

쌍선형 유도전동기 모델의 최적 안정화 제어 기법에 관한 연구

이오걸**· 우정인** 이승환** 이준타** 이태기***

An optimal Stabilization control Method of a bilinear Induction Motor Model.

O.K.Lee**, J.I.Woo**, S.H.Lee**, J.T.Lee**, T.G.Lee***

** Dept. of Electrical Engineering, Dong-A University.

*** Dept. of Electrical Engineering, Dong-Eui University.

abstracts

An optimal Stabilization technique for a bilinear induction model is introduced. This technique includes two parts: the one is an stabilization control using Lyapunov Function which has the form of a sum of linear and quadratic function of the state variables, and the other is an optimizing control using the performance index which depends on the choice of the elements of the Lyapunov matrices concerning both the state variables and the input variables. Therefore, induction motor is driven with the shorter transient time of the state variables and with the smaller overshoot of the ones, simulation results are obtained from a digital computer. Experimental ones are obtained from implementation of the optimizing controller using 8086 microprocessor kits and analog circuits are compared.

1. 서론

쌍선형 시스템은 입력에 대해서도 상태변수에 대해서도 선형인 시스템이나, 상태변수와 입력의 곱셈 연산의 형태로 주어지므로, 전체적으로는 비선형이 된다. 유도기의 모델은 이와 같은 대표적인 쌍선형 시스템이다.

유도기의 최적 안정화 제어의 설계에 있어서, 1940년대 후반 Wiener에 의해 특성관법법으로 최적화 제어 설계를 도입

하였으며, 1950, M.C.Donald는 계단입력에 대하여 귀환 제어계의 과도응답시간을 최소화 하였다.⁽¹⁾ 또한, Draper와 Li의 내연기관에 대한 연료소비를 최소화 하는 최적제어 이론 개념을 도입하였고, Bellman의 동적계획법, Pontryagin, Boltyanski와 Gankrelidge등이 최대원리를 소개하였다.⁽²⁾ 본 연구에서는 유도기의 동특성과 최적제어에 대해, 먼저 동특성 상태 방정식을 유도하여 이의 수학적 모델링으로부터, 안정화 제어법의 최적 mode를 얻도록 한다. 모든 상태변수는 정상상태의 기준값에 대해 작게 진동하며, 이 진동 변화량을 가장 짧은 시간내에 zero가 되도록 최적 제어 하는 것이 본 논문의 목적이다. 따라서 Lyapunov 함수를 적용하여 쌍선형 유도전동기의 모델을 위한 안정화 제어의 필요조건을 구하고, 또한, Kuhn-Tucker 조건⁽¹¹⁾을 적용함으로써 평가함수를 최소화 하므로써, 최적 안정화 제어가 가능하도록 하였다. 또한, 디지털 시뮬레이션 결과의 타당성을 확인하기 위하여, 다소 복잡한 연산을 포함하게 되나, 8086 Microprocessor로 제시된 최적 안정화 제어를 실현하고자 한다.

2. 유도기의 최적 안정화 제어 알고리즘

일반적으로 유도기의 전자기회로에 대한 동특성식은 비선형 미분방정식의 시스템으로 표현할 수 있으며, 연속 시스템의 선형 미분 방정식으로 나타낼 수 있다. 이를 d-q축으로 2상변환한 등가 회로를 모델로 하여 해석하므로써 보다 간단하게 되어진다.⁽³⁾⁻⁽⁵⁾

유도기의 동특성 방정식을 상태방정식으로 표현하기 위하여, 상태 행렬 x 를 고정자 전류 i_{ds}, i_{qs} ,와 Φ_{ds}, Φ_{qs} 로 정의하고, Bellini등에 의해 나타난 것과 같이, d속을 기준으로 하여, 고정자 전류와 자속은 각각 동시에 나타나는 것으로 한다. 본시스템은 Bellini등에 의해 제안된 최소화 관측 방식에 의해 최적 안정화 방식을 제시하고(11), Lyapunov 방정식을 도입하여 최적 행렬 Q 를 구하므로써(9) 시스템의 점근 안정에 대한 필요 충분 조건을 구할 수 있다. 본 시스템에 사용한 각 변수는 슬립 각주파수 ω_s , 공급 전압 V_{ds}, V_{qs} 전동기의 회전 각속도 ω_r , 전기 각속도 ω_e , 슬립 S 일때 $\omega_s = \omega_e - \omega_r$, $\omega_r = \omega_e(1-S)$, $S = \omega_s / \omega_e$ 로 나타 내었으며, 이때시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.(6)

$$\dot{x} = A_1 x + G_1 \omega_e x + G_2 \omega_e x + B V_s \quad (1)$$

여기서,

$$x = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \Phi_{ds} \\ \Phi_{qs} \end{bmatrix} \quad A_1 = \begin{bmatrix} -(K_s + K_r) & 0 & \frac{K_s}{L_s} & 0 \\ 0 & -(K_s + K_r) & 0 & \frac{K_r}{L_s} \\ -K_s \delta L_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_s \delta L_s & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [b_s \ b_r] = \begin{bmatrix} 1/\delta L_s & 0 \\ 0 & 1/\delta L_s \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad V_s = \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/\delta L_s \\ 0 & 0 & -1/\delta L_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 $K_s = \frac{R_s}{\delta L_s}$, $K_r = \frac{R_r}{\delta L_s}$, $\alpha_s = \frac{L_m}{L_s}$, $\alpha_r = \frac{L_m}{L_r}$

, $\delta = 1 - \alpha_s \alpha_r$, R_s 와 R_r 은 고정자와 회전자의 저항이다.

