

# 지수함수적 가중특성이 기준 모델 직접 적응 극배치 제어

김 중환, <sup>o</sup>곽 정훈

한국과학기술원 전기 및 전자공학과

## Direct Model Reference Adaptive Pole Placement Control with Exponential Weighting Properties

Jong-Hwan Kim, Jeong-Hun Kwack

Dept. of Electrical Engineering, KAIST

### Abstract

A parametrization for a linear system is presented to design a direct model reference adaptive pole placement controller. This parametrized model is one of the structured nonminimal models. The exponentially weighted least-squares algorithm is employed to estimate the control parameters. The direct adaptive controller has the exponential weighting properties by the proposed method of selecting the characteristic polynomials of the sensitivity function filters in connection with the reference models.

### 1. 서론

매개변수화는 제어기 매개변수를 통한 시스템 모델의 표현으로 이러한 매개변수들은 직접 추정될 수 있다. 직접 적응제어를 위한 매개변수화의 문제는 문헌 [1]-[5]에서 연구되어 있다. 최근 Heymann [5]은 비최소차 모델을 가지고 직접 적응제어를 위한 매개변수화 기법을 일반화했고 주파수 성분이 충분한 조건들을 제시했다. 그림 1. 예와 같이 본 논문의 매개변수화된 모델은 [5]의 비최소 모델들중의 하나이며, 직접 기준모델 적응 극배치 제어를 설계하는데 사용되었다.

본 논문은 직접 적응제어에서 지수함수적으로 과거 데이터를 가중하는 기법에 중점을 두었다. 이것은 가장 최근의 데이터가 과거 데이터보다 더 많은 정보물 줄수 있다고 가정된 경우이며, 따라서 이전의 과거 데이터들은 지수함수적으로 제거된다. 주된 개념은 [6]에서의 개념과 거의 비슷하다. 제어기 매개변수들을 추정하는데는 지수함수적 기준 최소자승법 알고리즘이 사용되었다. 이 알고리즘에 따르면 과거 측정벡터들은 지수함수적으로 가중될 수 있으나, 이 벡터내에 있는 과거 측정 데이터들은 감도함수 필터의 특성 다항식의 [3] 어떤 영점들에 대해서는 지수함수적으로 가중되지 않는다. 모든 과거 측정 데이터들에 대해서 지수함수적 가중특성을 만족시키기 위해서 기준모델과 관련하여 감도함수 필터의 안정된 특성 다항식을 정하는 방법을 제안하였다. 모든 과거 측정 데이터들이 지수함수적으로 가중될수 있기때문에, 제안된 방법은 모든 추정치들의 빠른 수렴을 보장한다.

### 2. 직접 기준 모델 적응 극배치

제어될 시스템은 다음의 이산시간모델로 나타낼수 있다고 가정한다.

$$\begin{aligned} A(q^{-1})z(k) &= u(k) \\ y(k) &= B(q^{-1})z(k) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $u(k)$  와  $y(k)$  는 각각 측정가능한 시스템 입력과 출력이며,  $z(k)$  는 내부상태변수이고,  $A(q^{-1})$  과  $B(q^{-1})$  은 다음과 같은 형태의, 단위지연기  $q^{-1}$  로 이루어진 다항식들이다.

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_rq^{-r} \\ B(q^{-1}) &= b_1q^{-1} + \dots + b_rq^{-r}. \end{aligned}$$

여기서 차수  $r$  이 알려져 있고, 시스템 모델 (1) 이 최소차 모델, 즉 다항식  $A(q^{-1})$  과  $B(q^{-1})$  이 서로 소라고 가정한다.

