지수 함수적 가중 특성의 적응 관측기를 이용한 간접 극배치 적응 제어기

o
김 종환*, 박 동조*, 전 정열*
*한국 과학 기술원 전기 및 전자 공학과

An Indirect Adaptive Pole placement Controller Using a Discrete AdaptiveObserver with Exponenrial Data weighting

Jong-Hwan Kim, Dong-Jo Park, Jeong-Yeol Jeon
Deft. Electrical Engineering of KAIST

Abstract

A general scheme for a discrete adaptive observer having exponetial weighting properties is presented for a single-input single-output linear system. In this scheme, all the past measurement data are weighted esponetially both with the weighting factor and the stable matrix F. This observer is then implemented in the design of an indirect adaptive pole placement contoller. To increase nemerical stability in getting the controller parameter, a recusive algorithm is introduced. It is shown that the overall control scheme is globally stable with the persistent excition

I. 서론

가관측인 미지의 선형 시스템을 시스템 identification 을 통하여 재구성하는 적응관측기의 개념은 Caroll 과 Lindoff[1]에 의해서 처음 소개되었다. 그 후 이 문제는 많은 관심속에 고찰 되었다. Kreisselmeier[2]는 연속시간 시스템에서 지수함수적으로 적응 수렴하는 매개변수화된 적응 관측기를 제시하였고, Suzuki et al[3]은 Kreisselmeier의 기법에 근거하여 이산시간 시스템에서의 적응 관측기를 제시하였으며, 많은 사람들이 이 관측기의 응용을 연구해 왔다.

이런 연구의 공통점은 적응 관측기의 설계에 상태 변수 필터를 이용한다는 점이다. 상태 변수 필터는 적응 관측기의 수렴특성에 큰 영향을 미친다. 최근에 Hong et al[4]은 지수함수적으로 적응 관측기가 가중되는 특성을 갖도록 하는 상태 변수 필터 선정법을 제시하였다. 이 관측기에서는 모든 과거에 측정된 데이터에 대하여 지수함수적으로 가중되게하는 안정된 행렬 F와 λ가 선정되었다. 이 지수함수적으로 가중하는 방법은 주파수 영역에서 Kim et al[5,6]에 의해 기준 모델 직접 적응 극배치 제어기 설계에 응용되었다.

이 논문에서는 지수함수적으로 가중되는 성질을 갖는 이산시간 적응 관측기를 제시하였다. 특히 이 방법에서는 지수함수적으로 가중되게 하는 안정행렬인 상태 변수 필터 F의 일반적인 조건을 제시하였다. 또한 이 적응 관측기는 적분 특성을 갖는 간접 극배치 적응 제어기에 적용되었다. 간접 적응 제어기의 경우 매 샘플링 주기마다 제어기 매개변수를 구하기위해 극배치 방정식의 온-라인 해가 필요하다. 이는 수치적 불안정성의 원인이 된다. 수치적인 안정성을 증가시키기 위해서 Mo와 Bayoumi[7]의 기법을 사용하여 제어기 매개변수를 구한다. 이 경우 보조 추정기가 매개변수화된 형식으로 구현되고 제어기 매개변수를 구하기 위한 적응 법칙이 순환식으로 주어진다. 제어기 매개변수를 구하는 과정에서 추정된 시스템은 다항식의 공통항에 대해 민감하지 않기 때문에 수치적인 안정성이 증가된다. 따라서 제어 입력및 보조 신호의 주파수 성분이 충분하면 전체적인 안정성 보장된다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. Ⅱ절에서는 과거 데이터에 대해 지수함수적으로 가중되는 특성을 갖는 적응 관측기가 제시되었다. Ⅲ절에는 이 적응 관측기를 이용한 간접 제어기와 이 적응 시스템의 전체적인 안정성이 논의 되었다. Ⅳ절에는 결론을 맺었다.

