

두께중진동 모드의 세라믹 필터에 관한 연구

宋 堉 泰* 鄭 仁 永*^o 辛 龍 德* 陳 弘 範*
* 成均館大學校 電氣工學科

A Study on the Thickness-Extensional mode Ceramic Filter

Sung, Joon-Tae Jeong, In-Young Shin, Young-Duck Jin, Hong-Bum
The Depart. of Electrical Engineering Sung Kyun Kwan Univ.

ABSTRACT

The theory was analyzed and the computer program was developed for simulation about ceramic filter in the state of the one-strip electrode using the energy trapping effect. They were fabricated using the PZT-4 specimen. Each of the average differences of the resonant point and bandwidth between by the theoretical calculations and by experiment results was 5.6[%] and 3.72[%], and it is considered that this difference is originated from the high temperature and stress during the process that the ceramic filter was fabricated. It is considered that the one-strip ceramic filter having a wanted characteristics and the lowest difference is fabricated easily by means of the simulation developed in this paper and the fabrication methods.

1. 서 론

본 연구는 VALPEY-FISHER사에서 제조한 PZT-4 세라믹의 두께중진동모드에 에너지트랩 현상의 이론을 적용시켰고, 필터를 제작하기 전에 시뮬레이션을 통하여 원하는 필터를 설계 제작할 수 있도록 하였으며 실험을 통하여 이론에 의한 시뮬레이션 결과와 실험에 의한 결과를 비교 검토하였다. 따라서, 본 연구는 입자변위를 기계역학적으로 해석한 이론에 세라믹재료와 전극재료의 제정수 및 진동모드를 적용해서 시뮬레이션하면 세라믹필터 특성을 얻을 수 있고, 이에의해서 시편두께와 전극폭을 변화시키면 공진주파수 이동과 대역폭을 조절할 수 있음을 보였다.

2. 세라믹 필터의 분산특성 및 삽입손실

2.1 분산특성

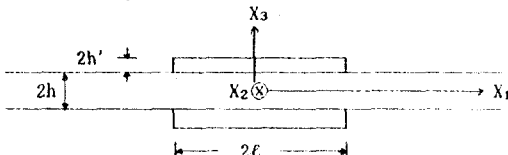


그림 1

직각좌표계 $X_i (i=1,2,3)$ 를 이용하여 강유전체 압전세라믹판을 그림 1과 같이 구성하였다. 그림 1에서 본극축은 X_3 방향이며, 전극폭은 X_1 방향으로 $2l$ 이다. 전극길이는 전극폭에 비하여 매우 크므로, X_2 방향은 무한한 것으로 가정한다. 세라믹판의 두께는 $2h$ 이고, 전극두께는 $2h'$ 이다.

2.1.1 전극이 없는 경우

전극이 없는 판에서 X_1, X_2, X_3 방향의 운동방정식과 전하방정식의 일반해는 다음과 같다. (1)

$$\begin{aligned} u_{x1} &= A_{x1} \cos \eta_{x3} x_3 \exp[i(\omega t - \xi_{x1} x_1)] \\ u_{x2} &= 0 \\ u_{x3} &= A_{x3} \sin \eta_{x3} x_3 \exp[i(\omega t - \xi_{x1} x_1)] \\ \phi_{x1} &= B_{x1} \sin \eta_{x3} x_3 \exp[i(\omega t - \xi_{x1} x_1)] \end{aligned} \quad (1)$$

η_{x3} 는 X_3 방향의 두께파수(thickness wavenumber), ξ_{x1} 는 X_1 방향의 전파파수(propagation wavenumber), ω 는 각주파수 그리고 t 는 시간이다. 식(1)을 압전 기본방정식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \xi_{x1}^2 \cos^2 \eta_{x3} - \rho \omega^2 & i(\epsilon_{13} \cos \eta_{x3}) \eta_{x3} \xi_{x1} & -i(\epsilon_{31} \sin \eta_{x3}) \eta_{x3} \xi_{x1} \\ -i(\epsilon_{13} \cos \eta_{x3}) \eta_{x3} \xi_{x1} & \epsilon_{11} \xi_{x1}^2 + \epsilon_{33} \eta_{x3}^2 - \rho \omega^2 & \epsilon_{13} \xi_{x1}^2 + \epsilon_{31} \eta_{x3}^2 \\ -i(\epsilon_{31} \sin \eta_{x3}) \eta_{x3} \xi_{x1} & \epsilon_{13} \xi_{x1}^2 + \epsilon_{31} \eta_{x3}^2 & -(\epsilon_{11} \xi_{x1}^2 + \epsilon_{33} \eta_{x3}^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{x1} \\ A_{x3} \\ B_{x1} \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

