

로봇 매니플레이터를 위한 강인한
제어기 설계에 관한 연구

박 경 희^{*}, 홍 석 고
아주대학교 제어공학과

A STUDY OF ROBUST CONTROLLER FOR ROBOT MANIPULATOR

Kyoung Hee Park , Suk kyo Hong
Dept. of C.E. , Ajou University

ABSTRACT

In this paper we investigate the application to the motion control of n-link robotic manipulators of recently developed stable factorization approach to tracking and disturbance rejection. Given control scheme consists of an approximate "Computed Torque" based upon a simplified model together with additional state feedback and feedforward compensation, and then, nonlinear control gain has more useful than constant control gain to guarantee robustness to parameter uncertainty and external disturbance. At this stage, we design high gain nonlinear state feedback controller and simulate this controller at the SCARA type robot manipulator of two joint.

1. 서론

로봇 매니플레이터를 정해진 경로를 따라 운동하도록 제어하기 위해서는 매순간마다 측정된 관절변수의 값을 사용하여 필요하다. 그러나 로봇 매니플레이터는 각 관절의 동특성 변수가 링크 상호간에 결합되고 부하에 따라 파라메타도 변하는 비선형 시스템이다. 이와같은 비선형 시스템의 제어를 위하여 토오크 계산 제어[1]-[4], 가변구조 제어[5]-[6], 적응 제어[7]-[8], 비선형 되먹임 제어[9]-[10] 등의 방법이 제시되었고 현재도 계속 연구가 진행되고 있다.

그중 토오크 계산제어 (Computed Torque Method) 는 가장 처음 제시된 방법중의 하나로 선형 되먹임과 피드포워드(feedforward) 를 이용한 비선형성의 제어에 기초를 두고있다. 이때 비선형성을 완전 상쇄시켜 모델을 선형화하기 위해서는 매니플레이터의 동특성과 부하에 대한 정확한 정보가 요구되고 계산시간도 오래 걸리는 단점이 있다. 최근 이러한 문제점들 즉 모델의 불확정성과 계산과정의 복잡성을 개선한 알고리즘들이

많이 연구되고 있다.[11-13] 본 논문에서는 토오크 계산제어에서 되먹임 이득 성분을 사용하여 비선형 상태 궤환제어를 설계 하였다.[9,14] 그리고 개발된 알고리즘의 타당성을 두개의 관절을 갖는 스카라형(scara type) 로봇의 시뮬레이션을 통하여 확인하고자 한다.

2. 토오크 계산 제어 (Computed Torque Method)

n개의 관절을 갖는 로봇 매니플레이터의 동특성은 다음과 같은 비선형 결합 미분방정식으로 표현된다.

$$u(t) = D(q) \ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) \quad (1)$$

여기서 $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ 은 각각 관절 위치, 속도 및 가속도 벡터이고 $U(t) \in \mathbb{R}^n$ 은 각관절에 가하여지는 관절 토오 벡터이다. 또 $D(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 은 대칭 관성행렬 이고 $H(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ 은 원심력 및 Coriolis의 힘 벡터 그리고 $G(q) \in \mathbb{R}^n$ 은 중력벡터이다.

토오크 계산제어는 feedforward 제어로서, feedback 요소와 feedforward 요소를 조합한다. 식(1)에서 매니플레이터의 관절 각각에 작용하는 토오크는 비선형 외란으로 생각할 수 있는데 feedforward 요소는 이러한 상대적 작용의 토오크를 보정하여 준다. 또 feedback 요소는 원하는 궤적으로 부터의 이탈을 보상하기 위한 보정된 토오크 계산에 사용된다.

로봇의 각 관절의 전동기 토오크 입력은 그림 1 과 같이 제어를 구성하면

$$u(t) = D_a(q) \{ \ddot{q}^d + k_v(\dot{q}^d - \dot{q}) + k_p(q^d - q) \} + H_a(q, \dot{q}) + G_a(q) \quad (2)$$

이 된다. 여기서 $q^d, \dot{q}^d, \ddot{q}^d$ 는 원하는 위치, 속도, 가속도 벡터 K_p, K_v 는 $R^{n \times n}$ 속도 및 위치 feedback 이득행렬 n 은 로봇트의 자유도의 수이다.

