

슬라이딩 모드 PID 제어법을 이용한 유도 전동기의 위치제어

이 윤 중 김 희 준 손 영 대 장 동 제\*

한양대학교 전기공학과

Position Control of Induction Motor Using the Sliding Mode PID Control Method

Yoon Jong Lee, Hee Jun Kim, Young Dae Son, Dong Jae Jang

Dept. of Electrical Eng. in Han Yang Univ.

ABSTRACT

This paper presents the three section sliding mode control algorithm based on hysteresis current control and indirect field oriented control method, and applies it to the position control of induction motor.

The three section sliding trajectories are defined in such a way that the system responds following a max acceleration line, then a max speed line, and finally a max deceleration line.

This control scheme solves the problem of robustness loss during the reaching phase that occurs in conventional VSC strategy, and ensures the stable sliding mode and robustness enhancement throughout an entire response.

Also, the PID controller operating in parallel is adopted to eliminate the sliding mode's collapse phenomenon near the origin caused by steady state chattering phenomenon

Digital simulation results confirm that the dynamic performance of the system is insensitive to parameter variations and disturbances.

1. 서론

최근 유도 전동기에 의한 구동제어 기술의 고도화 및 정밀도가 점점 요구되고 있는데 제어 시스템의 성능을 나타내는 평가 지표의 하나인 강인성은 일반적으로 사용되어 온 선형 상태 궤환 제어나 PID 제어가 만으로는 얻기 곤란한 중요한 특성중의 하나이다. 이 강인성을 증시킨 제어방식으로서 가변 구조계의 이론을 이용한 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control) 방식이 최근 주목을 받고 있으며 실제 전동기 위치제어 시스템에 적용한 논문이 다수 발표되고 있다.<sup>[1]-[8]</sup> 1960년대 부터 소련에서 이론 연구가 진행되어 온 가변 구조계 이론은 실용화의 곤란성 때문에 일시 연구가 중단되었다가 최근의 고속 스위칭 반도체 소자와 마이크로 프로세서의 발전으로 고속연산 및 스위칭이 실현 가능하게 되어 다시 각광을 받고 있다.

이는 제어 대상의 상태에 따라서 제어기의 궤환 이득을 바꿔 상태 공간상에 설정한 스위칭 평면(Switching Hyperplane) 근방에 상태를 구속하면서 목표값에 도달시키는 제어 방식인데, 상태가 이 평면상에서 동작할 경우의 시스템은 원래의 시스템과는 무관하게 되며 파라미터의 변동이나 외란에 거의 둔감한 특성을 갖는다.

그러나, 이러한 종류의 슬라이딩 모드 제어 시스템에서의 문제점은 원점 근처에서만 슬라이딩 모드가 존재하므로 시스템의 전 응답 영역에서의 둔감성은 보장할 수 없다는 점이다.

즉, Reaching Phase 동안의 강인성이 상실 되는 문제가 있다.

따라서, 본 논문에서는 유도 전동기의 AC Servo와의 한 방법으로서 히스테리시스 전류제어 방식과 간접 벡터제어 이론을 기본으로 한 3-section 슬라이딩 모드 제어 알고리즘을 제시하였으며 이를 유도 전동기의 위치제어에 적용하였다.

그 결과, 상태 평면상의 상태 궤적이 그리는 전 영역에서 안정한 슬라이딩 모드와 강인성 향상을 얻을 수 있었으며 또한, 정상상태 근처에서 제어입력의 진동으로 인한 슬라이딩 모드의 파괴현상은 PID 제어기의 접속으로 해결 가능하였다.

2. 유도기의 모델링과 벡터제어

동기속도로 회전하는 회전 기준속상에서의 3상 농형 유도 전동기의 전압 방정식은 식 (1)과 같다.<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} V_{qs} &= R_s I_{qs} + (\omega_s/\omega_b) \Phi_{ds} + (p/\omega_b) \Phi_{qs} \\ V_{ds} &= R_s I_{ds} - (\omega_s/\omega_b) \Phi_{qs} + (p/\omega_b) \Phi_{ds} \\ V_{qr} &= R_r I_{qr} + (\omega_s - \omega_r)/\omega_b \Phi_{dr} + (p/\omega_b) \Phi_{qr} \\ V_{dr} &= R_r I_{dr} - (\omega_s - \omega_r)/\omega_b \Phi_{qr} + (p/\omega_b) \Phi_{dr} \end{aligned} \quad (1)$$

단, p는 미분연산자,  $\omega_b$ 는 base 속도,  $\omega_s$ 는 동기속도,  $\omega_r$ 은 회전자 속도를 나타낸다.