Ⅱ 지수함수적 가중 적응 관측기

A. 적응 관측기의 구조

다음과 같은 선형 시불변, 가관측, 가제어인 단일 입출력 n차 시스템을 고려하자.

$$x(k+1) = A\,x(k) + bu(k),\ x(0) = x_0 \qquad (1)$$
$$y(k) = c^T x(k)$$

단 A, b, c^T는 다음과 같은 가관측 정준형인 상수행렬이다.

$$A = \left[\begin{array}{c|c} & I_{n-1} \\ a & \\ \hline & 0 \end{array}\right], \quad a = [a_1\ a_2 \cdots a_n] \qquad (2)$$

$$b = [b_1\ b_2 \cdots b_n]^T, \quad c = [1\ 0 \cdots 0\ ]^T,$$

또한 시스템 매개변수 a_i와 b_i ($i=1,2,\cdots,n$)는 미지의 값이고, I_{n-1}은 n-1차의 단위 행렬이다. 알고있는 미리 주어진 안정한 $n \times n$ 행렬이 다음과 같다면

$$F = \left[\begin{array}{c|c} & I_{n-1} \\ f & \\ \hline & 0 \end{array}\right], \quad f = [f_1\ f_2 \cdots f_n] \qquad (3)$$

상태방정식 (1)은 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$x(k+1) = Fx(k) + p_1 y(k) + p_2 u(k),\ x(0)=x_0 \qquad (4)$$
$$y(k) = c^T x(k)$$

단, $p_1 = a - f$, $p_2 = b$ 이다.

Suzuki et al.[3]으로 부터 적응 관측기를 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\hat{x}(k) = S(k)\hat{p}(k) + F^k \hat{x}_0 \qquad (5)$$
$$\hat{y}(k) = \phi(k)^T \hat{p}(k) + c^T F^k \hat{x}_0$$

단,

$$S(k) = [S_1(k)\ ;\ S_2(k)]$$
$$\phi(k) = [\phi_1(k)^T\ ;\ \phi_2(k)^T]^T \qquad (6)$$
$$\hat{p}(k) = [\hat{p}_1(k)^T\ ;\ \hat{p}_2(k)^T]^T$$

이고

$$S_1(k+1) = FS_1(k) + I_n y(k)\ ;\ S_1(0)=0$$
$$S_2(k+1) = FS_2(k) + I_n u(k)\ ;\ S_2(0)=0 \qquad (7)$$
$$\phi_1(k+1) = F^T\phi_1(k) + I_n y(k)\ ;\ \phi_1(0) = 0$$
$$\phi_2(k+1) = F^T\phi_2(k) + I_n u(k)\ ;\ \phi_2(0) = 0 \qquad (8)$$

이다.

이 때 $\hat{x}(k)$는 $x(k)$의 추정치이고, $\hat{y}(k)$는 관측기로 부터 얻은 시스템 출력이며, $\hat{p}(k)$는 매개변수 벡터 p의 추정치이다. 그리고 $\hat{x}_0$는 $\hat{x}(k)$의 초기값이다. 또한 $S_1(k)$와 $S_2(k)$는 $n \times n$ 행렬이고, $\phi_1(k)$와 $\phi_2(k)$는 n-차 벡터이다. 식(8)은 상태 변수 필터를 나타낸다.

본 논문에서 제안하고자 하는 바는 지수함수적 가중 특성을 갖는 적응 관측기의 설계이며. 이를 이용하여 미지의 시스템에 대한 간접 극배치 적응 제어기를 설계하고자 한다.

B. 적응기

이 절에서는 k가 무한히 진행할수록 $\hat{y}(k) \to y(k)$가 되도록 지수함수적 가중 특성을 갖는 최소자승법을 이용하여 매 단계 k 마다 $\hat{p}(k)$를 결정한다.

가중치 λ가 $0 < \lambda < 1$ 인 평가 함수를

$$J(k) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{k}\{\lambda^{k-1}(y(j)-\phi(j)^T\hat{p}(k)-c^TF^j\hat{x}_0)\}^2 \tag{9}$$

로 잡으면 J(k)가 최소가 되는 $\hat{p}(k)$를 다음과 같이 선택할 수가 있다.

$$\sum_{j=1}^{k}\lambda^{k-1}\phi(j)(\lambda^{k-j}z(j)-\lambda^{k-j}\phi(j)^T\hat{p}(k)) = 0 \tag{10}$$

단 $z(j) = y(j) - c^TF^j\hat{x}_0$ 이다.