다음의 제어법칙을 고려하자.

$$Q_1(q^{-1})u(k) = R(q^{-1})y(k) + S(q^{-1})u(k) + Q_1(q^{-1})v(k) \quad (2)$$

여기서  $v(k)$  는 외부기준신호,  $R(q^{-1})$  과  $S(q^{-1})$  은 제어기 다항식,  $Q_1(q^{-1})$  은 입력의 안정된 다항식으로 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\begin{aligned} R(q^{-1}) &= r_1q^{-1} + \dots + r_rq^{-r} \\ S(q^{-1}) &= s_1q^{-1} + \dots + s_rq^{-r} \\ Q_1(q^{-1}) &= q_{10} + q_{11}q^{-1} + \dots + q_{1r}q^{-r}, \quad q_{10} = 1. \end{aligned}$$

이 제어법칙을 시스템에 적용시키면 극배치 방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1}) \\ = Q_1(q^{-1})[A(q^{-1}) - A^*(q^{-1})] \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $A^*(q^{-1})$  은 다음과 같은 상수항이 1인 미리 주어진 안정된 다항식이다.

$$A^*(q^{-1}) = a_0^* + a_1^*q^{-1} + \dots + a_r^*q^{-r}, \quad a_0^* = 1.$$

그러면 페루프 시스템은 다음과 같다.

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} v(k) \quad (4)$$

실제적인 시스템은 그림 1. 예처럼 제어된다. 아래부분은 극배치를 위해 사용되었고, 위의 부분은 기준 모델과 보조신호로 페루프 시스템을 나타내기 위한 영점배치를 위해 사용되었다.

그림 1. 예서 확장된 모델 출력  $\bar{y}_m(k)$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{y}_m(k) = y_m(k) - y_a(k) \quad (5)$$

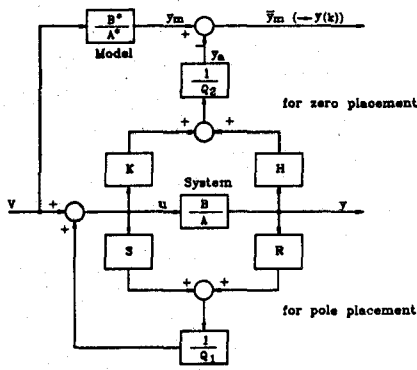


그림 1. 제어 구조.

여기서  $y_m(k)$  는 기준모델 출력이고,  $y_a(k)$  는 보조신호이며,  $\bar{y}_m(k)$  는 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{y}_m(k) = \frac{Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1}) - A(q^{-1})K(q^{-1}) - B(q^{-1})H(q^{-1})}{A^*(q^{-1})Q_2(q^{-1})} v(k) \quad (6)$$

식 (6)으로부터 영점배치 방정식은 다음과 같이 유도된다:

$$A(q^{-1})K(q^{-1}) + B(q^{-1})H(q^{-1}) = Q_2(q^{-1})[B^*(q^{-1}) - B(q^{-1})] \quad (7)$$

여기서  $H(q^{-1})$  과  $K(q^{-1})$  은 보조 다항식이고,  $Q_2(q^{-1})$  과  $B^*(q^{-1})$  은 안정된 다항식으로 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\begin{aligned} H(q^{-1}) &= h_1q^{-1} + \dots + h_rq^{-r} \\ K(q^{-1}) &= k_1q^{-1} + \dots + k_rq^{-r} \\ Q_2(q^{-1}) &= q_{20} + q_{21}q^{-1} + \dots + q_{2r}q^{-r}, \quad q_{20} = 1 \\ B^*(q^{-1}) &= b_1^*q^{-1} + \dots + b_r^*q^{-r}. \end{aligned}$$

(7) 을 만족할때 확장된 모델출력  $y_m(k)$  는 폐회로 시스템 출력  $y(k)$  가 된다.

$$\bar{y}_m(k) = \frac{B(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} v(k) = y(k) \quad (8)$$

극과 영점 배치 방정식 (3), (7) 그리고 (1)식으로부터 다음식을 얻을수 있다.

$$F(q^{-1})y(k) = G(q^{-1})u(k) \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} F(q^{-1}) &= Q_1(q^{-1})Q_2(q^{-1})A^*(q^{-1}) + Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})R(q^{-1}) \\ &\quad + Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})H(q^{-1}) \\ G(q^{-1}) &= Q_1(q^{-1})Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1}) - Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})S(q^{-1}) \\ &\quad - Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})K(q^{-1}). \end{aligned}$$

위의 시스템 모델은 특수 구성된 비최소차 모델이다 [5]. 이러한 경우에  $F(q^{-1})=L(q^{-1})A(q^{-1})$  과  $G(q^{-1})=L(q^{-1})B(q^{-1})$  은 다음의 공통인자  $L(q^{-1})$  을 포함하고 있다.