이때 각 전류성분들은 다음 식과 같이 최고자속 성분들로 구할 수 있다.

$$\begin{cases} I_{qs} = \frac{1}{X_{ls}} (\Phi_{qs} - \Phi_{mq}) \\ I_{ds} = \frac{1}{X_{ls}} (\Phi_{ds} - \Phi_{md}) \\ I_{qr} = \frac{1}{X_{lr}} (\Phi_{qr} - \Phi_{mq}) \\ I_{dr} = \frac{1}{X_{lr}} (\Phi_{dr} - \Phi_{md}) \end{cases} \quad (2)$$

여기서,  $\Phi_{mq} = X_m (I_{qs} + I_{qr})$

$\Phi_{md} = X_m (I_{ds} + I_{dr})$

발생 토오크는 다음 식과 같다.

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{1}{\omega_b} (\Phi_{qr} I_{dr} - \Phi_{dr} I_{qr}) \quad (3)$$

유도기의 벡터제어시 완전한 벡터제어를 가정하면 회전자 자속의 q축 성분은 영이 되며 d축 성분 역시 거의 일정하므로 토오크는 q축 전류 성분만에 의해서만 제어된다. 그러므로 회전자 쇠고 자속의 식은 다음과 같이 표시된다.

$$\Phi_{qr} = X_{lr} I_{qr} + X_m (I_{qs} + I_{qr}) = 0 \quad (4)$$

$$\Phi_{dr} = X_{lr} I_{dr} + X_m (I_{ds} + I_{dr}) = \Phi_r$$

유도 전동기의 벡터제어 블록선도는 그림 1 과 같다.

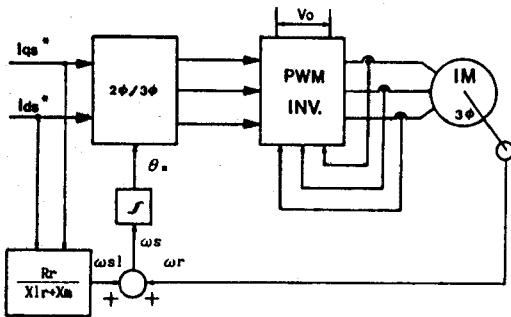


그림 1. 유도기의 벡터제어 블록선도

또한, 벡터제어시 회전자 저항 변동의 보상이 이상적이라면 유도전동기의 응답 특성은 직류기와 같게 되며 그 응답은 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\begin{cases} T_e = K_t I_{qs} + \frac{P}{2} \frac{T_B}{J} T_L \\ \frac{d\omega_r}{dt} = (T_e - T_L)/J \\ \theta_r = \int \omega_r dt \end{cases} \quad (5)$$

여기서,  $K_t = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{X_m}{X_{lr} + X_m} \frac{1}{\omega_b} \Phi_r$

윗 식의 첫 번째 식은 회전자 자속을 일정하게 두었을 때 식 (4)의 첫 번째 식으로부터  $I_{qr}$ 을 구하여 식 (3)에 대입한 결과이다. 단,  $T_L$ 은 부하 토오크,  $J$ 는 관성 모멘트이다. 시스템의 상태변수를 식 (6)과 같이 두면

$$[X_1, X_2, X_3]^T = [\theta^* - \theta, -\omega_r, \Phi_r]^T \quad (6)$$

이 때의 상태 방정식은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = X_2 \\ \frac{dX_2}{dt} = -K I_{qs} + \frac{P}{2} \frac{T_B}{J} T_L \\ \frac{dX_3}{dt} = \frac{X_m}{T_r} I_{ds} - \frac{\omega_b}{T_r} X_3 \end{cases} \quad (7)$$

여기서,  $K = \frac{P}{2} \frac{T_B}{J} K_t$  이며  $T_B$ 는 base 토오크이다.