$2n \times k$ 행렬 $\Phi(\lambda,k)$와 k-차 벡터 $z(\lambda,k)$를 다음과 같이 정의 하면

$$\Phi(\lambda,k)=[\lambda^{K-1}\phi(1), \lambda^{K-2}\phi(2), \cdots, \phi(K)] \tag{11}$$
$$Z(\lambda,k)=[\lambda^{k-1}z(1), \lambda^{k-2}z(2), \cdots, z(k)] \tag{12}$$

식 (10)은

$$\Phi(\lambda,k)\Phi(\lambda,k)^T\hat{p}(k) = \Phi(\lambda,k)Z(\lambda,k) \tag{13}$$

이 된다. 이로 부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\hat{p}(k)=\hat{p}(k-1)+\Gamma(\lambda,k)\phi(k)(z(k)-\phi(k)^T\hat{p}(k-1)) \tag{14}$$
$$\Gamma(\lambda,k)^{-1} = \lambda^2\Gamma(\lambda,k-1)^{-1} + \phi(k)\phi(k)^T \tag{15}$$

단 $\Gamma(\lambda,k) = (\phi(\lambda,k)\phi(\lambda,k))^{-1}$ 이다.

이 알고리즘은 최근의 데이터가 과거의 데이터보다 더 정확한 정보를 가지고 있다고 가정하여 과거의 데이터를 지수함수적으로 제거하게 된다. 즉 (15)식에서 보듯이 최근의 데이터에 더 중점을 두게 된다.

C. 상태 변수 필터의 선택

(3)식의 안정한 행렬 F는 (5)에서 보듯이 상태 벡터의 초기 추정치를 0으로 접근하게끔 이용되었다. 또한 이 행렬은 가중계수 λ와 마찬가지로 행렬 $\Phi(\lambda,k)$의 모든 과거에 측정된 데이터를 지수함수적으로 가중하는데 사용된다. 이 절에서는 과거에 측정된 데이터에 가중계수 λ와 함께 지수함수적으로 가중할 수 있는 안정한 행렬 F를 선택하는 일반적인 방법을 제안 하고자 한다.

(8)식으로 부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\phi_1(k) = \sum_{j=0}^{k-1}(F^T)^{k-1-j}cy(j) \tag{16}$$
$$\phi_2(k) = \sum_{j=0}^{k-1}(F^T)^{k-1-j}cu(j)$$

이 때

$$(F^T)^{k-1}c = \begin{bmatrix} \alpha_{k-1} \\ \alpha_{k-2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_{k-n} \end{bmatrix} \tag{17}$$

와 같이 정의하면

$$(F^T)^{k}c = \begin{bmatrix} \alpha_{k} \\ \alpha_{k-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_{k-n+1} \end{bmatrix} \tag{18}$$

이다. 단, 이때

$$\alpha_k = \sum_{i=1}^{k} f_i\alpha_{k-i} \tag{19}$$

이고, $\alpha_0 = 1$ 이며 $i > n$ 인 영역에서 $f_i = 0$ 이다.
위의 정의로부터 (16)식은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_1(k) = \begin{bmatrix} \alpha_{k-1}y(0) + \alpha_{k-2}y(1) + \cdots + y(k-1) \\ \alpha_{k-2}y(0) + \alpha_{k-3}y(1) + \cdots + y(k-2) \\ \vdots \\ \alpha_{k-n}y(0) + \alpha_{k-n-1}y(1) + \cdots + y(k-n) \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\phi_2(k) = \begin{bmatrix} \alpha_{k-1}u(0) + \alpha_{k-2}u(1) + \cdots + u(k-1) \\ \alpha_{k-2}u(0) + \alpha_{k-3}u(1) + \cdots + u(k-2) \\ \vdots \\ \alpha_{k-n}u(0) + \alpha_{k-n-1}u(1) + \cdots + u(k-n) \end{bmatrix}$$