$[A_{x1} \ A_{x3} \ B_{x1}]^T \neq 0$ 의 정칙행렬이다. 따라서 식(2)가 성립하려면 좌측행렬식이 영으로 되어야 한다. 그런데 이 좌측행렬식에서 ω, ξ_{x1} 값에 대해 3개의 $(\eta_{x3})^2$ 이 존재하므로 각 $(\eta_{x3})^2$ 값을 식(2)중 임의의 두 식에 대입하면 진폭비를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{A_{x1}:A_{x3}:B_{x1}\}^{(i)} = \{\beta_{x1}^{(i)}:\beta_{x3}^{(i)}:\beta_{x2}^{(i)}\} \quad (3)$$

식(3)의 행렬식에서 ω, ξ_{x1} 값에 대해 3개의 η_{x3}^2 가 존재하므로 일반해 식(1)은 다음과 같이 각 ω, ξ_{x1} 값에 대해 3개의 해를 더한 식이 된다.

$$\begin{aligned} u_{x1} &= e^{i(\omega t - \xi_{x1} x_1)} \sum_{i=1}^3 C_{x1}^{(i)} \beta_{x1}^{(i)} \cos \eta_{x3} x_3 \\ u_{x2} &= 0 \\ u_{x3} &= e^{i(\omega t - \xi_{x1} x_1)} \sum_{i=1}^3 C_{x3}^{(i)} \beta_{x3}^{(i)} \sin \eta_{x3} x_3 \\ \phi_{x1} &= e^{i(\omega t - \xi_{x1} x_1)} \sum_{i=1}^3 C_{x2}^{(i)} \beta_{x2}^{(i)} \sin \eta_{x3} x_3 \end{aligned} \quad (4)$$

그림 1의 전극이 없는 판의 표면 $X_3 = \pm h$ 에서 경계조건은 다음과 같다.(2)

$$T_{\alpha 31} = T_{\alpha 33} = D_{\alpha 3} = 0 \quad (5)$$

식(4)는 식(5)를 만족해야 하므로 다음 식이 성립되어야 한다.

$$\sum_{n=1}^3 C_n(n) L_{\alpha j}(n) = 0 \quad (6)$$

식(6)의 ω 를 규준화된 주파수 $\Omega = \omega / \omega_0$ 로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$|L_{\alpha j}(n)| = 0 \quad (7)$$

식(7)을 만족시키는 Ω 와 γ_n 의 관계가 전극이 없는 판에서의 규준화된 본산특성곡선을 나타낸다.

2.1.2 전극이 있는 경우

전극모양이 X_2 방향으로 무한하고, X_1, X_3 방향으로 유한하므로 전극판에서는 X_1 방향으로 정재파가 형성된다. 전극이 있는 판에서의 입자변위의 일반해는 다음과 같다.(1)

$$\begin{aligned} u_{\alpha 1} &= A_{\alpha 1} \cos \eta_{\alpha} x_3 \sin \xi_{\alpha} x_1 e^{i\omega t} \\ u_{\alpha 2} &= 0 \\ u_{\alpha 3} &= A_{\alpha 3} \sin \eta_{\alpha} x_3 \cos \xi_{\alpha} x_1 e^{i\omega t} \\ \phi_{\alpha} &= B_{\alpha} \sin \eta_{\alpha} x_3 \cos \xi_{\alpha} x_1 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (8)$$

