

## 적분기를 갖는 직접적응 극 배치 제어기의 새로운 설계 기법

김 중환\*, 이 주장\*, 임 태현\*  
\* 한국 과학 기술원 전기 및 전자 공학과

A Novel Approach to the Design of Discrete Adaptive Pole Assignment Controller with Integral Action

Jong-hwan Kim, Ju-Jang Lee, Tai-hyun Kim  
Dept. of Electrical Engineering, KAIST

### Abstract

This note presents a direct adaptive pole assignment control for general discrete, linear, time-invariant, nonminimum phase system. Controller parameters are estimated from the recursive least-squares algorithm, and some additional auxiliary parameters are obtained from a set of recursive equations based on a certain polynomial identity which is derived from the pole assignment equation and the Bezout identity. This scheme increases the numerical stability of the auxiliary parameters, and guarantees local convergence without any extra conditions for the external input. The effectiveness of the proposed scheme is demonstrated by the computer simulation.

### 1. 서론

시스템 모델이 적응 제어 계수에 의해 매개 변수화 되도록 구성된 경우에 직접 적응 제어는 직접 기준 모델 적응 제어[1], 직접 극 배치 적응 제어[2], [3], 직접 극 배치 기준 모델 적응 제어[4], [5], 등 세 가지 분야로 나눌 수 있다. 이런 적응 제어 법은 비 최소차 모델을 기초로 설계 된다.

Reference [7]에서는 적분기를 가진 직접 극 배치 적응 제어가 제안 되었다. 다른 직접 적응 제어기와 비교하여 [7]방법은 매개 변수와 된 시스템 모델은 최소차 모델 이고, 단지 제어기 매개 변수만을 추정 한다. 추정된 제어기 매개 변수들은 제어 법칙과 보조 매개 변수를 얻기 위한 설계 항등식에 쓰인다. 이때 설계 항등식을 매 샘플링 주기마다 온 라인으로 풀어야 하므로 수치적 불안정을 야기시킬 수도 있다.

이 논문에서는 이산 시간, 잡음이 없는, 선형, 시 불변, 비 최소 위상인 일반적인 시스템에 대한 직접 극 배치 적응 제어기의 보조 계수를 얻기 위한 새로운 기법을 [8]을 제안 하고자 한다. 이 방법에서는 보조 매개 변수를 추정하기 위한 보조 추정기는 매개 변수화된 형태로 구성 되었으며, 보조 매개 변수를 추정하기 위한 적응 법칙은 제어기 매개 변수 추정에서와 같이 순환식에 의해 주어진다. 보조 매개 변수들은 추정된 제어기 다항식의 공통 인자에 영향을 받지 않으므로 보조 매개 변수를 구하는 과정에서 수치적 안정도는 증가한다.

Reference [6]에서는 잡음이 없는 시스템의 직접 적응 제어의 전체적 안정도를 위한 충분한 주파수 성분 분석을 연구하였다. 제한된 크기의 외란과 모델화되지 않은 성분이 존재시 직접 극 배치 적응 제어법의 강인한 안정도는 [3]에서 찾아 볼 수 있다. 이 방법에서는 보조 매개 변수 추정기의 전체적 수렴 특성은 주파수 성분이 충분한 보조 신호에 의해 보장 되는 반면 전체 직접 적응 제어기의 수렴 특성은 국부적이다.

불안정한 비 최소 위상 시스템에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통하여 본 적응 제어 기법의 효용성을 알 수 있다.

### II 직접 극배치 적응제어

제어될 대상은 (1)식과 같이 정의한다.

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) \quad (1)$$

여기서  $u(t)$ 와  $y(t)$ 는 각각 측정 가능한 입력과 출력이다. 그리고  $A(q^{-1})$ 와  $B(q^{-1})$ 는 아래 식과 같은 단위 지연 연산자  $q^{-1}$  로 이루어진 다항식이다.

