

공역 경사법을 사용한 최적조류계산에 대한 새로운 접근법

조 한 형^o, 김 원 겸, 김 건 중

충 남 대학교 전기 공학과

A New Approach to Optimal Power Flow using Conjugate Gradient Method

Han-Hyung Jo^o, Weon-Kyum Kim, Kern-Joong Kim

Department of Electrical Engineering, Chung-Nam National University

ABSTRACT

This paper presents a new approach to optimal power flow (OPF) problem using conjugate gradient method. using this method, We can obtain initial feasible solution and lagrangian multiplier without calculation of matrix inversion. Test experiment shows a desirable result and a stable convergence characteristic.

1. 서 론

1950년대 워드-헤일(Ward-Hale)에 의해 전자계산기를 이용하여 전력계통의 조류계산 문제를 해결하기 위한 실질적인 해법과 가능성이 제시된 이후 이에 관한 연구가 활발히 전개되었고 이어 송전손실의 최소, 발전비용의 최소비용 등의 관점에서 최적조류계산의 해에 대한 필요성이 인식되게 되었다. 지금까지 많은 논문들이 이 문제를 해결하기 위한 방법을 제시하였지만 만족할만한 결과를 얻지 못하였고 또 제대로 운용되지 못하고 있는 실정이다. 일례로 최근에 Tinny 등이 발표한 논문[1]에서는 헤시안 Matrix를 이용한 Newton 법으로 OPF문제에 접근하였는데 active 제약조건을 선정하는데 문제가 있다. 한편 최적화 기법에는 극점비교 탐색과 gradient search방법이 있는데 전자는 극점이 많을경우 곤란하며 후자는 계산량이 많고, round off error, 정확한 허용방향(feasible direction)의 계산이 어렵고, full matrix인 경우 과다한 기억용량을 차지하는 문제가 있어 대형시스템에 적용하기가 어렵다. 따라서, 본 논문에서는 공역경사법(Conjugate-Gradient Method) [3]을 이용한 norm minimization을 시도하여 최적조류계산 해법에 관한 새로운 접근방식을 제시한다. 이 방법을 사용함으로써 해를 찾는데 일어날 수 있는 진동 현상을 피하고 역행렬계산시의 round off error를 줄일 수 있다.

2. 문제의 정식화

다음과 같은 선형 목적함수와 제약 조건을 갖는 최적화 문제를 살펴보자.

Primal problem

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & F(X) = C^T X \\ \text{subject to } & A X \leq B \end{aligned} \quad (1)$$

단, C : 목적함수 계수 벡터 [n]

A : 제약조건 행렬 [m×n]

B : 제약조건 벡터 [m]

X : 변수 벡터 [n]

이 문제를 풀기 위해 라그랑주 쌍대 함수(Lagrangian Dual Function)를 도입하면 식(1)은 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

Lagrangian dual problem

$$L[X, \lambda] \equiv C^T X + \lambda^T [A X - B] \quad (2)$$

여기서 λ 는 라그랑주 승수이고, 최적조건식(Optimality condition)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial X} = C + A^T \lambda = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = A X - B = 0 \quad (4)$$

일반적으로 최적조건식의 변수 X, λ 를 구하기 위하여 역행렬 계산을 하지만, 본 논문에서는 역행렬을 사용하지 않고 제약조건이 없는 2차함수의 최적화 기법인 공역 경사법을 사용하여 (3), (4)식을 최적화문제로 변환하여 다음과

같이 등가문제로 변환하였다.

$$(C + A^T \lambda) Q (C + A^T \lambda) = 0 \quad (5)$$

$$(AX - B) Q (AX - B) = 0 \quad (6)$$

이때 Q는 가중치 행렬이다. 따라서 최적조건식은 식 (5)와 (6)의 값을 최소화시키는 식으로 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\text{Minimize } 1/2 (A_nz X - B_nz) Q (A_nz X - B_nz) \quad (7)$$

단, $A_nz : AX - b \geq -\text{epsz}$ 인 제약조건 행렬

$$\text{Minimize } 1/2 (A_{\text{active}}^T \lambda + C) Q (A_{\text{active}}^T \lambda + C) \quad (8)$$

단, $A_{\text{active}} : \|AX - B\| \leq \text{epsz}$ 인 제약조건 행렬

2.1 공역 경사법의 도입

식(7)과 (8)을 풀기 위해 공역경사법을 도입하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize } F(X) = 1/2 (AX - B) Q (AX - B) \quad (9)$$

$$\nabla F(X) = A^T Q (AX - B)$$

$$d = -\nabla F(X)$$

식 (9) 를 공역경사법을 사용한 norm 최소화 방법에 의해 주는 방법은 먼저 현재의 목적함수의 gradient 정보 (d_j)를 가지고 $X_j + \alpha^* d_j$ 만큼 이동한 X_{j+1} 를 구한다. 이때 α^* 은 $F(X_j + \alpha^* d_j)$ 가 최소화 될때의 값이며 다음의 식에 따라 구할 수 있다.

