 부하 문제를 고려하지 않게 된다.

따라서 부하가 존재하는 실제 계통에 이들 알고리즘을 적용할 경우 출력에 변화가 생겨 정밀한 제어 특성을 요구하는 계통에서는 그 적용이 곤란하다.

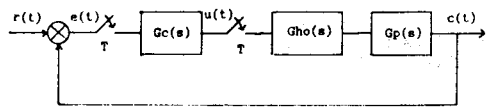
피이드 포워드(Feed forward) 제어기는 외란이 측정 가능할 경우 사용되는데 이들 여러 제어기와 결합하여 부하가 존재하는 계통에서 만족할만한 제어효과를 얻을 수 있다.

따라서 본 논문에서는 직류 전동기를 제어함에 있어서 PID 기법을 이용하여 최적한 과도 응답 특성을 구하고 PID 제어기와 피이드 포워드 제어기를 결합한 새로운 형태의 제어기로서 가해진 부하를 측정하여 정상 상태에서 부하 변화에 따른 출력의 변화가 최소화 되도록 시도하고자 하였다.

2. 본 론

2.1. 직류전동기의 PID제어

일반적으로 디지털 계통의 블록도는 (그림 1.)과 같이 나타낼 수 있다.



(그림 1.) Block diagram of Digital Control System

\$G_{ho}(s)\$: 제로오더홀드 전달함수 \$r(t)\$: 기준입력
\$G_c(s)\$: PID제어기 전달함수 \$T\$: 샘플링주기
\$G_p(s)\$: 전동기 전달함수 \$e(t)\$: 속도편차

PID제어란 오차를 급한 항과 적분항 그리고 미분항을 더하여 제어 입력으로 보내는 제어 방법으로 디지털 제어에서는 (1)식과 같이 쓸 수 있다.

$$G_c(z) = K_p + K_i \frac{T(z+1)}{2(z-1)} + K_d \frac{(z-1)}{Tz}$$

$$= \frac{(K_i T^2 + 2K_p T + 2K_d)z + (K_i T^2 - 2K_p T - 4K_d)z + 2K_d}{2Tz(z-1)} \quad (1)$$

직류전동기의 전달함수는 (2)식과 같이 쓸 수 있다.

$$G_p(s) = \frac{Kt}{JLs^2 + (JRa + BL)s + (KtKb + BRa)} \quad (2)$$

한편, 본 논문에서 사용된 직류전동기의 파라메타는 다음과 같다.

\$J = 442 * 10^{-6}\$ [Kg-m²] : 관성모멘트
\$La = 8.6 * 10^{-3}\$ [H] : 전기자 인덕턴스
\$Kt = 17 * 10^{-3}\$ [N-m/A] : 토오크상수
\$B = 0.0\$ [N/m-sec²] : 마찰계수
\$Kb = 60 * 10\$ [V/rad-sec⁻¹] : 역기전력상수
\$Ra = 3.2\$ [Ω] : 전기자저항

이상의 값을 전동기 전달함수 (2)식에 대입하면

$$G_p(s) = \frac{17}{3.8 * 10^{-3}s^2 + 1.4144s + 1.02}$$

로 되고 제로오더 홀드를 포함한 이산계통의 전달함수 \$G_h(z)\$ 는

$$Gh(z) = Gho Gp(z) = (1 - z^{-1}) \sum [Gp(s)/s]$$

$$= \frac{z-1}{z} \sum \left[\frac{4473.68}{s(s+371.5)(s+0.723)} \right]$$

$$= \frac{Az+B}{(z+C)(z+D)} \quad (3)$$

으로되며 여기서 계수 A, B, C, D는 다음과 같다.

$$A = 0.033e^{-371.5T} - 16.699e^{-0.723T} + 16.667$$

$$B = 16.667e^{-372.2T} + 0.033e^{-0.0723T} - 371.5T$$

$$C = -e^{-371.5T}$$

$$D = -e^{-0.723T}$$

(3)식의 전달함수를 (1)식에 대입하여 전체 계통의 z변환 전달함수를 구하면

$$\left(\frac{Gc(z)^*}{Gho^*} \right) \frac{Gp(z)}{Gp(z)} = \frac{(K_I T^2 + 2K_P T + 2K_D)z^2 + (K_I T^2 - 2K_P T - 4K_D)z + 2K_D}{2Tz(z-1)}$$

$$* \frac{Az+B}{(z+C)(z+D)} \quad (4)$$

한편, 샘플링 시간 T를 10ms로 잡으면 (4)식은

$$\left(\frac{Gc(z)^*}{Gho^*} \right) \frac{Gp(z)}{Gp(z)} = \frac{(K_I T^2 + 2K_P T + 2K_D)z^2 + (K_I T^2 - 2K_P T - 4K_D)z + 2K_D}{2Tz(z-1)}$$

$$* \frac{(7.07 \times 10^{-3})z + (5.55 \times 10^{-3})}{(z-0.476)(z-0.998)} \quad (5)$$

이다. 여기서 Kp, Ki, Kd의 미지의 3개 관계계수를 결정하기 위해 경사성오차상수 Kv를 6으로 두고 비례적분의 두개의 영점이 제어대상의 두개의 극점을 상쇄시키도록 하면 미지의 계수를 결정하기 위한 3개의 선형 독립인 방정식을 얻는다.