$\phi(k)= [\phi_1(k)^T ; \phi_1(k)^T]^T$ 이므로 (11)식의 $\phi(\lambda,k)$는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(\lambda,k) = \begin{bmatrix}
\lambda^{k-1}y(0), & \lambda^{k-2}(\alpha_1y(0)+y(1)), & \lambda^{k-3}(\alpha_2y(0)+\alpha_1y(1)+y(2)), & -, & (\alpha_{k-1}y(0)+ - +y(k-1)) \\
0, & \lambda^{k-2}y(0), & \lambda^{k-3}(\alpha_1y(0)+y(1)), & -, & (\alpha_{k-2}y(0)+ - +y(k-2)) \\
0, & 0, & \lambda^{k-3}y(0), & -, & (\alpha_{k-3}y(0)+ - +y(k-3)) \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0, & 0, & 0, & -, & (\alpha_{k-n}y(0)+ - +y(k-n)) \\
\lambda^{k-1}u(0), & \lambda^{k-2}(\alpha_1u(0)+u(1)), & \lambda^{k-3}(\alpha_2u(0)+\alpha_1u(1)+u(2)), & -, & (\alpha_{k-1}u(0)+ - +u(k-1)) \\
0, & \lambda^{k-2}u(0), & \lambda^{k-3}(\alpha_1u(0)+u(1)), & -, & (\alpha_{k-2}u(0)+ - +u(k-2)) \\
0, & 0, & \lambda^{k-3}u(0), & -, & (\alpha_{k-3}u(0)+ - +u(k-3)) \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0, & 0, & 0, & -, & (\alpha_{k-n}u(0)+ - +u(k-n))
\end{bmatrix} \tag{21}$$

위 식에서 $\lambda^{k-j+1}\phi(j-1)$ 과 $\lambda^{k-j}\phi(j)$는 각각 $\Phi(\lambda,k)$의 j-1과 j번째의 행 벡터이다. 위 벡터의 첫 번째 항에서 $y(\ell)$의 가중계수 γ_{j-1} 와 γ_j 는 각각 다음과 같다.

$$\gamma_{j-1} = \lambda^{k-j+1}\alpha_{j-1-2} \tag{22}$$

$$\gamma_j = \lambda^{k-j}\alpha_{j-1-1} \tag{23}$$

만약 $|\gamma_j| < |\gamma_{j-1}|$ 이면 $|\alpha_{j-1-1}| < |\alpha_{j-1-2}|$ 가 되어 최근의 데이터에 더 중점 되게된다. 반대로 $|\gamma_j| > |\gamma_{j-1}|$ 이면 최근 데이터가 적은 영향을 미칠 것이다. 결과적으로 두 개의 안정한 행 벡터의 과거에 측정된 데이터들은 역으로 가중되게 되고, 그 결과 행 벡터에 있는 과거의 데이터들이 지수함수적으로 제거되지 않는다.이 경우 매개변수 벡터의 추정치는 참값에 수렴하는 속도가 늦어지거나 참값으로 수렴하지 않게 된다. 다음의 정리에 측정된 벡터의 과거 데이터가 지수함수적으로 가중되게하기 위한 행렬 F의 충분조건이 주어진다.

정리 1 : (17)-(19)로 부터 행렬 F의 첫 번째 행 벡터 f가 다음과 같이 주어 진다고 하면

$$f_i = f_1(1/\beta)^{i-1}, \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{24}$$

단 $\beta > 1$, $f_1 > 0$ 이고,

$$f_1 < \lambda - 1/\beta \tag{25}$$

이면, (25)는 (21)에서 γ_j가 지수 함수적으로 가중될 수 있는 충분조건이 된다. 또한 이는 행렬 F가 안정함을 보장한다.

Proof : 참고 문헌 [13]을 참조.

Ⅲ. 간접 적응 제어기

A. 적분 특성을 갖는 간접 극배치 적응 제어기

이 절에서는 데이터를 지수함수적으로 가중하는 적응 관측기를 이용한 간접 극배치적응 제어기에 대하여 논하고자 한다. 제어기의 매개변수를 얻는 데 있어서 수치적인 안정성을 증가 시키고 출력의 정상 상태 오차를 제거하기 위하여 Mo 와 Bayouni[7] 의 기법과 적분기를 적응 제어기에 도입한다.

시스템 (1)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k), \quad y(0) = y_0 = c^T x_0 \tag{26}$$

단

$$A(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i q^{-i}$$

$$B(q^{-1}) = \sum_{i=1}^{n} b_i q^{-i}$$

이고 q^{-1}은 단일 지연 연산자이다.