L_s 와 L_r 은 고정자와 회전자의 자기 인덕턴스이며, L_m 은 상호 인덕턴스이다. 전동기 각속도 ω_r 에 대해 식(1)의 상태 방정식을 다시쓰면,

$$\dot{x} = A(\omega_r) x + G_1 \omega_e x + B V_s \quad (2)$$

로 표시되고, 여기서 $\dot{A}(\omega_r) = A_1 + G_2 \omega_r$ 이며, 또한, 정상 상태 조건을 기준으로 하고, 전동기의 각속도 ω_r 은 상태변수보다 느리게 변화하므로, 속도 변화에 따른 전자기 회로에 대한 영향은 무시 될 수 있다. 따라서, 유도전동기의 모델은 ω_r 에 대해 쌍선형 모델로 간주된다. 상태변수와 입력 변수를 고려하면 아래의 같은 모델을 사용하여 시스템을 고찰할 수 있다.

$$\Delta \dot{x} = \hat{A} \Delta x + G_1 \Delta \omega_e \Delta x + \hat{B} \Delta U \quad (3)$$

$$\hat{B} \Delta U = B \Delta V_s + G_1 x_0 \Delta \omega_e \quad (4)$$

여기서

$$\Delta x = [x - x_0], \Delta \omega_e = \omega_e - \omega_{e0}, \Delta V_s = V_s - V_{s0}$$

$\Delta U = [\Delta V_s^T, \Delta \omega_e]^T$, $\hat{A} = A(\omega_r) + G_1 \omega_{e0}$, $\hat{B} = [b_s \ b_r + G_1 x_0]$ 이며 점자 0는 정상상태의 운전점을 의미한다. 이와 같은 가정 하에서 쌍선형 최적 제어기는 고정자 전류 및 공극 자속이 적절히 유지되고, 바른 시간내에 정상상태에 도달 할 수 있도록, 최적의 전압을 전동기에 공극 할 수 있어야 한다. 식(3), (4)에 의해 모델링한 제어 시스템의 블록도는 그림 1과 같으며, 시스템에 나타난 블록 C는 제어변위 ΔU 로 주어진다.

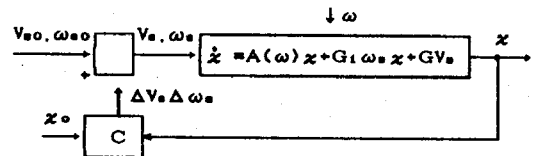


Fig.1 Block Diagram of the Control system.

본 시스템의 최적 안정화 모델을 고찰하기 위하여 다음과 같은 형태의 Lyapunov 함수를 선택하면,

$$V = \Delta x^T Q \Delta x \quad (5)$$

이며, 여기서, Q 는 4×4 의 대칭 정정(P.D.)행렬이며, 여기서,

$$\dot{V} = \Delta x^T (Q \hat{A} + \hat{A}^T Q) \Delta x + 2 \Delta \omega_e \Delta x^T Q G_1 \Delta x + 2 \Delta x^T Q [B \Delta V_s] \quad (6)$$

이고, 점근 안정하기 위한 필요조건은,

$$\dot{V} < 0$$

이어야 하고, 이것은, 행렬 $(Q \hat{A} + \hat{A}^T Q)$ 가 부정(N.D.)이 되도록 아래의 조건을 가한다. 즉, 식(6)의 우변 제2항과 제3항이 Zero 보다 작아야 하므로,

$$\Delta \omega_e \Delta x^T Q G_1 x \leq 0$$

$$\Delta x^T Q G \Delta V_s \leq 0$$

$$S_1 = \Delta x^T Q b_s \quad (7)$$

$$S_2 = \Delta x^T Q b_r$$

$$S_3 = \Delta x^T Q G_1 x$$

즉, 그림 2와 같은 제어 알고리즘을 선택하므로써 표.1과 같은 안정의 요구 조건을 만족 할 수 있으며.

Table.1 Optimal of ΔU

	0	$S_{1min}/2 \leq S_1 \leq S_{1max}/2$
ΔV_{ds}	$-\Delta V_{dso}$	$S_1 < S_{1min}/2$
	$+\Delta V_{dso}$	$S_1 > S_{1max}/2$
	0	$S_{2min}/2 \leq S_2 \leq S_{2max}/2$
ΔV_{qs}	$-\Delta V_{qso}$	$S_2 < S_{2min}/2$
	$+\Delta V_{qso}$	$S_2 > S_{2max}/2$
	0	$S_{3min}/2 \leq S_3 \leq S_{3max}/2$
$\Delta \omega_s$	$-\Delta \omega_{so}$	$S_3 < S_{3min}/2$
	$+\Delta \omega_{so}$	$S_3 > S_{3max}/2$

를 얻는다.