전극과 세라믹판 사이($X_3 = \pm h, -\ell < X_1 < \ell$)에서의 경계조건은 다음과 같다.(3)

$$\begin{aligned} T_{\alpha 31} &= \pm 2h'(\lambda_{\alpha}' + 2\mu_{\alpha}')u_{\alpha 1,11} \mp 2h' \rho' u_{\alpha 1} \\ T_{\alpha 33} &= \mp 2h' \rho' u_{\alpha 3} \\ \phi_{\alpha} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

'(prime)표된 것은 전극에서의 값을 나타낸다. λ' 와 μ' 는 등방성(isotropic)인 전극의 라메상수이고, $\lambda_0' = 2\lambda' \mu' / (\lambda' + 2\mu')$ 이다. 전극이 없는 경우와 마찬가지로 규준화된 식으로 놓으면 다음과 같다.

$$|L_{\alpha j}(n)| = 0 \quad (10)$$

식(10)을 만족시키는 Ω 와 γ_n 의 관계가 전극이 있는 판에서의 본산특성곡선을 나타낸다.

2.2 단일 전극 필터의 삽입손실

단위 면적당 흐르는 전류 I는 다음과 같이 나타낼 수 있다.(1)

$$I = - \int_{-\ell}^{\ell} D_3(h) dx_1 \quad (11)$$

여기서,

$$D_3 = i\omega \epsilon_{33} \frac{V_0}{2h} \left[\frac{\cos \eta h - R \eta h \sin \eta h}{\cos \eta h - (K_{33}^2 + R \eta^2 h^2) \sin \eta h / \eta h} \right] e^{i\omega t} \quad (12)$$

주파수가 실린 전압 $V = V_0 e^{i\omega t}$ 에 의한 어드미턴스 Y는 다음과 같다.

$$Y = i\omega \epsilon_{33} \frac{\ell}{h} \left[\frac{\cos \eta h - R \eta h \sin \eta h}{\cos \eta h - (K_{33}^2 + R \eta^2 h^2) \sin \eta h / \eta h} \right] \quad (13)$$

단일전극 세라믹필터의 삽입손실을 구하기 위해 그림 2와 같이 회로를 구성하였다. R은 저항이며, Z는 본 연구에서

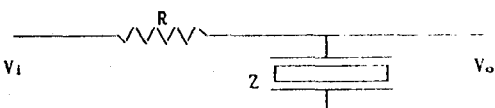


그림 2

설계 제작한 필터의 임피던스이다.

이 임피던스는 식(13)의 어드미턴스를 역수로 취해 얻은 값이다. V_1 는 입력 실효전압이고, V_2 는 출력전압이다. 삽입손실 β_0 는 식(14)와 같다.

$$\beta_0 = V_0 I = \frac{|Z|}{(k + Z)^2} V_i^2 \quad (14)$$

주파수에 대해서 입력전압 V_i 를 일정하게 인가하고, 삽입손실을 대시별로 놓으면 다음과 같이 된다. P_{max} 는 β_0 의 최대치이다.

$$dB = 10 \text{ Log } \frac{\beta_0}{P_{max}} \quad (15)$$

3. 필터특성의 시뮬레이션

본 연구에서 적용한 시편 PZT-4의 제정수과 알루미늄의 전극재료 상수는 다음과 같다.(4) s_{11} 과 s_{12} 는 전극의 라메상수(Lamé's constants)이고 ρ 와 ρ' 는 PZT-4와 전극의 밀도이다.

표 1. PZT-4 제정수과 알루미늄재료 상수

$c_{11} = 13.90 \times 10^{10}$ [N/m ²]	$\epsilon_{11} = 6.463 \times 10^{-9}$ [F/m]
$c_{13} = 7.43 \times 10^{10}$ [N/m ²]	$\epsilon_{33} = 5.622 \times 10^{-9}$ [F/m]
$c_{33} = 11.50 \times 10^{10}$ [N/m ²]	$\rho = 7.6 \times 10^3$ [kg/m ³]
$c_{44} = 2.56 \times 10^{10}$ [N/m ²]	$s_{11} = 30.90 \times 10^{10}$ [C/m ²]
$e_{16} = 12.70$ [C/m ²]	$s_{12} = 18.70 \times 10^{10}$ [C/m ²]
$e_{31} = -5.20$ [C/m ²]	$\rho' = 21.40 \times 10^3$ [kg/m ³]
$e_{33} = 15.10$ [C/m ²]	

이와 같은 시편의 제정수들을 이용하여 표2와 같은 단일전극 필터를 설계하였다.