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n}$$

가정

A1: 차수  $n$  은 알고있다.

A2:  $A(q^{-1})$ 와  $B(q^{-1})$ 은 서로소이다. (단, 미지의 계수이다.)

Elliott[2]에 따라 시스템 은 식 (2)로 표현된다.:

$$A(q^{-1})z(t) = u(t)$$

$$y(t) = B(q^{-1})z(t) \quad (2)$$

여기서  $z(t)$ 만 내부 상태 변수이다. 먼저,  $A(q^{-1})$ 와  $B(q^{-1})$ 이 알려진 경우에 대한 극 배치 제어를 구성해 보자. 그런 다음 이것을  $A(q^{-1})$ 와  $B(q^{-1})$ 를 모른다는 가정 하에 극배치 적응 제어기로 설계해 보고자 한다.

### A. 제어기 구조

여기서는 (3)식에 주어진 적분기를 가진 causal feedback 제어 법칙을 생각하자.

$$S(q^{-1})u(t) = R(q^{-1})e(t) \quad (3)$$

$$S(q) = (1 - q^{-1})(1 + s_1q^{-1} + \dots + s_nq^{-n-1})$$

$$R(q) = r_0 + r_1q^{-1} + \dots + r_nq^{-n}$$

$$e(t) = y^*(t) - y(t)$$

$u(t)$ 는 제어기 출력 또는 시스템 입력이고,  $y^*(t)$ 는 임의의 한정된 set point 이고,  $e(t)$ 는 추적 오차이다.  $C(q^{-1})$ 는 차수가  $n_c \leq 2n$  인 다음과 같은 다항식이다.

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c}$$

가정 A2에 따라 (4)식을 만족하는 유일한 다항식  $R(q^{-1})$ 와  $S(q^{-1})$ 가 존재한다.

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1}) = C(q^{-1}) \quad (4)$$

이 경우  $B(q^{-1})$ 은  $q^{-1}$  에서 근을 갖지 않는다. 또한, (5)식을 만족하는 유일한 다항식  $H(q^{-1})$ 와  $K(q^{-1})$ 도 아래와 같이 존재한다.

$$\Delta, H(q^{-1}) = h_0 + h_1q^{-1} + \dots + h_{n-1}q^{-(n-1)}$$

$$K(q) = k_0 + k_1q^{-1} + \dots + k_{n-1}q^{-(n-1)}$$

$$A(q^{-1})K(q^{-1}) + B(q^{-1})H(q^{-1}) = k_0 \quad (5)$$

위식들은 식(6)을 만족한다.

$$A(q^{-1})S(q^{-1})+B(q^{-1})R(q^{-1})=C(q^{-1})(A(q^{-1})K(q^{-1})+B(q^{-1})H(q^{-1})) \quad (6)$$

(6)식 양변에  $z(t)$ 를 곱하고 (2)식을 이용하면 다음식이 나온다.

$$F(q^{-1})y(t) = G(q^{-1})u(t) \quad (7)$$

$$F(q^{-1}) = R(q^{-1}) - 1/k_o \cdot H(q^{-1})C(q^{-1})$$

$$G(q^{-1}) = 1/k_o \cdot K(q^{-1})C(q^{-1}) - S(q^{-1})$$

만약에  $C(q^{-1})$ 의 차수  $n_c$ 가 1보다 크면, (7)식은 시스템 (1)에 대한 비최소차 모델이다. 이 경우에,  $F(q^{-1})$ 와  $G(q^{-1})$ 의 공통 인수는  $(S(q^{-1})H(q^{-1}) - R(q^{-1})K(q^{-1}))$ 이다. 매개 변수화된 모델(7)은  $n_c \leq 1$  일때 시스템 모델(1)처럼 최소차 구현할 수 있고, 그러면 다음의 항등식이 만족한다.