$$\alpha^* = \frac{\alpha_1 F'(\alpha_0) + \alpha_0 F'(\alpha_1)}{F'(\alpha_0) - F'(\alpha_1)} \quad (10)$$

그 다음에 X_{j+1} 지점에서의 새로운 d_{j+1} 를 구해서 이 두정보로부터 다음식에 의해 공역 경사방향 (d_{j+1})을 만든다.

$$d_{j+1} = d_{j+1} + \frac{\|\nabla F(X_j)\|^2}{\|\nabla F(X_{j+1})\|^2} d_j \quad (11)$$

이렇게 구해진 새로운 방향 d_{j+1} 를 가지고 $X_{j+1} = X_j + \alpha^* d_{j+1}$ 에 의해 X를 갱신해 나가는 과정을 반복해 나가면 목적함수가 2차원인 경우 적어도 N회 안에 해를 구할 수 있다. 이때 $\|\nabla F(X_j)\|^2$ 이 eps 보다 적을경우 목적함수가 수렴한 것으로 판정하며 (7)식에 있어서 각 제약조건 즉, 초기 허용해를 벗어난 제약조건들의 합성 norm이 현재점에서 최소가 되었음을 의미한다.

다음에는 최적화 프로그램시 항상 문제가 되는 초기 허용해를 어떻게 구할것인가를 살펴보기로 한다.

2.2 초기 허용해

본 논문에서는 초기 허용해를 구하기 위해 초기점에서 허용 영역을 벗어난 제약조건들의 합성 Gradient 를 선형 목적함수($F_{in}(X)=C^T X$)의 Gradient(C)로 취하고 최적화 시킴

으로 해서 초기 허용해를 구할 수 있다. 진행 과정은 먼저 초기치에 해당하는 제약조건들의 만족 여부를 판정한 다음 벗어난 제약조건들로 목적함수($F_{in}(X)$)를 구성한다. 이 목적함수를 갱신해 나가면서 위의 최적조건식을 만족하는 X, λ 를 공역경사법을 이용해 구한다. 최적조건식의 X 와 λ 가 구해지면 목적함수가 감소하는 방향으로 진행방향을 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$Z = -(C + A^T \lambda) \quad (12)$$

$$z_{\text{norm}} = \|Z\|^2$$

진행방향이 결정되고나면 다음식 (13)에 의해 얼마만큼 진행할것인지를 결정한다.

$$\tau_j = \frac{b_j - a_j^T X_0}{a_j^T Z} \quad (13)$$

단, X_0 는 현재 Point

이 식중 가장 작은값이 τ_m 이 된다. 초기 허용해를 구하는 과정에서는 목적 함수를 선형으로 정의하였으므로 $X_{i+1} = X_i + \tau_m Z_i$ 에 의해 새로운 point로 이동하기만 하면 된다. 이때 (7) 에서 제약조건 벗어난 정도가 $-\text{epsz}$ 보다 큰 제약조건들을 공역 경사법을 이용하여 최적화시켜 나가면서 벗어난 정도가 $-\text{epsz}$ 보다 작은 경우 그 제약조건은 제외시키고 목적함수를 새롭게 구성한다. 초기허용해를 구하는 문제는 모든 제약조건들중에서 최대로 벗어난 제약조건인 $\text{error}(A X - b)$ 가 epsz 보다 작을때 수렴한것으로 판정한다. 한편 초기 허용해를 구할때나 원 문제(primal problem)의 목적함수를 최적화할때 (-)부호를 갖는 λ 가 발생하면 절대치가 가장 큰것을 제외시키고 다시 λ 를 구하는 과정을 반복한다.

2.3 primal problem의 최적화

일단 초기 허용해가 구해지면 원래의 문제를 최적화하게 되는데 목적함수($F(X)$)가 OP문제와 같은 비선형일경우 선형 보간법 (linear interpolation)을 하여 τ_m 의 수정을 해주어야한다. 또 최적화시 벗어나는 제약조건이 발생할 때는 초기허용해를 구하는 과정으로 돌아가게된다. 지금까지의 과정을 반복함으로써 원하는 문제를 풀 수 있게 되는데 primal problem 의 z_{norm} 이 eps의 범위안에 들어오면 최적해를 구한것으로 본다.