다음과 같은 제어 법칙을 도입 하자.

$$L(q^{-1})u(k) = G(q^{-1})(y^*(k) - y(k)) \tag{27}$$

단, 여기서

$$L(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \ell_i q^{-i}$$

$$G(q^{-1}) = \sum_{i=1}^{n} g_i q^{-i}$$

이고 $y^*(k)$는 제한된 임의의 기준 수열 이다.

$C(q^{-1})$을 폐회로 시스템에서 원하는 극을 갖는 근를 가지고 있는 $m \le 2n$ 차의 다음과 같은 다항식이라 하면\

$$C(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{m} c_i q^{-i} \tag{28}$$

다음의 극배치 식을 만족하는 유일한 다항식 $L(q^{-1})$ 와 $G(q^{-1})$가 존재 하게 된다.

$$A(q^{-1})L(q^{-1}) + B(q^{-1})G(q^{-1}) = C(q^{-1}) \tag{29}$$

적응 제어의 경우 (29)식은 추정된 시스템 매개변수에 따라 풀 수 있다. 그러므로 다음의 Diophantine 방정식으로부터 제어기의 매개변수를 구할 수 있다.

$$\hat{A}(k,q^{-1})L(k,q^{-1}) + \hat{B}(k,q^{-1})G(k,q^{-1}) = C(q^{-1}) \tag{30}$$

$A(k,q^{-1})$와 $B(k,q^{-1})$는 시간 k인 순간에 적응 관측기로 부터 구해진 추정된 시스템 다항식이고 $L(k,q^{-1})$와 $G(k,q^{-1})$는 $L(q^{-1})$와 $G(q^{-1})$의 시 변형 다항식으로 다음의 형태를 갖는다.

$$\hat{A}(k,q^{-1}) = 1 - \sum_{i=1}^{n} \hat{a}_i(k)q^{-i}$$

$$\hat{B}(k,q^{-1}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{b}_i(k)q^{-i}$$

$$L(k,q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \ell_i(k)q^{-i}$$

$$G(k,q^{-1}) = \sum_{i=1}^{n} g_i(k)q^{-i}$$

극배치 제어기 설계에는 매 샘플링 주기마다 Diophantine 방정식의 온-라인 해가 필요하다. 이것은 수치적 불안정성의 원인이 된다. 매 샘플링 순간마다 (30)식을 푸는것을 피하기 위해 Mo 와 Bayoumi[7]의 방법에서 처럼 보조 추정기를 도입하여 $L(k,q^{-1})$와 $G(k,q^{-1})$를 순환식으로 구하였다. 보조 추정기는 매 샘플링마다 적응 관측기에서 추정한 시스템 매개변수와 바로 전 샘플링에서의 추정치를 기초로 $L(k,q^{-1})$와 $G(k,q^{-1})$의 계수들을 추정한다. k인 순간에 제어기 매개변수의 추정치는 다음과 같다.

$$\hat{L}(k,q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \hat{\ell}_i(k)q^{-i})$$

$$\hat{G}(k,q^{-1}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{g}_i(k)q^{-i}$$

보조 추정기는 매 샘플링 주기마다 $I[k_0] = [k_0;1,N]$ 기간동안에 다음과 같은 식으로 구성될 수 있다. 단 위에서 N은 시간 간격이다.

새로운 두 개의 변수 $\omega_0(k_0)$와 $\hat{\omega}_0(k_0)$를 다음과 같이 정의 하면

$$\omega_0(k_0) = C(q^{-1})v(k_0) \tag{31}$$

$$\hat{\omega}_0(k_0) = (\hat{A}(k,q^{-1})\hat{L}(k,q^{-1}) + \hat{B}(k,q^{-1})\hat{G}(k,q^{-1}))v(k_0) \tag{32}$$

단 $v(k_0)$는 제한된 수열로 다음에 정의된다.

식(32)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\omega}(k_0) = \hat{\omega}_0(k_0) - (1-q^{-1})\hat{A}(k,q^{-1})v(k_0) = \phi(k_0)^T\hat{\theta}(k_0) \tag{33}$$

단 여기서

$$\phi(k_0) = [\hat{A}(k,q^{-1})(v(k_0-1) - v(k_0-2)),\cdots, \hat{A}(k,q^{-1})(v(k_0-n+1) - v(k_0-n+2)), \hat{B}(k,q^{-1})v(k_0),\cdots,\hat{B}(k,q^{-1})v(k_0-n)]^T$$

$$\hat{\theta}(k_0) = [\hat{\ell}_1(k_0),\cdots,\hat{\ell}_{n-1}(k_0),\hat{g}_0(k_0),\cdots,\hat{g}_0(k_0)]^T$$

이다.

