

비모형화 특성과 외란을 고려한 강인한 직접 적응제어기 설계에 관한 연구

○ 박 관중 김 응석 김 홍필 양 해원

한양대학교 전기공학과

A Study on the Robust Direct Adaptive Controller Design in the presence of Unmodelled Dynamics and Disturbances

○ Kwan-Jong Park, Eung-Seok Kim, Hong-Pil Kim, Hai-Won Yang

Dept. of Electrical Eng. Han-Yang Univ.

ABSTRACT

This paper presents a continuous-time robust direct adaptive algorithm in the presence of bounded disturbances and / or unmodeled dynamics. In the new algorithm, Narendra's adaptation law is adapted. And a term, proportional to the product of tracking error and normalizing signal, is added to the conventional control law. It is shown that the performance of the adaptive schemes is improved if a proportional adaptation term is added to the control law. The scalar case is only discussed in the stability analysis. Computer simulation is presented to complement the theoretical result.

구성되는 적응제어기를 제안했다. 즉 제어칙에 비례항이 추가 됨으로써 위 알고리즘의 성능을 향상시킨다. [7]의 경우 적응칙으로는 Ioannou 등[8]의 switching σ 변형법을 이용하고 제어입력에 외란과 서로상쇄되는 항을 추가시켜 주므로써 섭동이 없이 입력속에만 외란이 존재하는 경우의 안정도와 출력오차 특성이 향상됨을 보였다.

본 논문에서는 정규화 신호를 이용하여 새로운항을 제어칙에 추가시키므로써 섭동과 외란등이 각각 또는 동시에 존재할 경우에 기존의 이상적인 조건하에서의 적응칙을 그대로 사용하여도 전체 계통내의 신호들의 유계성이 보장됨을 수학적인 해석과 컴퓨터 모의실험을 통하여 보이도록한다.

1 차계에서의 적응제어

기본 방정식에 의해 주어지는 1차플랜트는 다음과 같다.

$$\dot{X} = a X + u \quad (1)$$

여기서 a 는 미지의 파라미터이고, u 는 제어입력이다. 식 (1)은 다음과 같은 2차 플랜트의 Reduced-Order 모델로 간주될 수도 있다.

$$\dot{X} = a X + u + 2\eta + d \quad (2)$$

$$\mu \dot{\eta} = -\eta - \mu u \quad (3)$$

μ 는 섭동 파라미터이고 η 는 기생상태이며, d 는 유계인 외란이다. 기준모델은 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{X}_m = -\alpha_m X_m + r \quad (4)$$

여기서 α_m 은 양의 상수이고 r 는 유계인 기준입력이다. 적응제어의 목적은 출력오차 $e (= X - X_m)$ 가 점근적으로 0으로 접근하도록 제어입력 u 를 결정하는 것이다. 이상적인 조건하에서의 적응칙과 제어칙은 다음 식으로 주어진다.

적용칙 : $k = geX$, $g > 0$ (5)

제어칙 : $u = r - kX$ (6)

위의 방법으로 구하여진 제어입력 을 식 (2) 로 주

서론

일반적으로 적응제어 이론에서는 비모형화 특성이나 외란이 존재하지 않는다는 이상적 조건하에서 대국적 안정성이 보장된다. 그러나 이상적인 가정은 실제 계통에서는 성립되지 못하고 적응제어 이론을 실제 계통에 적용시키는데 장애가 된다. 위의 가정이 만족되지 않을때 적응제어 계통의 안정도를 보장 받을 수 있도록 하는 연구가 활발하게 행하여 지고 있다. 강인성문제를 새롭게 지적한 사람은 Rohrs[1]이다. Rohrs 는 비모형화 특성이나 외란이 존재할 경우에 제어입력신호에 비모형화 특성을 여기시키는 주파수가 포함되면 무한이득 현상이 존재하게 되어 계통이 불안정하게 된다는 것을 보였다. 강인성을 향상시키기 위한 대부분의 알고리즘은 적응칙을 변형시키는 방법인데 Dead Zone 설치법[2], 파라미터 교정법[3], σ -변형법[4], E1-수정법[5] 등이 있다. Dead Zone 설치방법은 측정잡음, 비모형화특성이 고려된 제한된 외란의 크기보다 오차가 작을경우 적응을 멈추는 방법이다[2]. 그러나 이 방법은 외란의 크기를 알아야만 하고 정상상태 오차가 남는 단점이 있다. 파라미터 교정법은 파라미터의 범위를 알아야만 사용할 수 있는 방법으로 파라미터의 추정영역을 제한하여 주는 방법이다[3]. σ -변형법은 적응칙에 $-\sigma k$ 항을 덧붙여 줌으로써 적응칙의 적분동작을 제한시킨 방법이다[4]. 이 방법은 추가의 정보를 필요로 하지 않는다는 장점이 있으나 Bursting 현상이 발생하고 섭동(Parasitics)이 없는경우 정상상태오차가 남는 단점이 있다. σ -변형법에서의 σ 를 출력오차에 비례하는 항으로 대체함으로써 강인성을 향상 시키고 섭동이 없는 경우 정상상태오차를 줄일 수 있다[5]. 또한 제어칙을 변형하는 방법에는 Multi[6]가 제안한 방법과 Bai and Salam[7]이 제안한 방식등이 있는데, σ -변형법이나 e1-수정법을 사용하는 경우 안정도는 보장되지만 과도응답을 만족시키지 못한다. [6]의 경우에 이것을 성취하기 위해 비례적응항과 적분적응항으로