$$L(q^{-1}) = Q_1(q^{-1})Q_2(q^{-1}) + Q_1(q^{-1})H(q^{-1}) - Q_2(q^{-1})S(q^{-1}) - S(q^{-1})H(q^{-1}) + R(q^{-1})K(q^{-1})$$

다음의 방정식은  $A(q^{-1})$  과  $B(q^{-1})$  이 서로 소라는 가정에 의하여 성립될수 있다.

$$\begin{aligned} &[Q_1(q^{-1})Q_2(q^{-1})A^*(q^{-1}) + Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})R(q^{-1}) \\ &\quad + Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})H(q^{-1})] B(q^{-1}) \\ &= [Q_1(q^{-1})Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1}) - Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})S(q^{-1}) \\ &\quad - Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})K(q^{-1})] A(q^{-1}) \end{aligned} \quad (10)$$

그래서,  $F(q^{-1})$  과  $G(q^{-1})$  로 이루어진 식(9)는 시스템 (1) 의 매개변수화로 생각할수 있다. 다항식  $Q_1(q^{-1})$  과  $Q_2(q^{-1})$  는 감도함수 필터의 특성 다항식들이다. 식(9)는 다음과 같이 더 간단하게 표현될수 있다.

$$y^*(k) = \theta^T \phi(k) \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} \theta^T &= [\theta_1^T : \theta_2^T] \\ &= [r_1, \dots, r_r, s_1, \dots, s_r, h_1, \dots, h_r, k_1, \dots, k_r] \end{aligned} \quad (11.a)$$

$$\begin{aligned} \phi(k)^T &= [\phi_1(k)^T : \phi_2(k)^T] \\ &= [Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})y(k-1), \dots, Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})y(k-r), \\ &\quad Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})u(k-1), \dots, Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})u(k-r), \\ &\quad Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})y(k-1), \dots, Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})y(k-r), \\ &\quad Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})u(k-1), \dots, Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})u(k-r)] \end{aligned} \quad (11.b)$$

$$y^*(k) = Q_1(q^{-1})Q_2(q^{-1}) [B^*(q^{-1})u(k) - A^*(q^{-1})y(k)] \quad (11.c)$$

여기서  $\theta_1$  은 제어기 매개변수 벡터이고,  $\theta_2$  는 보조 매개변수 벡터이며,  $\phi_1$  과  $\phi_2$  는 각각  $\theta_1$  과  $\theta_2$  에 대응하는 측정된 데이터 벡터들이다.

적용 제어 법칙에서 다음의 평가 함수  $J(k)$  를 도입하면

$$J(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \{\lambda^{k-j} [y^*(j) - \phi(j)^T \theta(k)]^2\} \quad (12)$$

식 (12) 로부터 잘 알려진 지수함수적 가중 최소자승법 알고리즘을 얻을수 있다 [7]:

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \Gamma(\lambda, k) \phi(k) [y^*(k) - \phi(k)^T \theta(k-1)] \quad (13)$$

$$\Gamma(\lambda, k)^{-1} = \lambda^2 \Gamma(\lambda, k-1)^{-1} + \phi(k) \phi(k)^T \quad (14)$$

여기서

$$\Gamma(\lambda, k) = [\Phi(\lambda, k) \Phi(\lambda, k)^T]^{-1} \quad (14.a)$$

$$\Phi(\lambda, k) = [\lambda^{k-1} \phi(1), \lambda^{k-2} \phi(2), \dots, \phi(k)] \quad (14.b)$$

따라서 제어기 입력  $u(k)$  는 다음과 같이 결정된다.

$$Q_1(q^{-1})u(k) = R(k, q^{-1})y(k) + S(k, q^{-1})u(k) + Q_1(q^{-1})v(k) \quad (15)$$

여기서,  $R(k, q^{-1})$  과  $S(k, q^{-1})$  은  $R(q^{-1})$  과  $S(q^{-1})$  의 측정된 시변다항식들이다.

매개변수의 수렴특성에 관하여는 Heymann [5] 의 연구결과가 본 제어기에 적용될수 있다. 본 논문은 위의 적응 알고리즘에서 지수함수적으로 데이터를 가중시키는 문제를 다루었다. 다음장에서는 모든 과거 측정 데이터들을 지수함수적으로 가중시키는 방법에 대해서 논할 것이다.