이들 3개의 방정식으로 부터 다음 (6)식을 얻는다.

$$Kp = 0.498 \quad Ki = 0.36 \quad Kd = 0.46 \times 10^{-3} \approx 0 \quad (6)$$

이 값을 (1)식에 대입하면 Gc(z)는

$$Gc(z) = \frac{0.50z^2 - 0.49z}{z(z-1)} = \frac{0.50 - 0.49z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{U(z)}{B(z)} \quad (7)$$

따라서 이 식으로 부터 다음의 제어입력식을 얻는다.

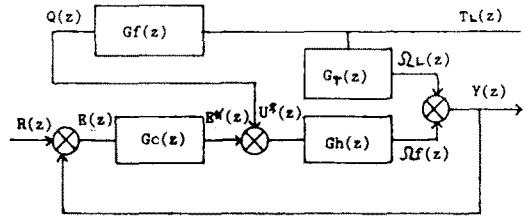
$$U(KT) = U[(K-1)T] + 0.5B(KT) - 0.49B[(K-1)T] \quad (8)$$

2.2. 피이드 포워드(Feedforward)제어기의 설계

2.2.1. 피이드 포워드 이득의 유도

피이드 포워드 제어기는 측정가능한 외란에 대하여 외란을 부가적인 입력으로 하여 외란을 보상하는 형태로 다른 제어기와 결합하여 주로 사용되는데 외란이 일정한 크기를 가질 경우에는 보상효과가 뛰어나다. 따라서 직류전동기의 속도제어에 있어서 부하변화시 변화한 부하의 크기를 측정할 수 있다면 부하변화를 일정한 크기를 갖는 외란으로 고려하여 PID제어기와 피이드 포워드 제어기를 결합한 새로운 직접 디지털 제어기를 설계할 수 있다.

즉, PID 특성을 갖는 기존의 제어기에 부하만을 처리하는 피이드 포워드 제어기를 결합한 새로운 제어기를 (그림 2)와 같이 구성할 수 있다.



(그림 2) Control System with Feedforward Controller

(그림 2)의 아날로그 제어계통에서 피이드 포워드 이득 Gf(s)는 다음과 같이 구해진다.

부하에 의한 출력의 변화분을 $\Omega_L(s)$ 라 하면 부하로오트 $T_L(s)$ 의 출력 각속도 $\Omega_L(s)$ 의 관계에서 $\Omega_L(s)$ 는

$$\Omega_L(s) = G_T(s) T_L(s) \quad (9)$$

여기서 $G_T(s)$ 는

$$G_T(s) = \frac{-(Ra + Ls)}{JLas^2 + (JRa + BLs)s + K_r K_b + BRa} \quad (10)$$

이다. (9)식의 $\Omega_L(s)$ 를 보상하기 위해 부하를 부가적인 입력으로 하여 계통에 가렸을때 생겨나는 출력의 보상분을 $\Omega_f(s)$ 라 하면 (그림 2)에서 (11)식으로 된다.

$$\Omega_f(s) = Gf(s) Gh(s) T_L(s) \quad (11)$$

(9)식과 (11)식으로 부터 (12)식과 (13)식과 같은 이산치 계통의 식을 얻는다.

$$\Omega_L(z) = \sum [T_L(s) G_T(s)] = T_T G_T(z) \quad (12)$$

$$\Omega_f(z) = Gf(z) Gh(z) T_L(z) \quad (13)$$

(12)식과 (13)식에서 (14)식의 조건을 만족하는 이득 Gf는 (15)식으로 된다.

$$\Omega_L(z) - \Omega_f(z) = 0 \quad (14)$$

$$Gf(z) = T_L G_T(z) / Gh(z) T_L(z) \quad (15)$$

또한 (그림 2)에서 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$U^*(z) = U(z) + Q(z) \quad (16)$$

$$Q(z) = T_L(z) Gf(z) \quad (17)$$

$$U^*(z) = U(z) + T_L(z) Gf(z) \quad (18)$$

(18)식에서

$$U^*(z) = U(z) + U_f(z) \quad (19)$$

여기서 $U(z)$ 는 무부하시의 제어 입력이고 $U_f(z)$ 는 부하에 의한 부가적 입력으로 각각 (20)식과 (21)식과 같다.