벡터 $\hat{\theta}(k_0)$의 값을 추정하기 위해서 다음과 같은 순환 최소자승 알고리즘을 이용할 수 있다.

$$\hat{\theta}(k_0) = \hat{\theta}(k_0-1) + \Gamma(k_0)\phi(k_0)(\omega(k_0)-\phi(k_0)^T\hat{\theta}(k_0-1)) \tag{34}$$

$$\Gamma(k_0)^{-1} = \Gamma(k_0-1)^{-1} + \phi(k_0)\phi(k_0)^T \tag{35}$$

단,

$$\omega(k_0) = \omega_0(k_0) - (1-q^{-1})\hat{A}(k,q^{-1})v(k_0) = C(q^{-1}) - (1-q^{-1})\hat{A}(k,q^{-1})v(k_0)$$

이고 보조 추정기의 초기값 $\hat{\theta}(0)$는 (k-1)번째 샘플링 순간에 추정된 값이다. 따라서 k번째 샘플링 순간의 제어기 매개변수 벡터는 $\hat{\theta}(N)$으로 결정된다.

그러므로 제어기 출력 u(k)는 다음과 같다.

$$\hat{L}(k,q^{-1})u(k) = \hat{G}(k,q^{-1})(y^{*}(k) - y(k))$$

이 제어기는 Goodwin 과 Teoh[8]의 two time frame 추정기와 흡사하다. 그러나 이 제어기에서는 시스템 매개변수와 제어기 매개변수가 동시에 매 샘플링 순간마다 동시에 추정되는 것이 아니라 제어기 매개변수가 매 샘플링 주기내의 I[ko]동안에 구해진다.

B. 적응 제어 시스템의 전체적인 안정성

이 절에서는 전체적인 안정성을 증명 하고자 한다. 이를 위하여 먼저 다음과 같이 적응 관측기의 수렴성과 임의의 수열 $\{v(k_0)\}$가 2n 차로 충분히 여기된 수열임을 가정하여 보조 추정기의 수렴성을 말하고자 한다.[9]

A.1 적응 관측기의 매개변수 벡터는 제한되어 있고 수렴한다. 즉

$$\lim_{k\to\infty}\hat{A}(k,q^{-1}) = \bar{A}(q^{-1});\ \lim_{k\to\infty}\hat{B}(k,q^{-1}) = \bar{B}(q^{-1})$$

이고, $A(q^{-1})$ 와 $B(q^{-1})$는 서로소이며 $\phi(k_0)$ 는 다음과 같이 주어 졌다고 한다.

$$\begin{aligned}\bar{\phi}(k_0) = [&\bar{A}(k,q^{-1})(v(k_0-1) - v(k_0-2)),\cdots,\\ &\bar{A}(k,q^{-1})(v(k_0-n+1) - v(k_0-n+2))\\ &\bar{B}(k,q^{-1})v(k_0),\cdots,\bar{B}(k,q^{-1})v(k_0-n)]^T\end{aligned} \quad (36)$$

A.2 최소 4n 이상인 기간 N동안에 $\{v(k_0), k_0 \in N\}$ 는 다음과 같은 2n차로 충분히 여기된 수열이다.

$$v(k_0)=\begin{cases}1, & k_0 = 2n\\ 0, & k_0 = 1,2,\cdots,2n-1,2n+1,\cdots,4n-1\\ \eta, & \text{else } 4n\le k_0\le N\end{cases} \quad (37)$$

이 때 η는 임의의 실수 값이다.