이 식에 식(1)에 대입하고, $D_a=D, H_a=H, G_a=G$ 라하면 오차의 식은

$$D(q) [\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e] = 0 \quad (3)$$

와 같이 된다.

여기서 $e=q^d-q, \dot{e}=\dot{q}^d-\dot{q}, \ddot{e}=\ddot{q}^d-\ddot{q}$ 이다. D 는 nonsingular matrix 이므로 K_p, K_v 를 적절히 선택하면 t 가 ∞ 로 갈 때 따라 오차가 0으로 접근함을 알수있다.

이와같은 방법을 토오르 계산 제어 라고한다. 이 방법은 D, H, G 를 정확히 알아야하고 부하에 따라 변하므로 정확한 계산이 불가능 하고 계산시간도 상당히 오래 걸린다.

3. 강인한 제어기

토오르 계산 제어에서 각 관절 전동기 토오르 입력 $U(t)$ 를 계산하는데 사용되는 D, H, G 를 완전히 알 수 없으므로 임의의 $\hat{D}, \hat{H}, \hat{G}$ 를 사용한 제어입력

$$u(t) = \hat{D}(q) [\ddot{q}^d + k_v(\dot{q}^d - \dot{q}) + k_p(q^d - q)] + \hat{H}(q, \dot{q}) + \hat{G}(q) \\ = \hat{D}(q) [\ddot{q}^d + k_v(\dot{q}^d - \dot{q}) + k_p(q^d - q)] + \hat{H}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) \dots \hat{H}(q, \dot{q}) = \hat{F}(q, \dot{q}) \quad (4)$$

를 사용한 경우를 생각 해보자.

그러면 오차방정식은 (4)식을 (1)식에 넣고 정리하면

$$\ddot{e}(t) + C(q, \dot{q}, t)e(t) + A(q, \dot{q}, t)\dot{e}(t) + W(t) = 0$$

$$C(\cdot) = D^{-1}(\cdot) [\hat{D}k_p(\cdot)] \quad (5)$$

$$A(\cdot) = D^{-1}(\cdot) [\hat{D}k_v(\cdot) + \Delta F(\cdot)]$$

$$\Delta F(\cdot) = F(\cdot) - \hat{F}(\cdot)$$

$$W(\cdot) = D^{-1} [G(\cdot) + D u_r(\cdot) - \hat{J}(\cdot)\dot{\theta} + \Delta F(\cdot)\dot{q}^d(\cdot)]$$

$$(u_r(\cdot) = \ddot{q}^d, \hat{J}(\cdot) = \hat{D}u_r + \hat{G})$$

과 같이 된다. 여기서 추종오차 방정식을

$$\dot{e} = -L e + \eta \quad (6)$$

와 같이 놓고 식(6)을 (5)에 대입해서 정리하면 L 과 η 에 대해서 두방정식

$$-L + L^2 + L - AL = 0 \quad (7)$$

$$\dot{\eta} + W - L\eta + A\eta = 0 \quad (8)$$

를 얻는다. 이 두 식에서 D, H, G 가

가정 1 $\hat{D}, \hat{H}, \hat{G}$ 가 실수 행렬이고, q 및 \dot{q} 에 대해 연속, t 에 대해 uniformly bounded.

가정 2 $k_p(q, \dot{q}, t) = \mu k_v(q, \dot{q}, t)$, $\mu > 0$ k_v 는 양의 실수.

가정 3 D 는 대칭 positive definite 이고

$$| \hat{D}^{-1}(q, \dot{q}, t) | < 1/\sigma$$

가정 4 $\frac{\partial \hat{D}}{\partial \dot{q}} = 0$, 이고 \hat{D} 는 q 에 대해 연속이고 미분가능.

를 만족하면 임의의 상수 k 는 (7)식에서 L 값을 유도 하는 과정에서

$$k = \frac{\mu}{\mu - \gamma} | \hat{D}^{-0.5} \frac{\partial \hat{D}}{\partial \dot{q}} \hat{D}^{-0.5} | [(\frac{\hat{D}}{\delta})^{0.5} ((n+1) | \Delta F | | D^{-1} | + (n+1)\mu) + K | \hat{D} |^{0.5} | W | + 0.5 | \hat{D} | | \hat{D}^{-1} | + 2\mu] \quad (9)$$