어진 플랜트에 적용할 경우 전체 계통내의 신호들이 유계됨을 보장할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 다음과 같은 제어칙

$$u = r - kX - \beta e \quad (7)$$

과 식 (5) 로 주어진 적응칙을 이용하여 전체계통내의 모든신호들이 유계가 되도록 하였다. 여기서 β 는 양의 상수이고 \mathbf{m} 은 다음 식으로 주어지는 정규화 신호이다.

$$\mathbf{m} = -\delta_0 \mathbf{m} + \delta_1 (|u| + |X| + 1) \quad (8)$$

$$\mathbf{m}(0) \geq \frac{\delta_1}{\delta_0} \quad (9)$$

여기서 δ_0, δ_1 은 양의 상수이다. 다음절에서는 식 (5) 의 적응칙과 본 논문에서 제안한 식 (7) 의 제어칙을 식 (2) 로 주어진 플랜트에 적용할 경우 계통내의 모든신호들이 유계가 됨을 고찰하기로 한다.

수학적 해석

이 절에서는 이상적인 경우와 외란이 존재하는 경우의 두가지 경우에 대하여 본 논문에서 제안한 제어칙의 타당성을 수학적인 해석을 통하여 증명하였다.

a) 이상적인 경우.

먼저 식 (1) 과 같은 이상적인 플랜트에 대하여 여기서 제안한 제어칙을 적용하였을 경우의 안정도를 생각해 보도록 한다.

식 (1), (4), (7)을 이용하여 오차방정식을 구하면,

$$\dot{e} = -am e + (k - k_0) X - \beta e \quad (10)$$

이 되고, Lyapunov 함수를

$$V = \frac{1}{2} \left(e^2 + \frac{(k - k_0)^2}{g} \right) \quad (11)$$

와 같이 정의하면

$$\dot{V} = -(am + \beta \mathbf{m}) e^2 \leq 0 \quad (12)$$

이 된다. 여기서 $\mathbf{m}(t) \geq \frac{\delta_1}{\delta_0}, \forall t \geq 0$

따라서 e 와 k 가 uniformly bounded 하므로 X 도 uniformly bounded 하다.

$$|u| = |r - kX - \beta e \mathbf{m}| \leq B_1 + B_2 \mathbf{m}$$

이 되는 상수 $B_1, B_2 > 0$ 가 존재하게 되고

$$|u| + |X| + 1 \leq C_1 + C_2 \mathbf{m}$$

의 관계를 만족하는 상수 $C_1, C_2 > 0$ 가 존재한다. 이제 \mathbf{m} 이 유계가 됨을 보여주므로써 제어입력 u 또한 유계가 됨을 보인다.

$$\dot{W} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{m}}^2 \quad (13)$$

위의 Lyapunov 함수의 1 차 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{W} = \mathbf{m} (-\delta_0 \mathbf{m} + \delta_1 (|u| + |X| + 1))$$

$$\leq -\delta_0 \mathbf{m}^2 + \delta_1 (C_1 + C_2 \mathbf{m}) \mathbf{m}$$

$$= -\delta_0 \mathbf{m}^2 + \delta_1 C_1 \mathbf{m} + \delta_1 C_2 \mathbf{m}^2$$