표 2. 설계된 단일 전극 세라믹 필터의 제정수

NO.	시편두께 mm	전극폭 mm	전극두께 mm	전극질량 kg
F-1	7.16x10 ⁻⁴	1.0x10 ⁻³	5.6x10 ⁻⁷	3.0x10 ⁻⁷
F-2	5.50x10 ⁻⁴	1.5x10 ⁻³	5.6x10 ⁻⁷	4.5x10 ⁻⁷
F-3	5.54x10 ⁻⁴	2.0x10 ⁻³	5.6x10 ⁻⁷	6.0x10 ⁻⁷
F-4	3.52x10 ⁻⁴	2.5x10 ⁻³	5.6x10 ⁻⁷	7.5x10 ⁻⁷

세라믹필터의 에너지트랩 현상이 나타날 수 있는 조건과 그 범위를 얻기 위하여 시뮬레이션하였다. 본산특성을 구하기 위하여 기준점의 계산이 필요한 데, 전극이 없는 경우에서의 $\gamma_n = 0$ 로 하고 전극이 있는 경우에서의 $\gamma_n = 0$ 로 하면 대칭 두께미끄럼진동주파수(symmetric thickness-shear frequency)

$$\omega_n = (c_{44} / \rho)^{1/2} \frac{n\pi}{2h} \quad n=2, 4, 6, \dots \quad (16)$$

와 비대칭 두께중진동주파수(antisymmetric thickness-extensional frequency)

$$\omega_n = (\bar{c}_{33} / \rho)^{1/2} \frac{n\pi}{2h} \quad n=1, 3, 5, \dots \quad (17)$$

를 구할 수 있다. 여기서, $\bar{c}_{33} = e_{33}^2 / \epsilon_{33}$ 이다. 이들 값을 초기치로 하고 α_{n1} 와 α_{n2} 를 구한후 진폭비 $\beta_{\alpha j}^{(i)}$ $\beta_{\alpha j}^{(i)}$ 를 구한다. 또 Ω, γ 를 구한다. 그림 3은 필터 F-1, F-2, F-3, F-4의 기본모드의 본산특성곡선이다. 점선은 전극이 없는 경우이고 실선은 전극이 있는 경우이다. 삽입손실은 식(14)로 부터 산출하였다. 필터 F-1, F-2,

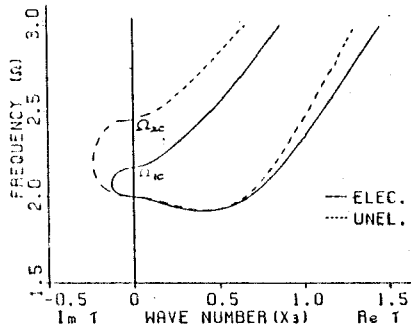


그림. 3

F-3, F-4의 삽입손실에 대한 시뮬레이션 결과를 각각 그림 4, 그림 5, 그림 6, 그림 7에 나타내었다. 각 그림에서 삽입손실이 가장 큰 부분이 공진점이다.