벡터제어시, 과도상태에서의  $X_3$  즉 회전자 자속의 변화는 매우 적으므로 이는 파라미터의 변동이라고 생각할 수 있으며  $X_3$ 를 상수로 취급할 수 있다. 즉,  $dX_3/dt = 0$  이다. 그러므로, 식 (7)의 상태 방정식은 식 (8)과 같이 간략화된다.

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = X_2 \\ \frac{dX_2}{dt} = -K I_{qs} + \frac{P}{2} \frac{T_B}{J} T_L \end{cases} \quad (8)$$

### 3. 가변 구조 제어 시스템

#### 3-1. 3-section 슬라이딩 모드

3-section 슬라이딩 모드 제어에서 위상 평면상의 각 구간을 그림 2와 같이 선택한다. 슬라이딩 궤적은 그림 2에서 알 수 있듯이 가속구간과 정속구간 및 감속구간으로 나누어진다.

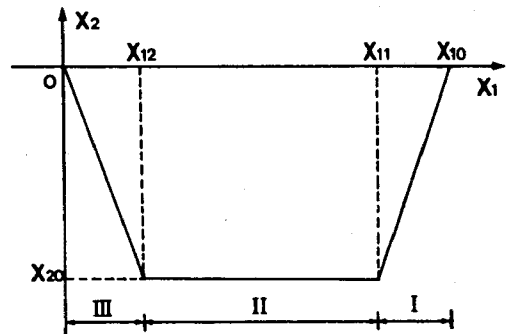


그림 2. 3-section 슬라이딩 궤적

구간 1 ( $X_{11} \leq X_1 \leq X_{10}$ ) 즉, 가속 구간에서의 슬라이딩 궤적은 다음 식과 같다.

$$S_1 = X_2 - C_1(X_1 - X_{10}) \quad (9)$$

여기서,  $X_{10}$ 는 전동기의 초기 위치오차를 의미한다.

구간 2 ( $X_{12} \leq X_1 \leq X_{11}$ ) 즉, 정속 구간에서의 슬라이딩 궤적은 다음 식과 같다.

$$S_2 = X_2 + X_{20} \quad (10)$$

여기서,  $X_{20} \leq X_{2max}$  이며  $X_{2max}$ 는 전동기의 최대 속도를 나타낸다.

다음으로 구간 3 ( $0 \leq X_1 \leq X_{12}$ ) 즉, 감속 구간에서의 슬라이딩 궤적은 다음 식과 같다.

$$S_3 = X_2 + C_3 X_1 \quad (11)$$

식 (9)와 (11)에서 설정한 스위칭 라인의 기울기인  $C_1$ 과  $C_3$ 는 그림 3과 같은 경계의 내부에서 최대값이 되도록 정한다.

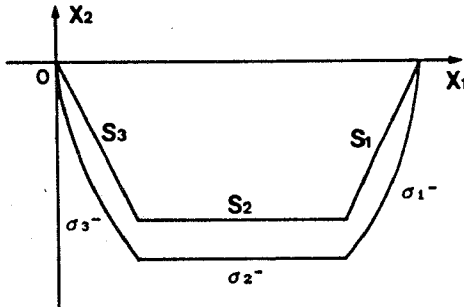


그림 3. 슬라이딩 모드 존재의 경계곡선

이 경계는 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 조건식인 다음 식으로부터 구할 수가 있다.

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \dot{S} \leq 0 \quad (12)$$

즉, 식 (12)를 이용하여 다음과 같은 각 구간의 경계식들을 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \sigma_1^- = X_2^2 + K_{iqa} (X_1 - X_{10}) \\ \sigma_2^- = X_2 + X_{2max} \\ \sigma_3^- = X_2^2 + K_{iqa} X_1 \end{cases} \quad (13)$$

이 때 구간 3내에서의 스위칭 라인의 기울기인  $C_3$ 를 최대로 정할 때 제어기 및 스위칭 소자의 지연 현상과 측정 불가능한 노이즈등의 영향으로 인해 제어입력이 진동하게 되어 스위칭 점이 스위칭 라인으로 부터 벗어나는 현상이 생긴다. 이 때의 상태 궤적을 그림 4에 나타내었다.