여기서 $\delta_0 > C_2 \delta_1$ 이 되도록 δ_1 을 충분히 작게 잡고 δ_0 를 상대적으로 크게 잡으면

$$= -(\delta_0 - \delta_1 C_2) \mathbf{m}^2 + \delta_1 C_1 \mathbf{m}$$

$$= -(\delta_0 - \delta_1 C_2) \left(\mathbf{m}^2 - \frac{\delta_1 C_1}{\delta_0 - \delta_1 C_2} \mathbf{m} \right)$$

$$= -(\delta_0 - \delta_1 C_2) \left(\mathbf{m} - \frac{\delta_1 C_1}{2(\delta_0 - \delta_1 C_2)} \right)^2$$

$$+ \frac{(\delta_1 C_2)^2}{4(\delta_0 - \delta_1 C_2)} \quad (14)$$

이 되므로, \mathbf{m} 도 uniformly bounded 하고, 그에 따라 u 도 uniformly bounded 하다. 그러므로 계통내의 모든신호들이 유계가 된다.

b) 외란이 존재하는 경우.

$\mu = 0$ 인 경우에 식 (2) 는 다음식으로 간단하게 표현할수 있다.

$$\dot{X} = a X + u + d \quad (15)$$

이제 식 (15), (4), (7)로 부터 오차방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{e} = -am e + (k - k_0) X - \beta e \mathbf{m} + d \quad (16)$$

Lyapunov 함수를 다음과같이 정의하면,

$$V = \frac{1}{2} \left(e^2 + \frac{(k - k_0)^2}{g} \right) \quad (17)$$

$$\dot{V} = -(am + \beta \mathbf{m}) e^2 + e d$$

$$= -am \left(e - \frac{d}{2am} \right)^2 + \frac{d^2}{4am} - \beta \mathbf{m} e^2$$

$$\leq -am \left(e - \frac{d}{2am} \right)^2 + \frac{d_{max}^2}{4am} - \beta \mathbf{m} e^2$$

(18)

와 같이 된다. 여기서 d_{max} 는 d 의 상한값이다. 따라서 e 와 k 가 유계이며, X 도 유계가 된다. e, k, X 가 모두 유계이므로 u 와 \mathbf{m} 의 유계성은 이상적인 경우에서의와 마찬가지로의 해석이 가능하게되며, 따라서 외란이 존재하는 경우에도 본 논문에서 제안한 제어칙을 적용할 경우 전체계통내의 모든 신호들이 유계임을 보장할 수 있다.

이제까지 1 차 계통에 대하여 수학적인 해석을 통한 안정도를 고찰해 보았다. 그러나 비모형화 특성이 존재하는 경우에 대한 안정도와 임의차수의 일반적인

계통에 대한 안정도는 컴퓨터 모의실험을 통하여서만 타당성을 검토하였다.

다음 절에서는 참고문헌 [6] 과 [7]의 적응제어 알고리즘과 본 논문에서 제안한 알고리즘을 컴퓨터 모의실험을 통하여 비교하기로 한다.

컴퓨터 모의 실험 및 결과

이 절에서는 본 논문에서 제안한 알고리즘과 참고문헌[6],[7]에서 제안한 알고리즘을 비교검토하기로 한다. 우선 참고문헌[6],[7]의 알고리즘을 간단히 소개하면 다음과 같다.

참고문헌[6]

$$u = r - k X$$

$$k = K + f e X, \quad f > 0$$

$$X = g e X, \quad g > 0$$

참고문헌[7]

$$u = r + k X - a e + \beta \phi, \quad a > 0$$

$$k = -\gamma (e X + \sigma k), \quad \sigma = \begin{cases} 0, & \|k\| < M \\ \sigma_0, & \|k\| \geq M \end{cases}$$

$$\dot{\phi} = -h \phi + z - \alpha_1 e, \quad h > 0$$

$$\dot{z} = -e$$

M은 실제 파라미터 norm 의 상한이며 미리 알고있는 값이다.

그림 1, 2, 4 는 다음과 같은 플랜트와 기준 모델을 사용하였을 때 결과이다.