와 같이 얻을수 가 있다. 이때 $k_v = \alpha k$, ($\alpha > 1$)로 놓으면 L 과 는

$$|L(t)| < (\frac{\alpha+1}{\alpha}) \mu - \frac{\gamma}{\alpha} < 2\mu \quad (10)$$

$$|\eta| < \frac{1}{\sigma} \max(| \hat{D}(0) |^{0.5} | \hat{e}(0) + \mu e(0) | e^{-2\alpha \mu t}, \frac{1}{K\alpha}) \quad (11)$$

가 된다. 이 결과를 종합하면 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

(13)

$$K > 0 \quad \beta(q, \dot{q}, t) = \lambda_{\min}(B^T + B)/2$$

● 정리 1

가정 1-4 를 만족하면 $k(q, \dot{q}, t) > 0$ 가 존재하고 이는 $kv(q, \dot{q}, t) > \alpha k(q, \dot{q}, t)$ 를 만족하면 모든 kv 에 대해서

1) $e(t), \dot{e}(t)$ 는 uniformly bounded 된다.

2) 오차식은

$$\dot{e} = -L_{\alpha}e + \eta_{\alpha} \quad (12)$$

$$L \xrightarrow{\alpha \rightarrow \infty} \mu I$$

$$0 > \eta \xrightarrow{\alpha \rightarrow \infty} 0 \text{ 즉 uniformly bounded bounded on } [0, T]$$

이 된다. [9]

이 정리의 첫번째 결과는 A1 A2 A4 를 만족하는 $\hat{D} \hat{H} \hat{G}$ 를 선택하면, 양의실수 함수 $k(q, \dot{q}, t)$ 가 존재하고 $kv > k$ 이면 e 와 \dot{e} 는 uniformly bounded 된다. 두번째 결과는 e 가 지수함수 적으로 0 근처로 수렴하고 충분히 큰 kv 가 선택 되었을때 즉 $\alpha \rightarrow \infty$ 에 대해

$$\dot{e} = -\mu e$$

가 됨을 알수있다.

또 만약 가정4 대신 가정 5

● 가정5 a) $B(q, \dot{q}, t) = D(q, \dot{q}, t)^{-1} \hat{D}(q, \dot{q}, t)$ 가 positive definite 이고

b) $B(q, \dot{q}, t)$ 가 nonsingular matrix 이고

$$0 < \delta < \lambda_{\min}((B^T+B)/2)$$

를 만족하면 다음과 같은 보조정리 1 을 얻을 수 있다

● 보조정리 1

가정 A1, A2, A3, A5 를 만족하면

가능한 함수 $k(q, \dot{q}, t)$ 는

$$k = \frac{1}{\beta} ((n+1) \|\Delta F\| \|D^{-1}\| + K|W| + (n+3)\mu)$$

여기서 B 가 양의 값을 가지기 위해서는

$$|\Delta D(q, \dot{q}, t)| < \lambda_{\min} D(q, \dot{q}, t), \quad \Delta D = D - \hat{D}$$

를 만족 해야되고 모델과 시스템이 일치하면 $k = (n+3)\mu$ 가 된다.

위의 정리에서 k값은 실제로봇의 값 D H(F) G와 $\hat{D} \hat{H}(\hat{F}) \hat{G}$ 사이의 차이에 의해서 결정되며 두값 사이의 차이가 적어지면 k 값도 적어지고 크면 k 값도 커진다.

이런 k의 값으로

$$k(q, \dot{q}, t) = k_0 (1 + k_1 |\dot{q}|) \quad (14)$$

와 같이 잡고, $kv > k$ 인 값으로

$$k_v(q, \dot{q}, t) = k_0 (1 + k_{v1} |\dot{q}|) (1 + k_{v2} |e|) \quad (15)$$

와 같이 잡으면 정리1을 만족한다. 이와같은 이득을 비선형 이득이라 한다.

4. 시뮬레이션 및 결과고찰

1) 시뮬레이션

시뮬레이션은 kv 값을 일정이득과 위에서 구한 비선형 이득으로 나누어서 시뮬레이션 해보았다. 원하는 궤적은 각각의 관절이 0-2초 까지 209° 이동하는 두 가지 동작으로 그림3과 같다. 그림2와 같은 스카라형 매니플레이터에 대하여 그림4는 동작1에 대해서 μ 와 kv 를 각각 변화 시켰을때의 결과이다. 그림5는 무부하시 동작1의 경우 일정이득에 대한 결과이고 그림6은 비선형 이득의 결과이다. 그림7과 8은 동작2의 경우 0.5kg 부하시 일정이득과 비선형 이득에 대한 시뮬레이션 결과 이다.