### 3. 지수함수적 가중 조건

이상에서는 가장 최근에 측정된 데이터들이 과거 측정 데이터들보다 더 많은 정보를 준다고 가정하여, 이전의 과거 데이터들을 지수함수적으로 제거하는 기법에 대해서 알아 보자. 측정 데이터 행렬은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi(\lambda, k) = \begin{bmatrix} \lambda^{k-1}y_r(0), & \lambda^{k-2}y_r(1), & \dots, & y_r(k-1) \\ 0, & \lambda^{k-2}y_r(0), & \dots, & y_r(k-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & \dots, & 0, & y_r(k-r) \\ \lambda^{k-1}u_r(0), & \lambda^{k-2}u_r(1), & \dots, & u_r(k-1) \\ 0, & \lambda^{k-2}u_r(0), & \dots, & u_r(k-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & \dots, & 0, & u_r(k-r) \\ \lambda^{k-1}y_u(0), & \lambda^{k-2}y_u(1), & \dots, & y_u(k-1) \\ 0, & \lambda^{k-2}y_u(0), & \dots, & y_u(k-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & \dots, & 0, & y_u(k-r) \\ \lambda^{k-1}u_u(0), & \lambda^{k-2}u_u(1), & \dots, & u_u(k-1) \\ 0, & \lambda^{k-2}u_u(0), & \dots, & u_u(k-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & \dots, & 0, & u_u(k-r) \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서

$$y_r(k) = Q_2(-1)B^*(q^{-1})y(k), \quad u_r(k) = Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})u(k) \\ y_u(k) = Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})y(k), \quad u_u(k) = Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})u(k).$$

추정된 데이터 벡터에서 과거 측정 데이터에 대한 지수함수적 가중특성을 유지하기 위해  $k < 0$  인 경우에 초기치들이 영일때  $Q_1(q^{-1})$  과  $Q_2(q^{-1})$  의 계수들은 다음과 같이 결정된다.

식 (16) 의 첫번째줄의 세번째항을 보면

$$\lambda^{k-3}y_r(2) = \lambda^{k-3}[(q_{21}b_1^* + b_2^*)y(0) + b_1^*y(1)] \quad (17)$$

지수함수적 가중을 위해 계수  $q_{21}$  은 다음과 같이 정해져야 한다.

$$q_{21} = (b_1^*2 - b_2^*) / b_1^*. \quad (18)$$

같은 방법으로, 식 (16) 의 첫번째줄의 네번째항인  $\lambda^{k-4}y_r(3)$  으로부터  $q_{22}$  는 다음과 같이 정해져야 한다.

$$q_{22} = [(b_1^*b_2^* - b_3^*) + q_{21}(b_1^*2 - b_2^*)] / b_1^*. \quad (19)$$

그래서  $Q_2$  의 계수들에 대한 다음의 연속적인 식이 얻어진다.

$$q_{2j} = \left[ \sum_{i=0}^{j-1} q_{2i} (b_1^*b_{j-i}^* - b_{j-i+1}^*) \right] / b_1^*, \\ b_{r+1}^* = 0, \quad j=1, 2, \dots, r. \quad (20)$$

$Q_2$  처럼 지수함수적 데이터 가중을 위한  $Q_1$  의 계수들을 구하기 위해서 (16) 의  $(2r+1)$ 번째줄의 두번째항  $\lambda^{k-2}y_u(1)$  을 보면

$$\lambda^{k-2}y_u(1) = \lambda^{k-2}[(q_{11} + a_1^*)y(0) + y(1)]. \quad (21)$$

지수함수적 가중을 하기 위해서 계수  $q_{11}$  은 다음과 같이 정해진다.

$$q_{11} = f - a_1^*. \quad (22)$$

여기서  $f$  는 임의의 상수이다.