$$k_o R(q^{-1}) - H(q^{-1})C(q^{-1}) = A(q^{-1}) \quad (8)$$

$$K(q^{-1})C(q^{-1}) - k_o S(q^{-1}) = B(q^{-1}) \quad (9)$$

식(8)과 (9)로부터 아래의 항등식을 얻을 수 있다.

$$S(q^{-1})H(q^{-1}) - R(q^{-1})K(q^{-1}) = 1 \quad (10)$$

$n$ 차인  $R(q^{-1})$ 과  $S(q^{-1})$ 는 서로소이므로  $n-1$ 차인 유일한 다항식  $H(q^{-1})$ 와  $K(q^{-1})$ 가 존재한다. 또, 가정 A2로부터 (8), (9)식의 계수  $k_o$ 는 0이 될 수 없다. (10)식의 solvability는 [7]에 언급되어 있다. 또한, (10)은 추정되는  $R(q^{-1})$ 와  $S(q^{-1})$ 를 이용하여  $H(q^{-1})$ 와  $K(q^{-1})$ 를 추정하는데 쓰일 수 있다. 주목할 점은 (4)식을 만족하는 주어진 제어기 다항식  $R(q^{-1})$ 과  $S(q^{-1})$ 를 이용하여 식 (5)나 (10)을 풀어서 다항식  $H(q^{-1}), K(q^{-1})$ 를 얻을 수 있다는 것이다.

매개 변수 추정을 위해서는 모델(7)을 선형식으로 나타내는 것이 편리하다.

$$y(t) = \phi(t)^T \theta \quad (11)$$

$$\phi(t)^T = [\phi_1(t); \phi_2(t)]$$

$$\theta^T = [\theta_1^T; \theta_2^T]$$

여기서

$$\phi_1(t)^T = [(q^{-1}-1)u(t-1), \dots, (q^{-1}-1)u(t-n+1), -y(t), \dots, -y(t-n)]$$

$$\phi_2(t)^T = [C(q^{-1})y(t), \dots, C(q^{-1})y(t-n+1), C(q^{-1})u(t), C(q^{-1})u(t-1), \dots, C(q^{-1})u(t-n+1)]$$

$$\theta_1^T = [s_1, \dots, s_{n-1}, r_0-1, \dots, r_n]$$

$$\theta_2^T = [h_0, \dots, h_{n-1}, k_1, \dots, k_{n-1}]$$

그리고,

$$h_i' = h_i/k_o; 0 \leq i \leq n-1; k_j' = k_j/k_o; 1 \leq j \leq n-1$$

$\theta_1$ 는 제어기 매개 변수 벡터이고,  $\theta_2$ 는 보조 매개 변수 벡터이다.

### B. 적응 제어기 구조

$A(q^{-1})$ 와  $B(q^{-1})$ 를 모를 경우 아래의 순환적 최소 자승법을 제어기 매개 변수 벡터를 추정하는데 이용할 수 있다.

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + L_i(t)e_i(t) \quad (12)$$

$$P_i(t) = (I_i - L_i(t)\phi_i(t)^T)P_i(t-1) \quad (13)$$

$$L_i(t) = P_i(t-1)\phi_i(t)/(1+\phi_i(t)^T P_i(t-1)\phi_i(t)) \quad (14)$$

$i = 1$  인 경우 제어기 추정기를 구성한다.

$$e_1(t) = y(t) - \phi_1(t)^T \hat{\theta}_1(t-1) - \phi_2(t)^T \hat{\theta}_2(t-1) \quad (15)$$

$\hat{\theta}_1(t)$ 와  $\hat{\theta}_2(t)$ 은 각각  $\theta_1$ 과  $\theta_2$ 의 추정된 값이다.  $\theta_2$ 의 추정치를 얻기 위해서는 추정된 제어기 매개 변수를 기초로 하여 항등식(10)을 풀어야 한다. 따라서, 추정된 보조 매개 변수는 (16)식을 통하여 얻을 수 있다.