$$U(z) = E(z) Gc(z) \quad (20)$$

$$U_f(z) = T_L(z) Gf(z) \quad (21)$$

2.2.2. 직류전동기에의 적용

새로 구성된 제어기를 직류전동기에 적용하기 위해서 부하 토오크를 계단함수로 표현되는 일정한 외란으로 가정하면 부하 토오크 T_L 은 (22)식으로 된다.

$$T_L(z) = z / (z - 1) \quad (22)$$

부하와 전동기 속도 사이의 전달함수 $G_T(s)$ 에 각 전동기의 물리 상수값을 대입하면 $G_T(s)$ 는 (23)식으로 된다.

$$G_T(s) = \frac{8.6 \times 10^{-3} s + 3.2}{3.8 \times 10^{-6} s^2 + 1.414 \times 10^{-3} s + 1.02 \times 10^{-3}} \quad (23)$$

(23)식에서 $\Omega_L(z)$ 를 구하면 $\Omega_L(z)$ 는

$$\begin{aligned} \Omega_L(z) &= T_L G_T(z) \quad (24) \\ &= \mathcal{Z} \left[\frac{2263.16(s + 372.09)}{s(s+371.5)(s+0.723)} \right] = \frac{112.89z + 0.012}{(z-1)(z-e^{-0.723T})} \end{aligned}$$

또한 $\Omega_L(z)$ 는

$$\begin{aligned} \Omega_L(z) &= G_f(z) G_h(z) T_L(z) \quad (25) \\ &= G_f(z) \frac{88.51 \times 10^{-3} z + 28.55 \times 10^{-3}}{(z - e^{-371.5T})(z - e^{-0.723T})} * \frac{z}{(z-1)} \end{aligned}$$

따라서 $G_f(z)$ 는 (26)식으로 된다.

$$G_f(z) = \frac{255z - 6.1}{z + 0.32} \quad (26)$$

(26)식을 (17)식에 대입하면 $Q(z)$ 는

$$Q(z) = T_L(z) \frac{255z - 6.1}{z + 0.32} \quad (27)$$

으로되며 다음 식을 얻는다.

$$Q(KT) = -0.32Q[(K-1) T] + 255T \frac{(K-1) T}{(K-1) T} - 6.1T \frac{(K-1) T}{(K-1) T} \quad (28)$$

따라서 (9)식에서 계통에 가해지는 전압력 $U^*(z)$ 는 (8)식과 (28)식을 합한 식이 된다.

2.2.3. 직류전동기의 부하 토오크 측정

직류전동기 운전시 발생하는 부하 토오크의 크기를 측정할 수 있다면 피이드 포워드 기법에서 언급한 제어기를 이용하여 그 특성을 개선할 수 있다. 여기에서는 각속도 w 만을 이용하여 구하는 방법을 기술하고자 한다. 전동기 축에서 발생하는 부하토오크 T_L 은 (29)식으로 쓸 수 있다.

$$T_L(t) = Kt I_a(t) - Bw(t) - J dw(t) / dt \quad (29)$$

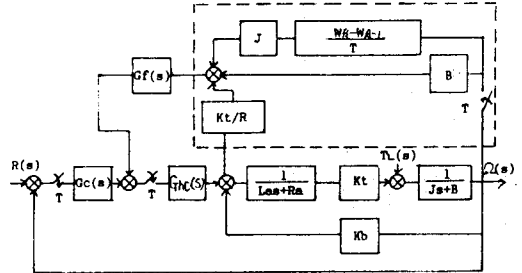
(29)식에서 각속도의 미분항을 (30)식과 같이 근사화시키면 이산치계통에서의 부하 토오크 T_L 을 쉽게 구할 수 있다.

$$J \frac{dw(t)}{dt} = J \frac{(w_k - w_{k-1})}{T} \quad (30)$$

여기서 T 은 시간이다. 또한 $I_a(t)$ 는 (31)식으로 쓸 수 있다.

$$I_a(t) = \frac{Ba(t) - Kb w(t)}{Ra} \quad (31)$$

(29), (30), (31)식으로 부터 부하 토오크를 근사화시킨 전체 제어계를 (그림 3)과 같이 나타낼 수 있다.



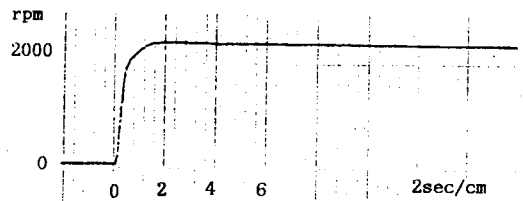
(그림 3) Control System with Approximated Load Torque

2.3. 실험 및 결과

실험에 사용한 직류전동기의 최대속도는 5000rpm 이나 본 실험에서는 2000rpm을 기준으로 해서 실험하였다.