2) 결과 고찰

추종 오차는 되먹임이득(kp, kv)이 클수록 작아지고 μ 값은 이 오차의 감소하는 비율을 결정한다. 실제로는 토오르크의 계산이 불연속적 이므로 샘플링 주기에 의해서 kv 와 μ 값의 최대값이 $2/h$ (h. 샘플링 주기)로 되기 때문에 [9] 일정이득에서 오차와 토오르크가 진동 하거나 발산하는 결과를 남게된다. 비선형이득에서 이러한 문제점을 줄일수 있었고 또 부하에 대해서도 일정이득에 비해 상당히 안정한 결과를 볼수 있었다.

5. 결론

본 논문에서는 로봇 매니퓰레이터의 부정확한 모델링 또는 부하의 변동에 대해서 강인한 제어기의 구성을 위한 방법을 제시하였다. 토오르크 계산제어를 기본으로 하여 정확한 로봇의 모델을 알 수 없는 경우 모델링 오차를 최소로 모델링 하는 것과 PD 제어기의 이득 행렬을 구하는 방법을 제시 하였다.

이때 되먹임 이득이 큰 값의 일정이득과 비선형 이득에 대해서 시물레이션해 보았다. 되먹임 이득이 클수록 궤적오차는 작지만 진동이 심화되는것을 볼 수 있었다. 따라서 이러한 문제점을 해결하기 위해서 궤적 오차가 큰영역에서는 이득이 크고 이 오차가 일정영역 아래에서는 반대로 이득이 작은 비선형 이득을 구하여 사용하였고 시물레이션 에서 만족 할만한 결과를 얻었다.

현재 실제 μP 를 사용하여 이 알고리즘을 실행하는 실험중에 있으며 이것이 완성되면 로봇의 on-line 제어가 가능해질수 있을 것이다.

6. 참고문헌

[1] K.S.Fu, R.C.Gonzalez, C.S.G.Lee, "Robotics", McGraw-Hill 1987

[2] M.Moya, H.Seraji, "Robot Control Systems : A Survey", J. of Robotics, p 329-351, 1987

[3] Chae.H.An, C.G.Atkeson, J.M.Hollerbach, "Experimental Evaluation of Feedforward and Computed Torque Control", IEEE conf. on Robotics and Auto., p165-168, 1987

[4] M.Vukobratovic, D.Stokic, N.Kircanski, "Scientific Fundamentals of Robotics. vol 5", Springer-Verlay Berlin.Heidelberg, p66-71, 1985

[5] Slotine.J.J, and S.S.Sastry, "Tracking Control of nonlinear systems using sliding surfaces,with application to robot manipulators", Int J.Control, 38(2), p465-492, 1983

[6] K-K.D.Young, "A Variable Structure Model Following Control Design for Robotics application", IEEE J.Robotics and Auto.vol 4, p556-561, Oct., 1988

[7] R.Horowitz, M.Tomizuka, "An adaptive Control Scheme for Mechanical Manipulators Compensation of Nonlinearity and Decoupling Control", J. of Dynamic System.Meas.and Cont., vol 108, June, 1986

[8] K.Y.Lim, M.Eslami, "Robust Adaptive Controller Design for Robot Manipulator Systems", IEEE conf. on Robotics and Auto., p1209-1215, 1986

[9] C.Samsom, "Robust Control of Class of Nonlinear Systems and Applications to Robotics", Int. Journal of Adap. Contr. and Sign. proc., p 49-68, 1987

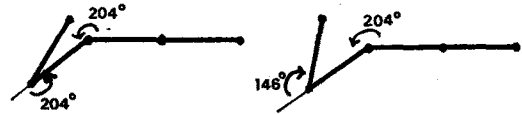
[10] Gibert,E.J and I.J.Ha, "An approach to nonlinear feedback control with applications to Robotics", proc.22nd IEEE Conf.on Design and Control,San Antonio, Tx, p335-341,1983

[11] Slotine.J.J., "Robust Control of Robot Manipulators", to appear, Int.J.Robotics Res., V.4 No.2, 1985

[12] Spong M.W.,Thorp J.S.,and Kleinwakes J.W., "The Control of Robot Manipulator with Bounded Control Part II : Robustness and Disturbance Rejection", Proc. 23nd IEEE CDC,Las Vegas,NV,

Dec. 1984.