$$\hat{S}(t, q^{-1})H(t, q^{-1}) - \hat{R}(t, q^{-1})K(t, q^{-1}) = 1 \quad (16)$$

여기서  $R(t, q^{-1})$ 와  $S(t, q^{-1})$ 는  $t$ 인 순간에 추정된 제어기 매개 변수이고,  $H(t, q^{-1})$ 와  $K(t, q^{-1})$ 는  $H(q^{-1})$ 와  $K(q^{-1})$ 의 시변 다항식으로 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{S}(t, q^{-1}) = (1-q^{-1})(1+s_1(t)q^{-1}+\dots+s_{n-1}(t)q^{-(n-1)})$$

$$\hat{R}(t, q^{-1}) = r_0(t)+r_1(t)q^{-1}+\dots+r_n(t)q^{-n}$$

$$H(t, q^{-1}) = h_0(t)+h_1q^{-1}+\dots+h_{n-1}q^{-(n-1)}$$

$$K(t, q^{-1}) = k_0(t)+k_1(t)q^{-1}+\dots+k_{n-1}(t)q^{-(n-1)}$$

위의 Dophantine식은 매 표본주기마다 온 라인으로 풀어야 한다. 이는 수치적 불안정성을 일으킬 수 있다. 따라서 [8]에서와 같이 매 표본주기마다 다항 항등식을 풀지 않고  $H(t, q^{-1})$ 와  $K(t, q^{-1})$ 를 구할 수 있는 보조 추정기가 필요하다. 이 추정기는 바로 전의 추정치와 제어기 추정기를 통하여 얻은 제어기 매개 변수를 기초로 하여 다항식  $H(t, q^{-1})$ 와  $K(t, q^{-1})$ 의 계수를 연속적으로 추정한다. 제어기 추정기와 마찬가지로 보조 추정기도 매 표본주기마다  $H(t, q^{-1})$ 와  $K(t, q^{-1})$ 를 추정 해야 한다. 이에 따라  $t$ 인 순간에 추정된 보조 다항식은 아래와 같이 주어진다.

$$\hat{H}(t, q^{-1}) = h_0(t)+h_1(t)q^{-1}+\dots+h_{n-1}(t)q^{-(n-1)}$$

$$\hat{K}(t, q^{-1}) = k_0(t)+k_1(t)q^{-1}+\dots+k_{n-1}(t)q^{-(n-1)}$$

보조 추정기는 매 표본 주기 구간  $[t_0]=[t_0; 1, N]$  동안 구성 되어질 수 있다. 여기서  $N$ 은 구간의 길이이다.

새로운 변수  $y_0(t_0)$ 와  $\hat{y}_0(t_0)$ 을 (17), (18)과 같이 정의 한다.

$$y_0(t_0) = v(t_0) \quad (17)$$

$$y_0(t_0) = (\hat{S}(t, q^{-1})\hat{H}(t_0-1, q^{-1}) - \hat{R}(t, q^{-1})\hat{K}(t_0-1, q^{-1}))v(t_0) \quad (18)$$

$v(t_0)$ 는 다음에 정의될 한정된 수열이다.

그리고  $\hat{y}_0(t_0)$ 은 (19)과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{y}_0(t_0) = \phi_0(t_0)^T \hat{\theta}_0(t_0-1) \quad (19)$$

여기서

$$\phi_0(t_0)^T = [\hat{S}(t, q^{-1})v(t_0), \dots, \hat{S}(t, q^{-1})v(t_0-n+1), -\hat{R}(t, q^{-1})v(t_0), \dots, -\hat{R}(t, q^{-1})v(t_0-n+1)]$$

$$\hat{\theta}_0(t_0-1) = [h_0(t_0-1), \dots, h_{n-1}(t_0-1), k_0(t_0-1), \dots, k_{n-1}(t_0-1)]$$