위의 가정으로부터 모든 reachable 출력과 직교인 벡터는 영 벡터 뿐이기 때문에 보조 추정기가 output-reachable 함을 쉽게 알 수 있다.이제 벡터의 수열 $\{\bar{\phi}(k_0, k_0\in N\}$, $\bar{\phi}(k_0)\in R^{2n}$ 와 $\Phi_N(k_0)$ 로 표현되는 $2n\times N$ 행렬

$$\Phi_N(k_0) = [\bar{\phi}(1),\cdot\cdot\cdot,\bar{\phi}(N)]$$

를 고려해 보면 이 수열 $\{\bar{\phi}(k_0)\}$은 항상 다음을 만족하는 어떤 수 $\varepsilon>0$ 과, 정수 k_0, N이 존재하기 때문에 N차의 persistently spanning 하다.

$$\lambda_{min}(\Phi_N(k_0)\Phi_N(k_0)^T) \ge \varepsilon \quad (38)$$

이로부터 다음의 정리를 쉽게 증명할 수 있다.

정리 2: 만약 가정 A.1과 A.2가 만족한다면 $\theta(k_0)$는 다음의 Diophantine 방정식의 해로 수렴하게 된다.

$$\bar{A}(q^{-1})L(q^{-1}) + \bar{B}(q^{-1})G(q^{-1}) = C(q^{-1}) \quad (39)$$

Proof: Mo and Bayoumi[7] 참조.

보조 추정기를 사용하면 보조 추정기 수렴점이 $A(q^{-1})$ 와 $B(q^{-1})$의 최종값에 좌우될 것이기 때문에 식(30)을 푸는 데 아무런 문제가 없을 것이다. 이것은 수치적인 안정성을 증가시킨다. 제어기 매개변수는 항상 제한되기 때문에 Goodwin and Sin[10] 의 국부적인 수렴 특성으로부터 다음과 같은 총체적인 수렴특성을 얻을 수 있다.

정리 3: 만약 가정 A.1 과 A.2 가 만족하고, 시스템이 충분히 여기 되었다면

i) {u(k)} 는 제한된다.
ii) {y(k)} 는 제한된다.

Ⅳ. 결론

이 논문에서는 지수함수적으로 가중된 특성을 가진 적응 관측기를 단일 입출력 시스템에 대하여 설계하였다. 또한 이 관측기를 이용하여 적분 특성을 갖는 간접 극배치 적응 제어기를 설계하였다. 이 때 수치적인 안정성을 증가 시키기 위하여 제어기 매개변수를 구하는데 보조 추정기가 이용 되었다.

참고 문헌

[1] R.L. Carroll and D.P. Lindorff, "An adaptive obser for single-input single-output linear systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-18, no. 5, Oct. 1973
[2] G. Kreisselmeier, "Adaptive abservers with exponential rate of convergence," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-22, no. 1, Feb. 1977
[3] T. Suzuki, T. Nakamura, and M. Koga, "Discrete adaptive obsever with fast convergence," Int. J. Contr., vol. 31, no. 6, 1980.
[4] Y.C. Hong, J.-H. Kim, and K.-K. Choi, "Discrete adaptive observer with exponential weithing properties," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 34, no. 2, Feb. 1989.
[5] J.H.Kim, Y.C.Hong, and K.K.Choi, "Design of a direct model reference adaptive pole placement control with exponentoal weighting properties," in Proc. Amer. Conf., Pittsburgh, PA, vol.3, July 1989
[6] J.-H. Kim, Y.-C. Hong, and K.-K. Choi, " Direct model reference adaptive pole placement control with exponential weighting properties," IEEE Trans. Automat. Contr., July 1989 (submitted for publication), Feb. 1990 (Revised)
[7] L.Mo and M.M.Bayoumi, "A novel approach to the explict pole assignment self-tuning controller design," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 34, no.3, Mar. 1989.
[8] G.C.Goodwin and E.K. Teoh, "Persistency of excition in the presence of possibly unbounded signals," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-30, Jun.1985.
[9] I.Mareels, "Sufficiency of excitation," System Contr. Letters, vol. 5, 1984
[10] G.C.Goodwin and K.S.Sin, "Adative control of nonminimum phase systems, " IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-27, Apr.1981
[11] G.J.Bierman, Factorization Method for Discrete Sequential Estimation, New York : Academic, 1977.
[12] Y.Xi and G. Schmidt, "A note on the location of the roots of a polynomial," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-30, Tan. 1985
[13] Jong-Hwan Kim, "A Discrete Adaptive observer with Exponential data weighting," J. KITE, English Edition, vol. 1, no. 1, May 1990 (To be purblished)