3. 최적화 기법의 적용

앞 절에서 설명한 최적화 기법을 전력계통에 적용시키기 위해서 먼저 문제를 정의하면 전력계통의 OP 문제는 일반적으로 다음과 같이 연료비를 최소화 하는 비선형 문제로 표현할 수 있다.

Minimize $\sum f_i(P_{Gi}) = 1/2 (A_i + B_i P_{Gi} + C_i P_{Gi}^2)$ (14)

subject to $\theta_s = 0$

$P_L^D = P_L(V, \theta)$

$Q_L^D = Q_L(V, \theta)$

$P_G \leq P_G(V, \theta) \leq \bar{P}_G$

$Q_{Gc} \leq Q_{Gc}(V, \theta) \leq \bar{Q}_{Gc}$

$V \leq V \leq \bar{V}$

1s	0.	Δθ	=	Δθ _s
	J _{LP}			ΔP _L
	J _{LQ}			ΔQ _L
	J _{GP}			ΔP _G
	-J _{GP}			-ΔP _G
	J _{GcQ}			ΔQ _{Gc}
	-J _{GcQ}			-ΔQ _{Gc}
0	1v	ΔV		ΔV
0	-1v			-ΔV

[그림 1 제약조건 행렬식의 구조]

그림 2 처럼 제약조건의 전체 구조가 결정되면 θ, V는 다음의 식에 따라 수정된다. 이때 슬랙 발전기의 θ는 기준이므로 항상 0.0으로 고정된다.

$\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta\theta_i$ (16)

$V_{i+1} = V_i + \Delta V_i$

그리고 제약조건이 비선형이므로 θ, V가 수정될 때마다 제약조건 계수행렬 [A] 와 [B]를 수정해 주어야 한다. 지금까지의 과정을 순서도로 표시하면 그림 2 와 같다.

- 단, θ_s : 슬랙 모선의 위상
- P_L^D : 부하의 유효전력 요구량
- Q_L^D : 부하의 무효전력 요구량
- A_i, B_i, C_i : 각 발전기의 발전비용 계수
- P_G, P_G : 각 발전기의 유효전력 발전량의 상, 하한치
- Q_{Gc}, Q_{Gc} : 각 발전기 및 보상기의 무효전력 발전량의 상, 하한치
- V, V : 전 모선 전압의 상, 하한치

그런데 전력방정식은 비선형이므로 위의 문제를 풀기 위해 테일러 전개를 해서 선형화하면 아래와 같다.

Primal problem

Minimize $\sum f_i(P_{Gi}) = 1/2 (A_i + B_i P_{Gi} + C_i P_{Gi}^2)$ (15)

subject to $\Delta\theta_s = 1s \Delta X$

$\Delta P_L = J_{LP} \Delta X$

$\Delta Q_L = J_{LQ} \Delta X$

$\Delta P_G \leq J_{GP} \Delta X \leq \Delta P_G$

$\Delta Q_{Gc} \leq J_{GcQ} \Delta X \leq \Delta Q_{Gc}$

$\Delta V \leq 1v \Delta X \leq \Delta V$

단, N : 모선수

$X : [\theta_1 \dots \theta_i \dots \theta_N; V_1 \dots V_i \dots V_N]$

$1s : [0 \ 1 \text{ slack } 0 \ 0], 1v : [0 \ 1]$

$J^P : \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix}, J^Q : \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix}$

J_{LP} : 부하모선에 대한 P 자코비안

J_{LQ} : 부하모선에 대한 Q 자코비안

J_{GP} : 발전모선에 대한 P 자코비안

(Slack 발전모선 포함)

J_{GcQ} : 무효전력 발전모선에 대한 Q 자코비안

(슬랙 발전기, 발전기, 보상기)

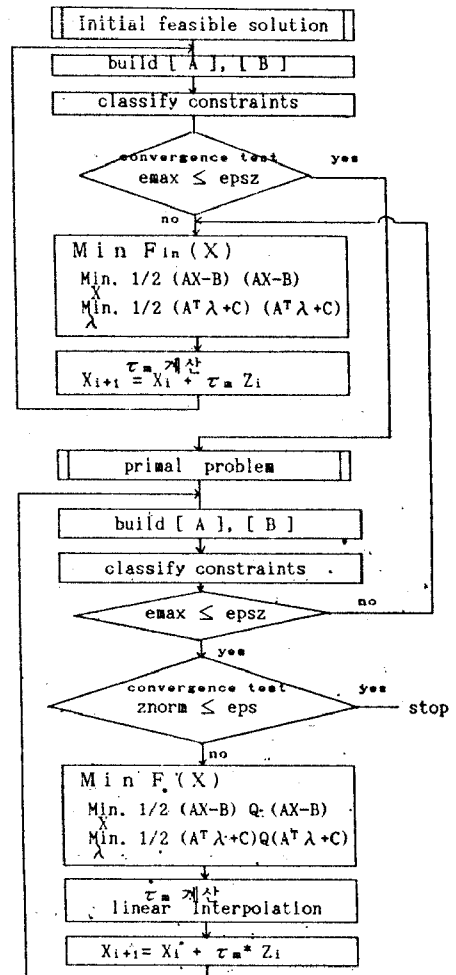


그림 2 프로그램 순서도

4. 사례 연구

본 연구의 효용성을 검토하기 위하여 그림 3 의 4 모선 샘플계통에 적용시켜 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다. 여기서 1번 모선은 슬랙모선, 2번 과 3번은 부하모선, 4번 모선은 발전기 모선이다.