벡터  $\hat{\theta}_0(t_0)$ 을 새롭게 하기 위해서는 (12)-(14)에 있는 순환적 최소 자승법 이용이 가능하다. 여기서  $i = 0$ 이고 표본주기가  $t_0$ 이 경우 (20)과 같이 된다.

$$e_0(t_0) = y_0(t_0) - \phi_0(t_0)^T \hat{\theta}_0(t_0-1) \quad (20)$$

보조 추정기의 초기치는 전 표본 주기  $t-1$ 인 순간에 추정된 값으로 주어진다. 그러므로  $\hat{\theta}_0(N)$ 은 표본 주기  $t$ 인 순간의 추정된 보조 매개 변수 벡터이다. 만약에 표본 주기 순간에 임의의 수열  $v(t_0)$ 에 대해  $y_0(N) = \hat{y}_0(N)$ 이면, 벡터  $\hat{\theta}_0(N)$ 은 (16)식의 해이다.

표본 주기  $t$ 인 순간에 벡터  $\hat{\theta}_2(t)$ 는 다음과 같이 주어지고,

$$\hat{\theta}_2(t) = \hat{\theta}_0(N)/\hat{R}_0(N) \quad (21)$$

제어 입력  $u(t)$ 는 (22)식과 같이 주어진다.

$$\hat{S}(t, q^{-1})u(t) = \hat{R}(t, q^{-1})e(t) \quad (22)$$

매개 변수 추정을 간단하게 하기 위하여 (19)에 사용된  $\phi_0(t_0)$  대신 아래의  $\phi_0(t_0)$ 을 이용한다. 이 경우에 알고리즘의 수행에 영향을 주지 않고 계산량을 줄일 수 있다.

$$\phi_0'(t_0) = [\hat{S}(t, q^{-1})v(t_0), \dots, \hat{S}(t-n+1, q^{-1})v(t_0-n+1), -\hat{R}(t, q^{-1})v(t_0), \dots, -\hat{R}(t-n+1, q^{-1})v(t_0-n+1)]$$

III 적응 제어기의 안정도

본 절에서는 적응 폐루우프계의 안정도에 관하여 알아 보고자 한다. 먼저 보조 추정기의 매개 변수 수렴 특성을 제어기 매개 변수가 수렴 한다는 가정하에 연구한 다음 전체 시스템의 안정도에 대하여 알아 본다. 보조 추정기의 총체적 수렴 특성을 얻기 위하여 제어기 추정기와 임의의 수열  $v(t_0)$ 에 대한 아래의 가정과 보조 정리가 이용된다.

보조 정리 1. 제어기 다항식이 각각 (8), (9)의 식의로 나타내지고  $\hat{\theta}_1(0)$ 이 다음 영역에 있다면(여기서  $\mu$ 는  $\theta_1$ 에 중심을 둔 매개 변수 공간의 경이다.)

$$\|\hat{\theta}_1(0) - \theta_1\| < \mu, \quad \mu > 0 \quad (23)$$

(16)식은 모든  $t$ 에 대해 풀 수 있으며,  $\hat{\theta}_2(t)$ 는 제한된 값을 가진다.

증명: [7] 참조

A3: 제어기 추정기의 계수 벡터가 제한되어 있고 수렴한다. 즉

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{R}(t, q^{-1}) = \bar{R}(q^{-1}); \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{S}(t, q^{-1}) = \bar{S}(q^{-1})$$

그리고,  $\bar{R}(q^{-1})$ 와  $\bar{S}(q^{-1})$ 가 서로소이면,  $\bar{\phi}_0(t_0)$ 는 아래와 같이 된다.

$$\bar{\phi}_0(t_0) = [\bar{S}(q^{-1})v(t_0), \dots, \bar{S}(q^{-1})v(t_0-n+1), -\bar{R}(q^{-1})v(t_0), \dots, -\bar{R}(q^{-1})v(t_0-n+1)]$$

A4: 최소 길이가  $4n$ 인 한정된 구간  $N$ 에서  $\{v(t_0), t_0 \in N\}$ 는  $2n$ 차의 충분히 여기 가능한 수열이다. 즉

$$v(t) = \begin{cases} 1, & t=2n \\ 0, & t=1, 2, \dots, 2n-1, 2n+1, \dots, 4n-1 \\ \eta, & 4n \leq t \leq N \end{cases}$$

여기서  $\eta$ 는 임의의 실수이다 [10].