플랜트 :

$$\frac{1}{s - 4}$$

기준 모델 :

$$\frac{1}{s + 1}$$

그림 1 은 본 논문에서 제안한 방법과 참고문헌[6]에서 제안한 방법을 1차 플랜트에 대하여 외란만이 존재하는 경우에 비교해 본 결과이다. 기준입력은 상수값으로 12 이고 외란은 $2\cos 0.5t$ 이다.

본 논문에서 제안한 방법에서 사용한 설계파라미터 β 값은 10 으로 하였으며, [6]에서 사용한 f 값은 0.3 으로 하였다.

그림 2 는 외란은 없고 기생상태만 존재하는 경우에 대하여 비교한 결과이다. 기준입력은 $\sin 8t$ 이고 기생상수 μ 는 0.01 로 하였다.

그림 3 에서 사용한 플랜트와 기준모델의 전달 함수는 다음과 같다.

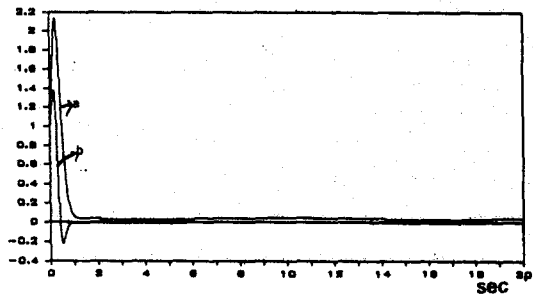
플랜트 :

$$\frac{s + 1}{s^2 - s + 2}$$

기준 모델 :

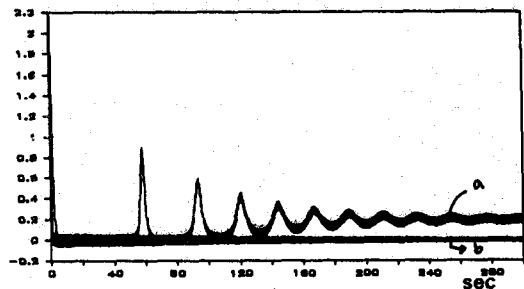
$$\frac{s + 1}{s^2 + s + 1}$$

그림 3 은 본 논문에서 제안한 방법과 참고문헌 [7]과의 비교 결과이다. 참고문헌 [7]에서는 상수값으로 나타낼 수 있는 외란이 입력속에 존재하는 경우에 대해서만 고려하였고 시간에 따라 변하는 외란에 대해서도 적용된다고 언급만을 하고 있다. 그러므로 여기서는 시변인 외란에 대해서만 비교하기로 한다. 본 논문에서 사용한 설계파라미터 β 는 100으로 하였으며, [7]에서 사용한 설계파라미터는 $M = 5, h = -5, \sigma_0 = 0.5, \gamma = 10, \alpha = 50, \beta = 5, \alpha_1 = 1$ 로 하였다. 그림 4 는 본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 외란과 기생상태가 동시에 존재하는 경우에 대하여 검토한 결과이다. 기준입력은 $\sin 8t$ 이고 외란은 $\sin 2t$ 이다.



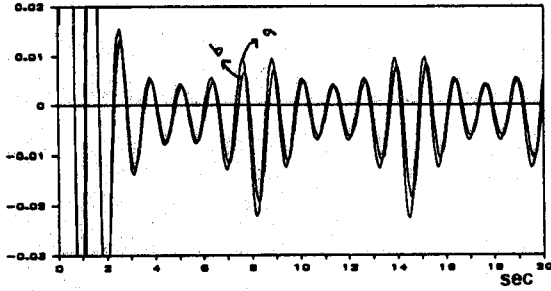
(a) [6]의 경우 (b) 본 논문의 경우
그림 1. 1 차계에서 유계인 외란이 존재하는 경우의 출력 오차
(a) Mutfi[6] (b) New Algorithm
Fig.1. Tracking error in the presence of bounded disturbances for the first-order system

그림 1 에서 알 수 있는 것 처럼 참고문헌[6]에 비해서 과도상태와 정상상태특성이 모두 향상된 것을 볼 수 있다.



(a) [6]의 경우 (b) 본 논문의 경우
그림 2. 1 차계에서 기생상태가 존재하는 경우의 출력 오차
(a) Mutfi[6] (b) New Algorithm
Fig.2. Tracking error in the presence of parasitic states for the first-order system

기생상태가 존재하는 경우에도 유계인 외란이 존재할 때와 마찬가지로 과도상태, 정상상태특성이 참고문헌 [6]에 비해서 좋아짐을 알 수 있다.