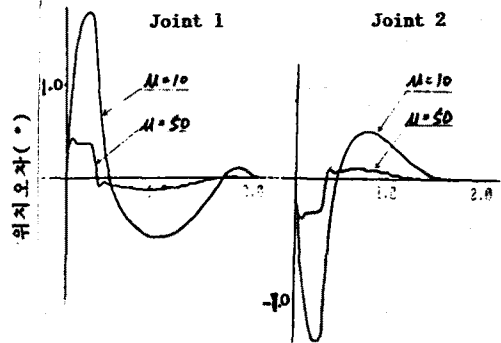
- [13] Ha In Joong, Gibert B.G., "Robust Tracking in Nonlinear Systems and Its Application to Robotics", The University of Michigan, preprint 1985.
- [14] C.samson, "Une Approch pour la synthese et L'analyse la Commande Robots Manipulateus Rigidés", Rapports de Recherche, INRIA-RENNES, mai. 1987
- [15] Young, K.D., P.V.Kokotovic and V.I.Utkin, "A Singular Perturbation Analysis of High-Gain Feedback System", IEEE Trans. Automatic Control, AC-22, p 931-938, 1977
- [16] Leitmann, G., "Guaranteed asymptotic stability for some linear systems with bounded uncertainties", ASME J. Dyn. Syst., Meas. Control, 101, p 212-216, 1979
- [17] Bremer, H. and A. Truckenbrodt, "Robust Control for Industrial robots", Proc. Fifth CISM-IFTOMM SYmp. on Theory and Praticce of Robots and Manipulators, p 155-163, 1984



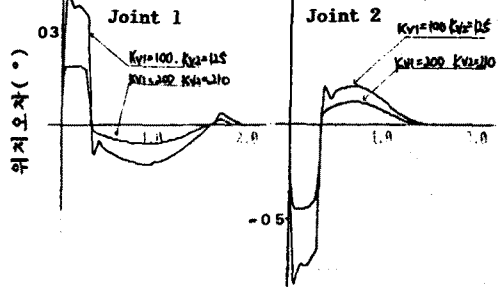
a) 동작 1

b) 동작 2

그림3 시험 동작



b) $kv_1=200$ $kv_2=210$, μ 의 변화에 따른 위치오차 변화



a) $\mu=50$, kv 변화에 따른 위치오차 변화

그림4 μ 와 kv 에 따른 위치오차의 변화

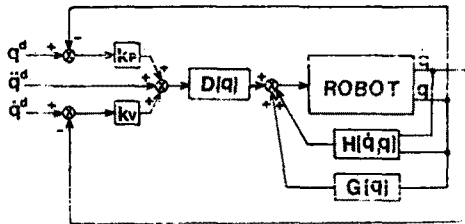


그림1 토크 계산 제어기

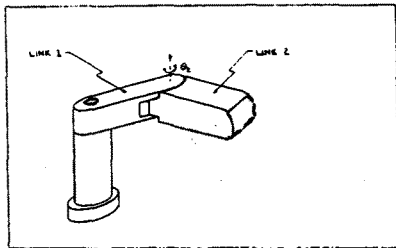
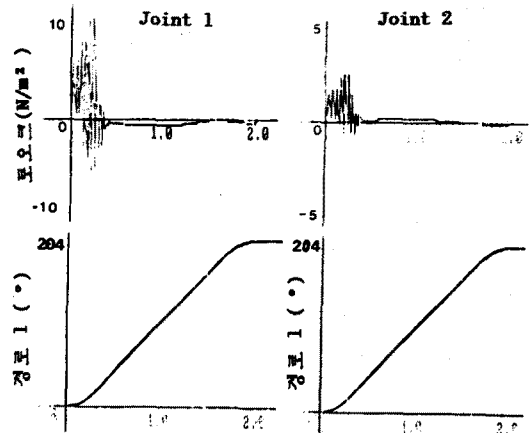