같은 방법으로 (16) 의  $(2r+1)$  번째 줄의 세번째항인  $\lambda^{k-3}y_u(2)$  로부터 계수  $q_{12}$  는 다음과 같이 정해진다.

$$q_{12} = fa_1^* - a_2^* + q_{11}(f - a_1^*). \quad (23)$$

그래서  $Q_1(q^{-1})$  의 계수들에 대한 연속적인 식이 얻어진다.

$$q_{1j} = \sum_{i=0}^{j-1} q_{1i}(fa_{j-i}^* - a_{j-i}^*), \\ a_0^* = 1, \quad j = 1, 2, \dots, r. \quad (24)$$

(20) 과 (24) 로부터, (16) 은 식 (25)와 같이 나타낼수 있다.

식 (25) 에서 보여지듯이 과거 측정 데이터들을 지수함수적으로 가중시키기 위해서  $b_1^*$  와  $f$  는 다음의 범위내에서 정해져야 한다.

$$0 < |b_1^*|, |f| \leq \lambda < 1. \quad (26)$$

$Q_1(q^{-1})$  과  $Q_2(q^{-1})$  의 계수들은 다항식  $Q_1(q^{-1})$  과  $Q_2(q^{-1})$  이 안정된 다항식이 되게 정해져야만한다. 다음의 정리는 기준모델과 관련하여 다항식  $Q_1(q^{-1})$  과  $Q_2(q^{-1})$  을 안정하게 만드는 충분조건을 나타낸 것이다.

$$\Phi(\lambda, k) = \begin{bmatrix} 0, & \lambda^{k-2}b_1^*y(0), & \lambda^{k-3}b_1^* \{b_1^*y(0)+y(1)\}, & \lambda^{k-4}b_1^* \{(b_1^*)^2y(0)+b_1^*y(1)+y(2)\}, & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-2}y(0)+\dots+y(k-2)\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & \lambda^{k-3}b_1^*y(0), & \lambda^{k-4}b_1^* \{b_1^*y(0)+y(1)\}, & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-3}y(0)+\dots+y(k-3)\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & \lambda^{k-2}b_1^*y(0), & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-4}y(0)+\dots+y(k-4)\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-5}y(0)+\dots+y(k-5)\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-r-1}y(0)+\dots+y(k-r-1)\} \\ 0, & \lambda^{k-2}b_1^*u(0), & \lambda^{k-3}b_1^* \{b_1^*u(0)+u(1)\}, & \lambda^{k-4}b_1^* \{(b_1^*)^2u(0)+b_1^*u(1)+u(2)\}, & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-2}u(0)+\dots+u(k-2)\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & \lambda^{k-3}b_1^*u(0), & \lambda^{k-4}b_1^* \{b_1^*u(0)+u(1)\}, & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-3}u(0)+\dots+u(k-3)\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & \lambda^{k-4}b_1^*u(0), & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-4}u(0)+\dots+u(k-4)\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-5}u(0)+\dots+u(k-5)\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & b_1^* \{(b_1^*)^{k-r-1}u(0)+\dots+u(k-r-1)\} \\ \lambda^{k-1}y(0), & \lambda^{k-2}\{y(0)+y(1)\}, & \lambda^{k-3}\{y(0)+y(1)+y(2)\}, & \lambda^{k-4}\{y(0)+y(1)+y(2)+y(3)\}, & \dots, & \lambda^{k-1}y(0)+\dots+y(k-1) \\ 0, & \lambda^{k-2}y(0), & \lambda^{k-3}\{y(0)+y(1)\}, & \lambda^{k-4}\{y(0)+y(1)+y(2)\}, & \dots, & \lambda^{k-2}y(0)+\dots+y(k-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & \lambda^{k-3}y(0), & \lambda^{k-4}\{y(0)+y(1)\}, & \dots, & \lambda^{k-3}y(0)+\dots+y(k-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & \lambda^{k-4}y(0), & \dots, & \lambda^{k-4}y(0)+\dots+y(k-4) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & \lambda^{k-5}y(0)+\dots+y(k-5) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & \lambda^{k-r}y(0)+\dots+y(k-r) \\ \lambda^{k-1}u(0), & \lambda^{k-2}\{u(0)+u(1)\}, & \lambda^{k-3}\{u(0)+u(1)+u(2)\}, & \lambda^{k-4}\{u(0)+u(1)+u(2)+u(3)\}, & \dots, & \lambda^{k-1}u(0)+\dots+u(k-1) \\ 0, & \lambda^{k-2}u(0), & \lambda^{k-3}\{u(0)+u(1)\}, & \lambda^{k-4}\{u(0)+u(1)+u(2)\}, & \dots, & \lambda^{k-2}u(0)+\dots+u(k-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & \lambda^{k-3}u(0), & \lambda^{k-4}\{u(0)+u(1)\}, & \dots, & \lambda^{k-3}u(0)+\dots+u(k-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & \lambda^{k-4}u(0), & \dots, & \lambda^{k-4}u(0)+\dots+u(k-4) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & \lambda^{k-5}u(0)+\dots+u(k-5) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & \lambda^{k-r}u(0)+\dots+u(k-r) \end{bmatrix} \quad (25)$$