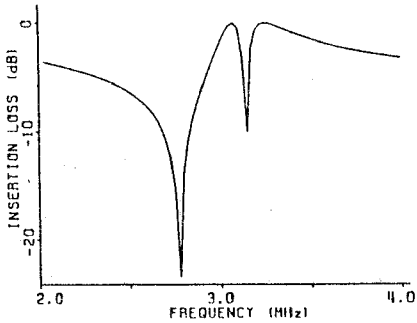


그림. 4

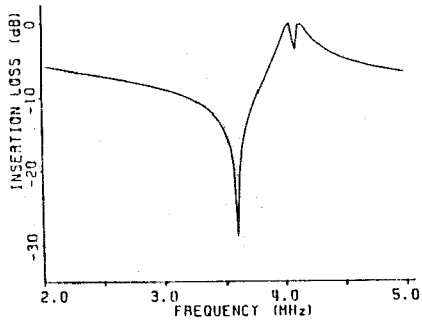


그림. 5

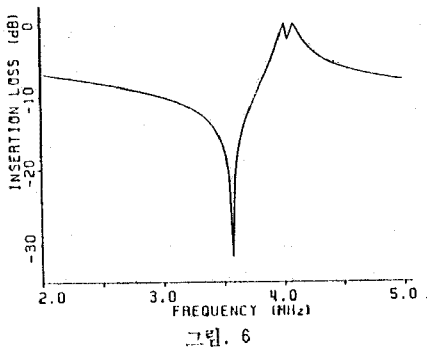


그림. 6

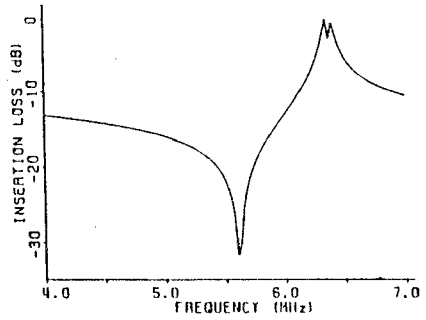


그림. 7

4. 실험 및 결과고찰

4.1 실험

주계방향으로 분극시킨 PZT-4의 세라믹판에 전극부착을 표 2와 같이 구성하였다. 그림 2에 제시한 회로를 구성하여 공진점을 측정하였다. 필터 F-1, F-2, F-3, F-4의 주파수특성을 사진 1, 사진 2, 사진 3, 사진 4에 각각 보았다.