2.3.1. 과도응답특성 실험

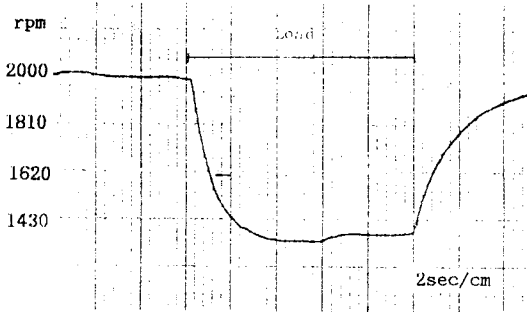
실험결과 샘플링 시간이 짧을 수록 상승시간 및 정속도 시간이 빨라지며 경사성 오차상수 K_v 를 크게 할수록 상승시간은 빨라지나 오버슈트가 생겨 정속도 시간이 늦어짐을 알 수 있었다. 실험에서 샘플링 시간이 10m/s, 경사성 오차상수 $K_v = 6$ 일때가 응답특성이 가장 좋음을 알 수 있었고 이에 대한 그림이 (그림 4)에 나타나 있다.



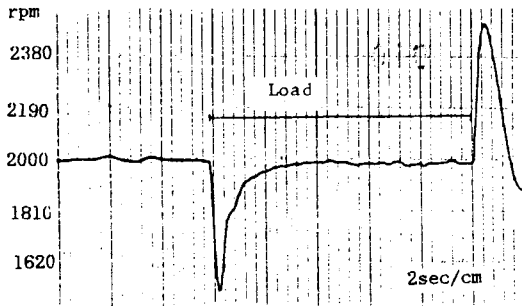
(그림 4) $T = 10m/s$ $K_v = 6$

2.4.2. 부하복성 실험

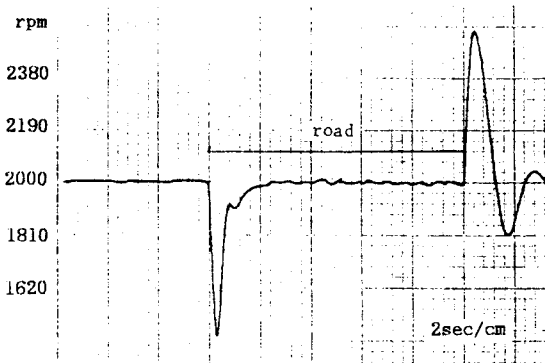
전동기에 부하를 가했을 때 개루우프시 응답은 (그림 5)과 같다. 이와 동등한 부하를 가했을 때 PID제어기 응답이 (그림 6)에 나타나 있고 PID 제어기와 피이드포워드제어기를 결합한 새로운 제어기에 대한 응답이 (그림 7)에 나타나 있다. 그림에서 보는 바와 같이 PID제어기와 피이드 포워드 제어기를 결합하면 부하변동에 대해서도 잘 적응함을 알 수가 있다.



(그림 5) Response Curve of Open Loop



(그림 6) Response Curve of PID Control



(그림 7) Response Curve of PID Control with Feedforward

그러나 부하를 측정하는 알고리즘의 연산시간에 의해 샘플링 시간이 길어짐으로써 무부하시에 가장 빠른 정속도시간을 갖는 PID제어기 응답을 선택하지 못하고 부하 알고리즘의 연산시간을 고려한 PID제어기 응답을 선택해야 했다. 따라서 경제적 가치를 고려하여 연산속도가 빠른 프로세서 사용과 소프트웨어의 간략화가 이루어진다면 부하측정에 따른 샘플링 시간을 줄임으로써 더 만족할 만한 응답을 얻어지리라 여겨지며 본 논문의 연구는 부하가 존재하는 곳에서 정밀한 속도제어를 요구하는 산업분야에서 광범위 하게 응용되리라 사료 된다.

4. 참고 문헌

- 1) Rolf Isermann, "Digital Control System", 1981
- 2) P.Katz, "Digital Control using Microprocessors", Prentice-Hall, Inc. 1981.
- 3) Takeshi Tsuchiya, "Improved Direct Digital Control Algorithm for Microprocessor Implementation", IEEB. Trans. on AC. Vol.27, No.2, April 1982.
- 4) B.C. Kuo, "Digital Control Systems", Holt, Rinehart and Winston, Inc. , 1981.

3. 결 론

본 논문에서는 직류전동기의 속도 제어에 있어서 전동기에 가해지는 부하를 근사화 방법으로 측정함으로써 측정가능한 부하일때 쓰이는 피드 포워드 제어기를 PID제어기에 결합한 새로운 제어기를 설계 하였다.

Z-80 마이크로프로세서와 주변장치를 이용하여 실험한 결과 부하가 존재하는 곳에서 정밀한 속도제어를 할 수 있음을 확인 하였다.