정리 1: 만약  $Q_1(q^{-1})$  과  $Q_2(q^{-1})$  의 계수들이 각각 (24) 와 (20)으로부터 결정되고, 기준모델의  $A^*(q^{-1})$  과  $B^*(q^{-1})$  의 계수들이 다음과 같이 주어진다면,

$$a_i^* = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^i, \quad i=0,1,2,\dots,r, \quad \text{단, } \alpha > 1 \quad (27)$$

$$b_i^* = \left(\frac{1}{\beta}\right)^{i-1} b_1^*, \quad i=1,2,\dots,r, \quad \text{단, } \beta > 1. \quad (28)$$

계수  $b_1^*$  와 상수  $f$  는  $Q_1(q^{-1})$  과  $Q_2(q^{-1})$  을 안정화 계 만들기 위하여 다음의 범위내에서 정해져야한다.

$$\frac{1}{\alpha} < f \leq \lambda < 1 \quad (29)$$

$$\frac{1}{\beta} < b_1^* \leq \lambda < 1 ; \quad \text{충분히 큰 } r \quad (30)$$

증명 : 부록 참고.

만약 측정 데이터 벡터에 있는 측정된 데이터들이 지수함수적으로 가중되지 않았다면, 더 작은 가중성이 부과되어야만 하는 과거 측정 데이터들이 최근에 측정된 데이터들보다 더 크게 가중될수도 있을 것이다. 이것은 추정된 데이터 벡터내에 있는 이전의 과거 데이터들이 지수함수적으로 제거되지 않는 것을 의미한다. 이러한 경우에 매개변수 벡터의 추정치는 참값에 매우 느리게 수렴하거나, 또는 수렴하지 않는다. 그러나 본 논문에서 제안된 방법은 언제나 모든 과거 측정 데이터들에 대한 지수함수적 가중을 보장함으로써, 더 최근의 측정 데이터에 더 큰 가중을 가하기 때문에 시변 시스템인 경우에 더 유용할 것이다.

4. 결론

극과 영점 배치 방식으로부터 특수 구성된 비최소차 모델이 유도되었다. 이 모델은 직접 기준모델 적응 극배치 제어를 설계하는데 사용되었다. 제어기 매개변수들을 추정하기 위하여 지수함수적 가중 최소 사승법 알고리즘이 사용되었다. 직접 기준모델 적응 극배치 제어기에서 지수함수적 가중특성을 유지하기 위하여 기준모델과 관련하여 감도함수 필터의 특성다항식을 정하는 방법이 제안되었다. 모든 과거 추정 데이터들이 지수함수적으로 가중되었기 때문에 이 방법은 모든 추정치들의 빠른 수렴을 보장한다.

참고 문헌

[1] H. Elliott, "Direct adaptive pole placement with application to nonminimum phase systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-27, pp.720-722, June 1982.

[2] H. Elliott, R. Cristi, and M. Das, "Global stability of adaptive pole placement algorithm," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-30, pp.348-356, Apr. 1985.

[3] A. Feuer, "A parametrization for model reference adaptive pole placement," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-31, pp.782-785, Aug. 1985.

[4] J.-H. Kim and K.-K. Choi, "Direct adaptive control with integral action for nonminimum phase systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-32, pp.438-442, May. 1987.

[5] M. Heymann, "Persistensy of excitation results for structured nonminimal models," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-33, pp.112-116, Jan. 1988.