(a) [7]의 경우 (b) 본 논문의 경우
그림 3. 2 차계에서 유계인 외란이 존재하는 경우의 출력 오차

(a) Bai & Salam[7] (b) New Algorithm
Fig. 3. Tracking error in the presence of bounded disturbances for the second-order system

참고문헌[7]의 경우 입력단에만 존재하는 유계인 외란의 크기가 시간에 따라 변하지 않고 일정한 경우에만 대처할 수 있는 경우의 방법이다. 시변인 경우에는 본 논문에서 제안한 방법보다 과도상태는 좋으나 정상상태 특성은 본 논문의 방법이 우수함을 알 수 있다. 또한 [7]의 경우 사전정보가 필요하고 번수값을 적절하게 잘 선택해야만 하는 것이 단점으로 남는다.

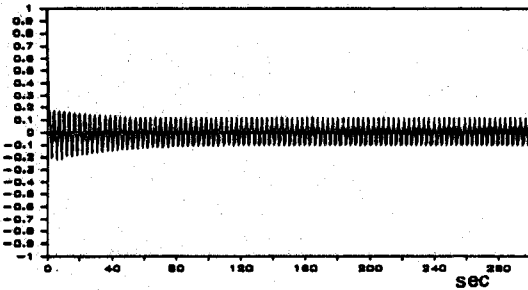


그림 4. 1 차계에서 유계인 외란과 기생상태가 모두 존재하는 경우의 출력 오차

Fig. 4. Tracking error in the presence of bounded disturbance & unmodeled dynamics for the first-order system

참고문헌[6], [7]등에서는 기생상태와 외란이 동시에 존재하는 경우에 대해서는 고려되고 있지 않기 때문에 본 논문의 방법에 대해서만 컴퓨터 모의실험을 해본 그림이다. 이러한 경우에도 계통내의 신호들이 모두 유계임을 알 수 있다.

결론

본 논문에서는 제어식을 변형시켜 줌으로써 비모형화 특성과 외란에 대하여 큰 영향을 받지 않고 전체계통내의 모든 신호들의 유계성이 보장됨을 보였고, 외란이 존재하는 경우의 안정도를 수학적 해석과 컴퓨터 모의실험을 통하여 입증하였다. 그러나 비모형화 특성에 대한 안정도는 컴퓨터 모의 실험만을 통하여 입증하였으며 따라서 수학적 해석을 통한 안정도 증명과 그에 따른 n 차 계통의 안정도 증명, 그리고 선형시변 시스템에 적용시의 타당성 검토등이 앞으로의 연구 과제로 남는다.

참고 문헌

- [1]. C. E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans and G. Stein, "Robustness of Continuous-Time Adaptive Control Algorithm in the Presence of Unmodeled Dynamics", Trans. IEEE, Vol. AC-30, no. 9, pp.881-889, 1985.
- [2]. G. Kreisselmeier, "A Robust Indirect Adaptive Control Approach", Int.J.Contr, Vol.43, no.1 pp.161-175, 1986.
- [3]. G. Kreisselmeier and K. S. Narendra, "Stable Model Reference Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances", Trans.IEEE Vol.AC-27, no. 6, pp.1169-1175, 1982.
- [4]. P. A. Ioannou and P. V. Kokotovic, "Robust Redesign of Adaptive Control", Trans. IEEE, Vol. AC-29, no. 3, pp.202-211, 1984.
- [5]. K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, "A New Adaptive Law for Robust Adaptation Without Persistent Excitation", Trans.IEEE, Vol.AC-32, no. 2, pp.134-145, 1987.
- [6]. I.H.Mufti, "An Improved Adaptive Control for Robust Adaptation", Trans. IEEE, Vol. AC-34, no. 3, pp.339-343, 1989.
- [7]. S.Bai and F. M. A. Salam, "A Robust Adaptive Controller for Linear Time Invariant Plants with External Disturbances", ACC, Vol. 3, pp.2321-2326, 1989.
- [8]. P.A.Ioannou and K.S.Tsakalis, "A Robust Direct Adaptive Controller", Trans. IEEE, Vol.AC-31, no. 11, pp.1033-1043, 1986.