위의 가정으로부터 보조 추정기는 제어 가능한 출력이다. 왜냐하면 도달 가능한 모든 출력에 직교인 벡터는 영벡터 뿐이다. 여기서  $\{\bar{\phi}(t_0, t_0 \in N)\}$ ,  $\bar{\phi}_0(t_0) \in R^{2n}$ 인 벡터를 생각하고,  $\Phi_N(t_0)$ 을  $2n \times N$ 차 행렬로 나타내자.

$$\Phi_N(t) = [\bar{\phi}_0(t), \dots, \bar{\phi}_0(N)]$$

그러면 수열  $\{\bar{\phi}_0(t_0)\}$ 는  $N$ 차로 충분히 spanning 한다. 왜냐하면  $\epsilon > 0$  이고 정수  $t_0$ 와  $N$ 가 항상 존재하기 때문이다.

$$\lambda_{\min}(\Phi_N(t_0)\Phi_N(t_0)^T) \geq \epsilon$$

따라서 아래와 같은 정리를 얻을 수 있다.

정리 1: 만약에 가정 A3가 만족하고 가정 A4에 따라 충분히 여기 가능한 조사 수열  $v(t_0)$ 가 적용 되면 추정된 보조 매개 변수 벡터는 (24)식의 Diophantine 방정식의 해로 수렴 한다.

$$\bar{S}(q^{-1})H(q^{-1}) - \bar{R}(q^{-1})K(q^{-1}) = 1 \quad (24)$$

증명:  $\theta_0$ 가 (19)와 같이  $H(q^{-1})$ 와  $K(q^{-1})$ 의 계수로 구성하자. 그러면  $y_0(t_0)$ 는 다음과 같다.

$$y_0(t_0) = v(t_0) = \phi_0(t_0)^T + \tilde{e}_0(t_0)$$

여기서  $\tilde{e}_0(t_0) = (\bar{\phi}_0(t_0) - \phi_0(t_0))^T \theta_0$   
추정 오차는

$$y_0(t_0) - y_0(t_0) = \phi_0(t_0)^T \tilde{\theta}_0(t_0) + \tilde{e}_0(t_0)$$

이다. 여기서  $\tilde{\theta}_0(t_0-1) = \theta_0 - \hat{\theta}_0(t_0-1)$ 이다.

가정 A3로부터,

$$\lim_{t_0 \rightarrow \infty} \tilde{e}_0(t_0) = 0$$

(12)식은 다음 과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{\theta}_0(t_0) = \hat{\theta}_0(t_0-1) + P_0(t_0)\phi_0(t_0)(y_0(t_0) - \hat{y}_0(t_0))$$

그러면,

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_0(t_0) &= \tilde{\theta}_0(t_0-1) + P_0(t_0)\phi_0(t_0)(\phi_0^T(t_0)\tilde{\theta}_0(t_0-1) + \tilde{e}_0(t_0)) \\ &= P_0(t_0)P_0(0)^{-1}\tilde{\theta}_0(0) - P_0(t_0)\sum_{i=0}^{t_0} \phi_0(i)\tilde{e}_0(t_0) \end{aligned}$$

$\phi_0(1), i = 1, 2, \dots, t_0$ 는 한정 되었고,  $\lim_{t_0 \rightarrow \infty} t_0 P_0(t_0) = P_0$ 이다 여기서  $P_0$ 는 한정된 시불변 행렬이다 [8]. Toeplitz 보조 정리로부터

$$\lim_{t_0 \rightarrow \infty} 1/t_0 \sum_{i=1}^{t_0} \phi_0(i)\tilde{e}_0(t_0) = 0$$