그림2 스카라형(SCARA type) 로봇



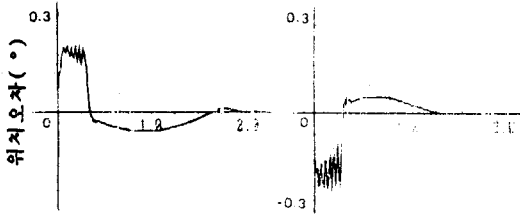


그림5 부부하시 동작1의 경우 일정이득 (kv1=200, kv2=210) 에 대한 결과

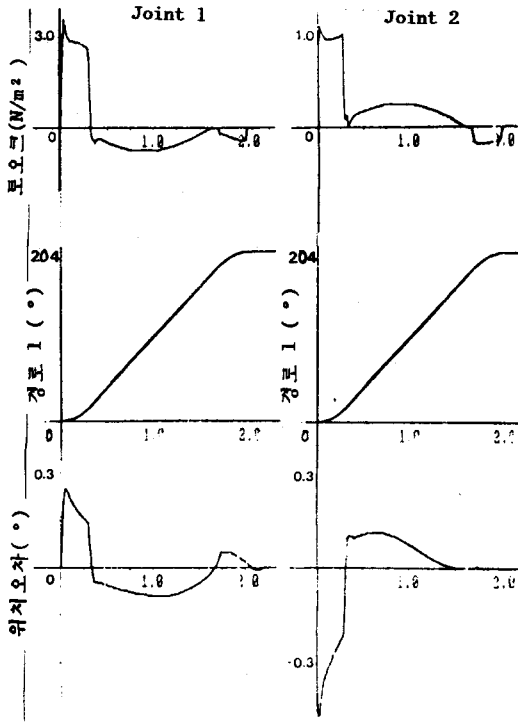


그림6 부부하시 동작1의 경우 비선형이득에 대한 결과

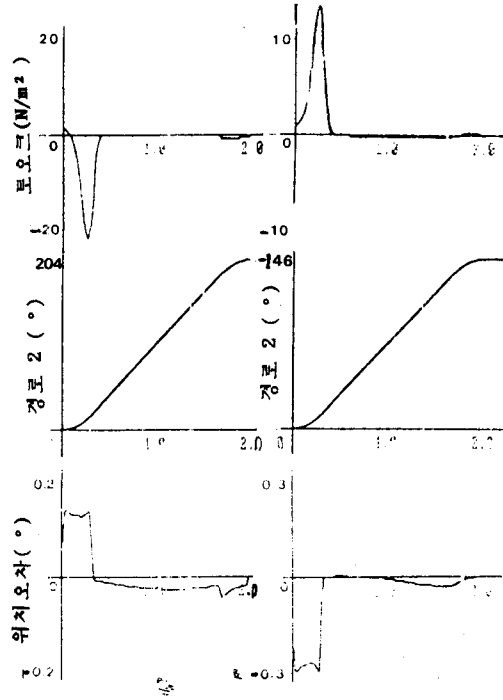


그림7 0.5kg 부하시 동작2의 경우 일정이득에 대한 결과

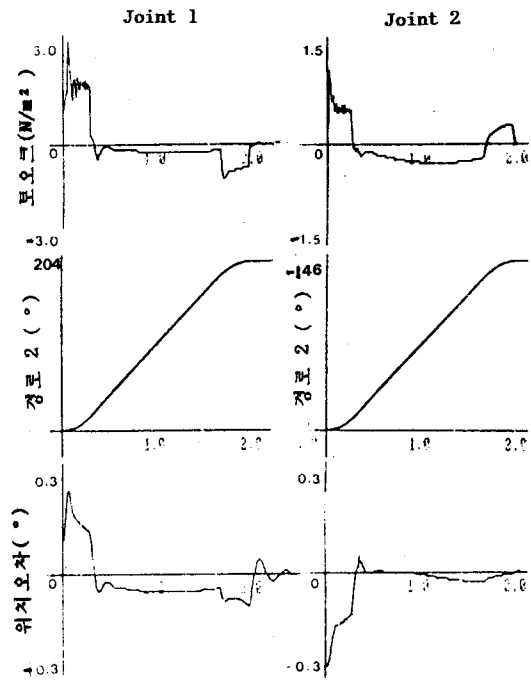


그림8 0.5kg 부하시 동작2의 경우 비선형이득에 대한 결과