이 순간 제어기를 슬라이딩 모드에서 PID 제어로 바꿔줌으로써 이를 해결할 수 있는데 이 경우 제어기가 PID이므로 강인성을 보장할 수 없다. 그러나 PID 제어 기간은 아주 짧은 시간이며 부하시에는 계속 슬라이딩 모드 제어기로 운전하면 문제가 없다. 다만 슬라이딩 모드와 PID의 병렬 운전 접속시 불연속성으로 인한 출력 형태의 불완전성 문제는 실

험시는 연구해야 할 문제이다. 시뮬레이션에서는 PID 계인의 적당한 값으로 어느 정도 이 문제를 해결할 수 있었다.

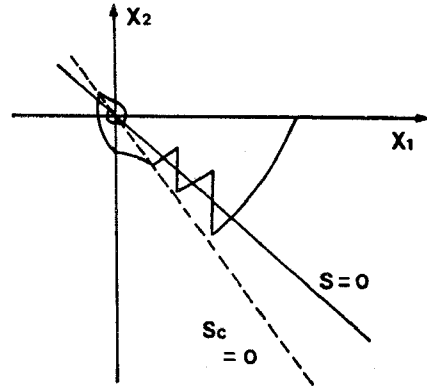


그림 4. 채터링 현상으로 인한 상태궤적의 이탈

본 논문에서 사용한 제어입력의 형태는 다음 식과 같다.

$$U = \psi_1 X_1 + \psi_2 X_2 + K_f \operatorname{sgn}(S) \quad (14)$$

여기서,

$$\psi_1 = \begin{cases} \alpha_1, & S_1 X_1 > 0 \\ \beta_1, & S_1 X_1 < 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\psi_2 = \begin{cases} \gamma_1, & S_1 X_2 > 0 \\ \zeta_1, & S_1 X_2 < 0 \end{cases} \quad (16)$$

제어기의 이득  $\psi_1, \psi_2, K_f$ 의 조건을 식 (12)의 슬라이딩 모드 존재조건으로부터 구하여 표 1에 나타내었다.

표 1 각 이득의 조건

	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$	$\zeta_i$
$S_1$	$\alpha_1 > 0$	$\beta_1 < 0$	$\gamma_1 > -\frac{C_1}{K}$	$\zeta_1 < -\frac{C_1}{K}$
$S_2$	$\alpha_2 > 0$	$\beta_2 < 0$	$\gamma_2 > 0$	$\zeta_2 < 0$
$S_3$	$\alpha_3 > 0$	$\beta_3 < 0$	$\gamma_3 > \frac{C_3}{K}$	$\zeta_3 < \frac{C_3}{K}$
	$K_f > \frac{P}{2} \frac{T_B}{J} \frac{1}{K} T_L \operatorname{sgn}(S_1)$			

### 3-2. PID 제어기

전동기 위치의 PID 제어기는 다음 식과 같다. (17)

$$Iqs(n) = Iqs(n-1) + (Kp + Ki T + Kd/T) \Delta \theta(n) + (-(Kp + 2Kd/T)) \Delta \theta(n-1) + (Kd/T) \Delta \theta(n-2) \quad (17)$$

위의 두 가지 제어기를 가지는 전체 시스템의 블록선도를 그리면 그림 5와 같다.

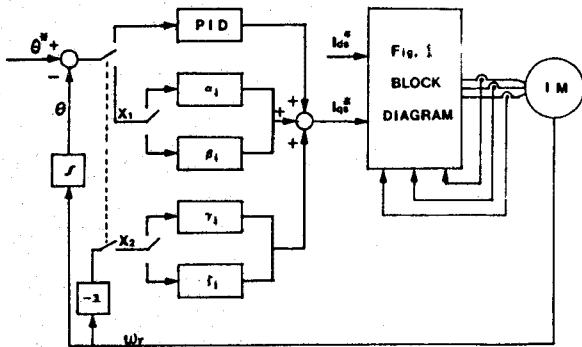


그림 5. 제어 시스템의 블록선도

4. 시뮬레이션

시뮬레이션에 이용한 모터는 3 HP 유도기이며 그 정수는 아래와 같다.