[6] Y.-C. Hong, J.-H. Kim, and K.-K. Choi, "Discrete adaptive observer with exponential weighting properties," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-34, pp.229-232, Feb. 1989.

[7] T. Suzuki, T. Nakamura, and M. Koga, "Discrete adaptive observer with fast convergence," Int. J. Contr., vol. 31, pp.1107-1119, 1980.

[8] Y. Xi and G. Schmidt, "A note on the location of the roots of a polynomials," IEEE Trans.

Automat. Contr., vol. AC-30, pp.78-80, Jan. 1985.

[9] J.-H. Kim, Y.-C. Hong, and K.-K. Choi, "Design of a direct model reference adaptive pole placement control with exponential weighting properties," in Proc. Automat. Contr. Conf., ACC, Pittsburgh, PA, vol. 3, pp.2846-2848, 1989.

[10] J.-H. Kim, Y.-C. Hong, and K.-K. Choi, "Direct model reference adaptive pole placement control with exponential weighting properties," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 36, Apr. 1991, to be published.

부록

여기서는 주어진 다항식의 모든 근이 단위원 내에 존재할 조건인 monotony condition 을 이용한다 [8].

$$(20) \text{ 에서, 만약 } b_1^* > \frac{b_{j-1}^*}{b_{j-1}^*} \text{ 이면}$$

$$q_{2j} > 0, \quad j = 1, 2, \dots, r. \quad (A.1)$$

(20) 으로부터 다음을 얻을수 있다.

$$q_{2j-1} - q_{2j} = \left( \sum_{i=0}^{j-2} q_{2i} (b_1^* b_{j-1-i}^* - b_{j-1}^*) \right) - \sum_{i=0}^{j-1} q_{2i} (b_1^* b_{j-i}^*) / b_1^*$$

$$= \sum_{i=0}^{j-2} q_{2i} (b_1^* (1 - b_1^{*2} + b_2^*) b_{j-i-1}^*) - (1 + b_1^* - b_1^{*2} + b_2^*) b_{j-1}^* + b_{j-1}^* / b_1^* \quad (A.2)$$

만약 (A.1) 을 만족하고, (A.2) 가 양이면 monotony condition 의 부등식 조건을 항상 만족한다. 이것을 위해 다음과 같이 정하면

$$b_i^* = \left(\frac{1}{\beta}\right)^{i-1} b_1^*, \quad i=1,2,\dots,r \quad \text{단, } \beta > 1 \quad (A.3)$$

다음의 (A.4) 때문에 (A.1) 을 만족한다.

$$b_1^* > \frac{1}{\beta} \quad (A.4)$$

만약  $r$  이 충분히 크다면 (A.2) 는 다음과 같이 된다.

$$q_{2j-1} - q_{2j} = \sum_{i=0}^{j-2} q_{2i} \left(\frac{1}{\beta}\right)^{j-1-i} [(b_1^* - b_1^{*3})\beta^2 + (2b_1^{*2} - b_1^* - 1)\beta - b_1^* + 1] \quad (A.5)$$

(A.5) 에 있는 중괄호 항을  $\beta$  의 함수인  $F(\beta)$  로 놓으면

$$f(\beta) = (b_1^* - b_1^{*3})\beta^2 + (2b_1^{*2} - b_1^* - 1)\beta - b_1^* + 1. \quad (A.6)$$

$0 < b_1^* \leq \lambda < 1$  이므로  $(b_1^* - b_1^{*3}) > 0$  가 성립하며,  $f(\beta)$  의 근들은  $1/b_1^*$  와  $1/(1+b_1^*)$  이다.  $\beta > 1$  이므로  $f(\beta) > 0$  이기 위해  $\beta$  는 다음과 같은 조건을 가져야만 한다.

$$\beta > \frac{1}{b_1^*} \quad (A.7)$$

만약 (A.7) 을 만족하면 (A.5) 는 언제나 양이다. (A.7) 은 (A.4) 와 같은 조건이다. 그래서, (26) 과 (A.7) 로부터 다음식을 얻는다.

$$\frac{1}{\beta} < b_1^* \leq \lambda < 1.$$

같은 방법으로 (29) 도 얻을수 있다.