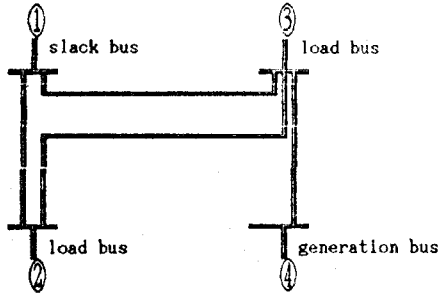


그림 3. 4 모선 샘플계통

[표 1-1] 모선 자료

모선 번호	1	2	3	4
BUS TYPE	SLACK	LOAD	LOAD	GEN.
V	1.00	1.00	1.00	1.00
TH	0.00	0.00	0.00	0.00
V	1.10	1.05	1.05	1.05
V	0.95	0.95	0.95	0.95
P ₀ [MW]	0.50	0.00	0.00	0.55
P _G [MW]	0.00	0.00	0.00	0.00
Q ₀ [MVAR]	0.50	0.00	0.00	0.55
Q _G [MVAR]	0.00	0.00	0.00	0.00
A _i	5.00	0.00	0.00	1.00
B _i	5.00	0.00	0.00	1.00
C _i	5.00	0.00	0.00	1.00

[표 1-2] 최적 조류계산 결과

모선 번호	1	2	3	4
V	1.0646	0.9619	0.9652	1.0500
TH	0.0000	-0.1018	0.0160	0.1645
P _G [MW]	0.3224	0.0000	0.0000	0.5500
P _D [MW]	0.0000	0.5500	0.3000	0.0000
Q ₀ [MVAR]	0.3965	0.0000	0.0000	0.0000
Q _D [MVAR]	0.0000	0.1300	0.1800	0.0000
P[MW]	0.3224	-0.5500	-0.3000	0.5500
Q[MVAR]	0.3965	-0.1300	-0.1800	0.0000
FX = .898380E+01 ZNORM = .129995E-15				

이 프로그램의 수행결과 전체 반복횟수는 5 번정도 걸려서 원하고자하는 최적해에 도달하였으며 만족할만한 결과를 얻을 수 있음을 [표 1-2]를 통해 알 수 있다. 한편 발전전압을 지정하지 않고 풀었기 때문에 무효전력용량이 허용하는 범위에서 전압이 자유롭게 변화하여 최적조류계산이 수행되고 있다.

5. 결론

이상에서 살펴본바에 따르면 이 논문에서 최적조류 계산에 적용된 새로운 접근방식이 해를 구하는데 있어서 효과적임을 알 수 있다. 또한 발전기의 전압을 고정하지 않고 상하한치만을 고려하여 풀었기 때문에 전압-무효전력의 제어 가 쉽다는 장점을 가지고 있다. 또한 변수 X 와 λ를 구하는데 역행렬을 사용하지 않아 계산기의 기억용량을 절감할 수 있었으며, 특히 무영벡터의 계산시 오차에 의한 편향특성을 대폭 개선할 수 있었다. 그러나 계통의 규모가 커지면 최적화 문제가 대형으로 되어 이의 효과적인 처리를 보완해야 할것이다.

6. 참고 문헌

[1] R.Y.Kwok, "Optimal Power Flow in Power System Analysis", The University of Texas at Arllington, December 1987.

[2] D.I.Sun, B.A.Hughes, W.F.Tinney, J.M.Bright, J.lamont, " Optimal Power Flow Solution by Newton's Method " ,IEEE Tutorial Course Text 87EH0262-60PWR, PP.35-48

[3] Mokhtars.Bazaraa and C.M.Shetty, "Nonlinear Programming Theory and Algorithms", pp.306-315

[4] D.I.Sun, B.Ashley, B.Brewer, A.Huges, W.F.Tinney, " Optimal Power Flow Solution by Newton Approach", IEEE, Transaction Vol. PAS-103, No 10, pp 2864-2880 , Oct.1984

[5] Donald E. Kirk, " Optimal Control Theory An Introduction, pp 373-393