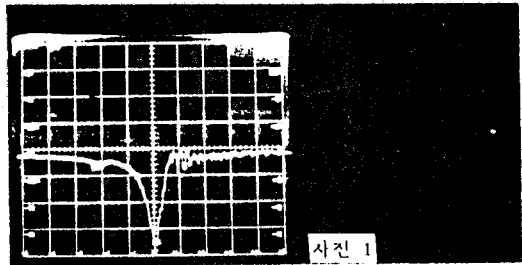


사진 1

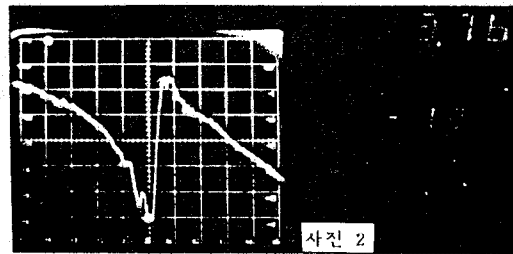


사진 2

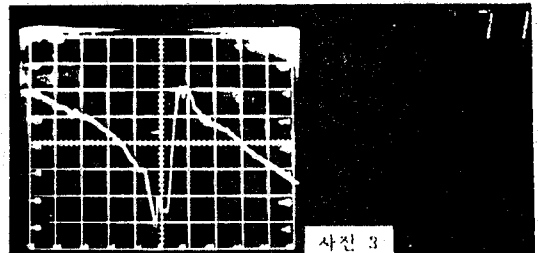


사진 3

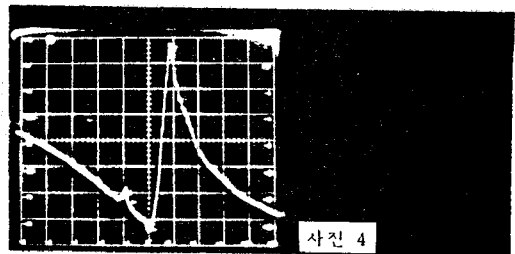


사진 4

4.2 시뮬레이션과 실험결과와의 고찰

각 그림의 $\Omega_{1c} < \Omega < \Omega_{2c}$ 의 주파수 범위에서, 전극이 없는 판의 기계적변위 u_{03} 는 X_1 방향의 전파파수 γ 가 음의 허수값이 되므로 지수적으로 감쇄하는 파가 되고, 전극이 있는 판의 u_{03} 는 γ 가 실수값이므로 정현파가 된다. 즉, 기계적변위는 전극부분에서는 정재파 진동을 하며, 무전극부분에서는 감쇄진동을 한다. 그러므로, $\Omega_{1c} < \Omega < \Omega_{2c}$ 사이의 규준화주파수 Ω 는 전극부분 아래에 있는 세라믹 판에서 에너지트랩이 된다. 이 주파수간격을 에너지트랩 주파수범위라 한다. 사진 1 - 사진 4에서 세로축은 삽입손실[dB]이며 가로축은 주파수이다. 오른쪽 위의 값이 공진점의 주파수를 나타낸다. 그림 4 - 그림 5의 삽입손실 공진점 시뮬레이션 이론치와 사진 2 - 사진 5의 삽입손실의 실험 측정치가 거의 일치하고 있음을 보였다. 이 결과값을 나타내면 표 3과 같다.

표 3. 단일 전극의 세라믹 필터의 공진점

No.	F _a MHz	F _b MHz	이론치 MHz	측정치 MHz	오차 %
F-1	3.16	2.56	2.77	2.96	6.86
F-2	4.11	3.3	3.60	3.76	4.44
F-3	4.08	3.31	3.58	3.71	3.63
F-4	6.43	5.21	5.61	6.04	7.66

표 3에서 F_a는 그림 4에 표시한 Ω_{1c} 인 점의 주파수를 나타내고 F_b는 Ω_{2c} 인 점의 주파수를 나타낸 것이다. 이 F_a, F_b는 규준화된 주파수 Ω 를 각주파수 ω 로 나타낸 것이다. 표 4는 필터 F-1, F-2, F-3, F-4의 대역폭을 이론치와 측정치로 나타낸 것이다.

표 4. 단일 전극의 세라믹 필터의 대역폭

No.	F-1	F-2	F-3	F-4
이론치 KHz	17.00	16.21	16.49	56.93
측정치 KHz	18.11	16.67	16.20	54.79
오차 %	6.53	2.84	1.76	3.76

이론치는 삽입손실 그림 8 - 그림 11로부터 산출하였고, 측정치는 삽입손실 사진 1 - 사진 4로부터 얻었다.

5. 결 론

1. 두께중진동모드의 에너지트래핑 효과가 일어날 조건은 다음과 같다.

$$c_{33} + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}} > 4 c_{44}$$

- 두께중진동 기본모드의 에너지트랩 주파수 범위는 $\Omega_{1c} < \Omega < \Omega_{2c}$ 이다.
- 삽입손실의 이론에 의한 파형과 측정에 의한 파형이 약간의 차이 보인다.
- 이론에 의한 공진점과 측정치가 평균 5.6[%]의 오차를 보인다.
- 시편두께 h가 얇을 수록 공진점은 점점 더 높은 주파수에서 나타나고 또한, 대역폭도 더 넓어지는 현상을 보이고 있다. 대역폭의 이론치와 측정치가 평

균 3.72[%]오차를 보이지만 비교적 정확한 값을 얻었다고 사료된다.

참 고 문 헌

- (1) D.V.Shick, Analytical Studies of Thickness-Extensional Trapped Energy Mode Resonators and Transducers, PhD, 1984.
- (2) H.F.Tiersten and B.K.Sinha, Ultrason. Instit. Elect. Electron. Eng., New York, pp.167-171, 1978.
- (3) H.F.Tiersten, Liner Piezoelectric Plate Vibrations, Plenum Press, New York, 1969.
- (4) Piezoelectric Ceramic-Typical Room Temperature Data, Vernitron Ceramics Cooperatoin.
- (5) H.F.Tiersten, J. Acoust. Soc. Am., Vol.35, No.1, pp.53-58, 1963.
- (6) R.D.Mindlin, U.S. Army Signal Corps Eng.Lab., Fort Monmouth, N.J. 1955. Signal Corps Contract DA-36039 SC-56772.
- (7) H.F.Tiersten, Liner Piezoelectric Plate Vibrations, Plenum Press, New York, 1969.