따라서,

$$\lim_{t_0 \rightarrow \infty} \tilde{\theta}_0(t_0) = 0$$

보조 추정기를 사용하는데 있어 (16)의 풀이 가능성은 어떤 문제도 야기 하지 않는다. 왜냐하면 보조 추정기의 수렴성은  $\bar{R}(q^{-1})$ 와  $\bar{S}(q^{-1})$ 의 최종 값에만 따라 변하기 때문이다. 이는 수치적 안정도를 증가시킨다. 따라서 다음의 결과 볼 얻을 수 있다. [11]

정리 2. 가정 A1-A4와 보조 정리 1에 주어진  $\|\hat{\theta}_1(0) - \theta_1\| < \mu$  따라 적응 제어 알고리즘으로부터:  
i)  $\{u(t)\}$ 와  $\{y(t)\}$ 는 모든 시간  $t$ 에 대해 한정적이다.  
ii) 폐루우프 응답은 (25)식을 만족 한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(q^{-1})y(t) = \bar{B}(q^{-1})\bar{R}(q^{-1})y^*(t) \quad (25)$$

여기서

$$\bar{B}(q^{-1}) = \lim_{t \rightarrow \infty} B(t, q^{-1})$$

$B(t, q^{-1})$ 는  $B(q^{-1})$ 의 시변 다항식이다.

증명: [11] 참조

보조 매개 변수를 얻기 위해 도입된 보조 추정기의 총체적 수렴 특성은 가정 A4의 신호  $v(t_0)$ 에 의해 얻을 수 있으나, 시스템 전체 수렴성은 국부적이다. [7]과 비교하여 정리 2의 국부적 성질은 제어기와 추정기의 초기치 문제로부터 생긴다. 왜냐하면  $k_0(N)$ 는 어떤 표본 순간  $t_0$ 에 서도 0이 되어서는 안되기 때문이다.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

다음의 예는 본 알고리즘의 특성을 보여 준다. UDU<sup>T</sup> 인수화법 [12]이 제어기 매개 변수와 보조 매개 변수 추정에 쓰였다. 다음과 같은 시스템을 생각하자.

$$\begin{aligned} A(q) &= 1.0 - 1.2q^{-1} \\ B(q) &= q^{-1} - 3.1q^{-2} - 2.2q^{-3} \end{aligned}$$

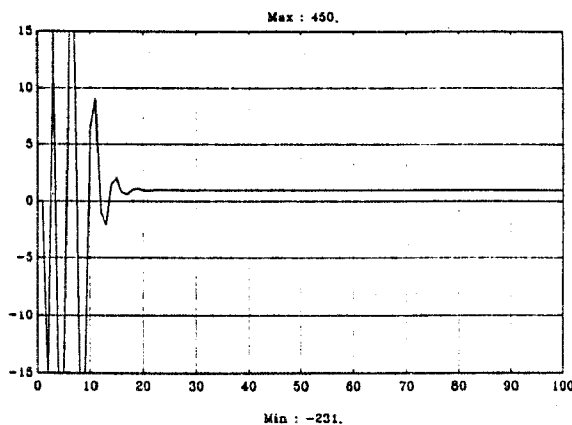
아래의 조건이 사용되었다.