3 HP, 220 Volts, 1710 rpm,  
 $R_s = 0.435 \Omega$ ,  $X_{ls} = 0.754 \Omega$ ,  $X_m = 26.13 \Omega$ ,  
 $X_{lr} = 0.754 \Omega$ ,  $R_r = 0.816 \Omega$ ,  $J = 0.089 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

또한 simulation에 이용한 각 gain 값은 표 2 와 같다.

표 2 적응 이득값

	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma_1$	$\zeta_1$
S <sub>1</sub>	1	-1	.345	-.628
S <sub>2</sub>	1	-1	0	0
S <sub>3</sub>	.54	-3.054	.835	-.188
$K_f = 30.345$				

그림 6(a) 와 (b)는 종래의 슬라이딩 모드 제어방식에 의한 출력파형과 상태궤적이며, 그림 7(a) 와 (b)는 본 방식에 의한 출력파형과 상태궤적이다. 이때 부하는 50% (7 N·m) 인가하였다. 그림 8은 PID와 병렬운전시의 출력파형이며 그림 9는 관성이 2배일 때의 출력파형이다.

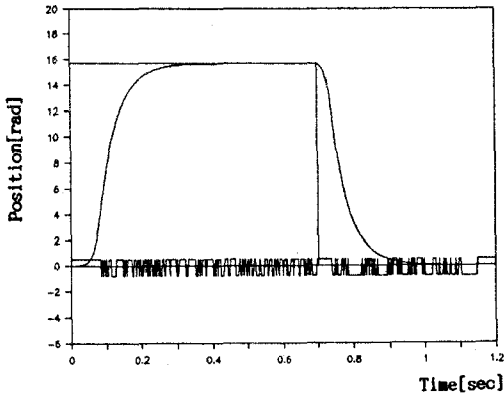
5. 결 론

종래의 슬라이딩 모드제어 방식에서는 reaching time까지 선형 궤환 이득을 가지므로 강인성을 보장할 수 없으나 본 3-section 방식의 적용시에는 초기 상태에서부터 강인성을 보이고 있음을 알 수 있다. 또한, 정·역 방향의 운전시에도 서로 일정한 궤적을 얻었다.

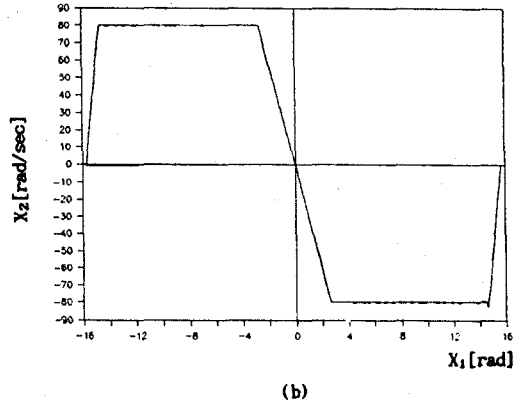
시스템의 여러 chattering 요소로 인한 상태궤적 이탈을 PID 제어기로 보상할 경우 구조의 자연스런 접속이 요구되는데 본 연구에서는 적절한 계인의 선정으로 구조변화시의 출력 변화를 최소화 시켰다.