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= 1.0 \\ D(q^{-1}) &= 1.0, \quad 0 \leq t \leq 100 \end{aligned}$$

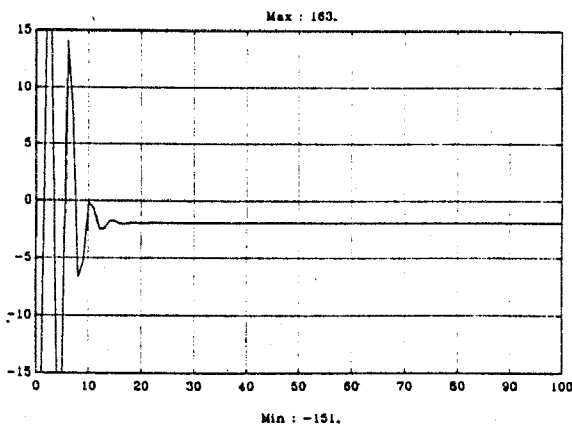
초기치  $\theta_1(t)^T$ 와  $\theta_2(t)^T$ 는 각각 [152.9 -293.1 -152.1 159.9]와 [-0.17 0.01 0.18 -0.32]로 하였고,  $N$ 은 20으로 하였다. 그림에서 보여 주듯이 출력에 정상 상태 차이가 없음을 알 수 있다. [7]의 결과와 제한된 적응 제어기의 출력과 입력의 최대 최소값을 각 초기 상태에서 비교하면 감소하였음을 알 수 있다.

References

[1]G.C.Goodwin and K.S.Sin, Adaptive Filtering, Prediction and Control, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984.  
 [2]H.Elliott, "Directive adaptive pole placement with application to nonminimum phase systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-27, pp. 720-722, June 1982.  
 [3]F.Gigi, J.M.Dion, L.Dugard, and M.'saad, "Robust pole placement direct adaptive control," IEEE Trans. Automat. Contr., vol 34, pp. 356-359, March 198, and in Proc. 26th IEEE Conf. Decision Contr., Los Angels, CA, pp. 372-377, 1987.  
 [4] A. Feuer, "A Parameterization for model reference adaptive pole-placement," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-31, pp. 782-785, Aug.1986  
 [5]J.H.Kim, Y.C.Hong, and K.K.Choi, "Design of a direct model reference adaptive pole placement control with exponential weighting properties," in Proc. Amer. Conf., Pittsburgh, PA, vol.3, pp.2846-2848, July 1989  
 [6]M.Heymann, "Persistency of excitation results for structured nonminimal models," IEEE Trans. Automat. Contr., vol.33, pp. 112-116, Jan. 1988.  
 [7]J.H.Kim and K.K.Choi, "Direct adaptive control with integral action for nonminimum phase systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-32, pp. 438-442, May 1987  
 [8]L.Mo and M.M.Bayoumi, "A novel approach to the explicit pole assignment self-tuning controller design," IEEE Trans. Automat. Contr., vol.34, pp. 359-363, Mar. 1989.  
 [9]H.Elliott, R.Cristi, and M.Das, "Global stability of adaptive pole placement algorithms," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-30, pp. 348-356, Apr. 1985  
 [10]I.Mareels, "Sufficiency of excitation," System Contr. Letters, vol. 5, pp.159-163, 1984  
 [11]G.C.Goodwin and K.S.Sin, "Adaptive control of nonminimum phase systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-26, pp. 478-483, Apr.1981  
 [12]G.J.Bierman, Factorization Method for Discrete Sequential Estimation, New York : Academic, 1977.



(a)



(b)

Fig.1 (a) Output (b) Input

V. 결론

본 논문에서는 일반적인 잡음이 없는, 선형, 시불변, 비최소 위상 시스템에 대한 적응기를 갖는 직접 극 배치 적응 제어기의 보조 매개 변수값을 추정하는 새로운 방법을 제시하였다. 적응 제어기에 적응기를 도입 함으로써 출력의 정상상태 오차를 제거 할 수 있었고, 설계 항등식의 유일한 해를 가질 조건을 만족시켜 주었다. 보조 매개 변수를 위한 보조 추정기를 이용함으로써 매 표본주기마다 항등식을 풀 필요가 없다. 이는 수치적 안정도를 증가시킬 수 있다. 또, 본 적응 제어 기법의 효용성을 불안정한, 비 최소 위상 시스템에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 확인하였다.