6. 참고 문헌

- [1] V.I.Utkin, "Variable Structure Systems with Sliding Modes", IEEE Trans. on Automatic control, Vol.AC-22, no.2, pp.212-222, April, 1977.
- [2] U.Itkis, Control Systems of Variable Structure, John Wiley and Sons, New York, 1976.
- [3] V.I.Utkin, "Variable Structure Systems: Present and Future", Automa. & Remote Control, Vol.44, no.9, pp.1105-1120, 1983.
- [4] 이운중, 손영대 외, "적용 가변구조 제어이론에 의한 영구자석형 동기전동기의 위치제어", 대한전기학회 학계 학술 논문집, pp.591-595, 1989.
- [5] A.Sabanovic and D.B.Izosimov, "Application of Sliding Modes to Induction Motor Control", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol.IA-17, no.1, pp.41-49, Jan./Feb., 1981.
- [6] F.Harashima, H.Hashimoto and S.Kondo, "MOSFET Converter-Fed Position Servo System with Sliding Mode Control", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.IE-32, no.3, August, 1985.
- [7] B.K.Bose, "Sliding Mode Control of Induction Motor", IEEE IAS Ann. Meeting, pp.479-486, 1985.
- [8] A.Sabanovic and F.Bilalovic, "Sliding Mode Control of AC Drives", IEEE IAS Ann. Meeting, pp.50-55, 1986.
- [9] K.S. Rajashekara, J.Vithayathil, W.Hofmann and R.Schonfeld, "Current Impressed Voltage Source Inverter Fed Induction Motor Control by Field Orientation", Can. Elec. Eng. J., Vol.8, no.4, pp.135-141, 1983.
- [10] A.Sabanovic, D.B.Izosimov, F.Bilalovic and O.Music, "Sliding Modes in Controlled Motor Drives", 3rd IFAC Symposium on Control in Power Electronics and Electrical Drives, Lausanne, pp.133-138. 1983.
- [11] S.G.Tzafestas, Applied Digital Control, North-Holland, 1985.
- [12] Paul C.Krause, Analysis of Electric Machinery, McGraw-Hill, 1986.



(a)

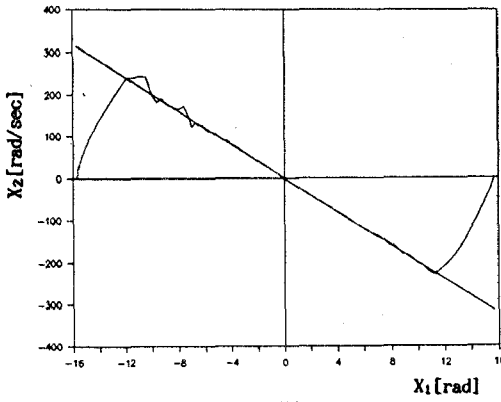


(b)

그림 7. 논 방식 적용시의 응답

(a) 위치응답과 이득

(b) 상태 평면도



(b)

그림 6. 종래 방식 적용시의 응답

(a) 위치 응답과 이득

(b) 상태 평면도

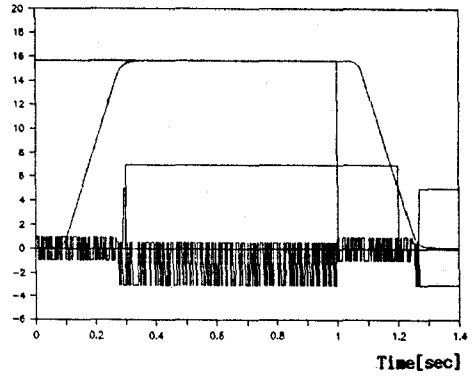
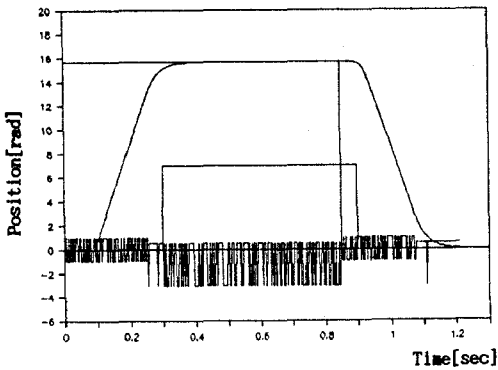


그림 8. PID 제어기 접속시 위치응답



(a)

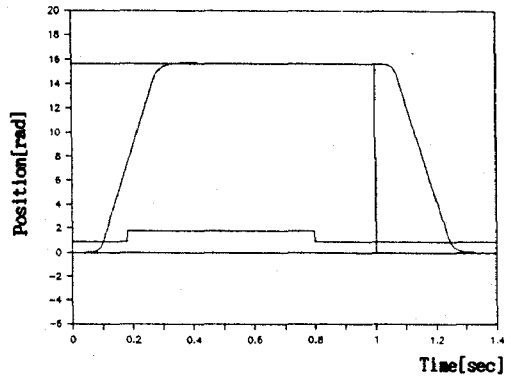


그림 9. 관성 변화시 위치응답