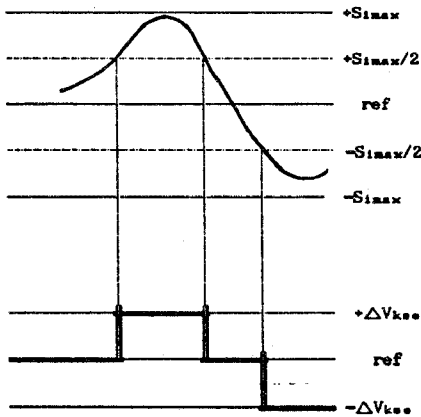


Fig 2. Algorithm of Optimal Control

여기서, $l=1,2,3$ $k=d,q,w$ 이며, 이때 최적 Q행렬은 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 \end{bmatrix}$$

여기서, 현재 max 와 min은 평형상태 값에서 허용하는 최대 및 최소값이며, ΔV_{ds} , ΔV_{qs} , $\Delta \omega_s$ 도 각각 허용하는 최소와 최대의 값을 나타낸다. 이것은, 식(5), (6)과 (7)에 의해 정의한 최적제어를 행하기 위해, 아래와 같은 최적 평가 함수를 나타낼 수 있다. (8)

$$J = \int_0^{+\infty} (\Delta x^T Q \Delta x + \Delta U^T R \Delta U) dt \quad (8)$$

여기서, $\Delta x^T Q \Delta x$ 는 적정한 정정(P.D.)함수이고, R은 큰 정정 행렬이며, 식(8)은 유도기의 상태 행렬에 대한 최적 평가함수가 된다. 그리고, 평가함수를 최소화하기 위해서 Kuhn-Tucker조건을 적용함으로써, 최적 안정화 제어백터 ΔU^* 는 표.2와 같은 조건을 가하므로써 최적제어가 가능 해진다.

Table.2 Optimal of ΔU^*

	0	$-\Delta V_{dso}/2 \leq S_1 \leq +\Delta V_{dso}/2$
ΔV_{ds}^*	$-\Delta V_{dso}$	$S_1 < -\Delta V_{dso}/2$
	$+\Delta V_{dso}$	$S_1 > +\Delta V_{dso}/2$
	0	$-\Delta V_{qso}/2 \leq S_2 \leq +\Delta V_{qso}/2$
ΔV_{qs}^*	$-\Delta V_{qso}$	$S_2 < -\Delta V_{qso}/2$
	$+\Delta V_{qso}$	$S_2 > +\Delta V_{qso}/2$
	0	$-\Delta \omega_{so}/2 \leq S_3 \leq +\Delta \omega_{so}/2$
$\Delta \omega_s^*$	$-\Delta \omega_{so}$	$S_3 < -\Delta \omega_{so}/2$
	$+\Delta \omega_{so}$	$S_3 > +\Delta \omega_{so}/2$

3. 전동기에의 적용 및 실험장치 구성도.

본 실험에서는 표.1과 같은 최적 알고리즘을 이용하여, 유도기의 광선형 모델에 의한 파라미터를 고찰하고, 식(2)와 식(3)의 선형화 한 상태 방정식에 의한 시뮬레이션의 결과와 비교 고찰 하였으며, 유도 전동기의 파라미터와 정격은 다음과 같다.

정격용량 : 1 [KW] 정격전류 : 3.92 [A]
 정격전압 : 208 [V] 주파수 : 60 [Hz]
 극 수 : 4 극 회전수 : 1750[rpm]
 $R_s=0.87$, $R_r=0.79$, $L_s=105.4[mH]$, $L_r=105.4[mH]$
 $L_m=94.2[mH]$, $K_s=0.04181862$, $K_r=0.03724679$
 $\delta=0.2012323$

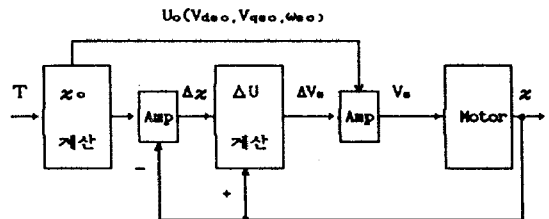


Fig 3. Block diagram of experimental system.

그림.3에서는 실험 장치의 제어 구성도로서, 먼저, $\Delta\omega_0$ 의 값을 구하고, 가산기에 의해 ω_0 와 합하여 전원 각속도 ω 를 구한다. 그리고, 적분기를 통하여 위상각 θ 를 결정한다. 그리고, 보상기를 이용하여 위상보상을 시킨다음, 정상 상태 x_0 의 값으로부터 포.1의 최적 안정화 제어 입력 ΔU 의 값을 얻게 된다.

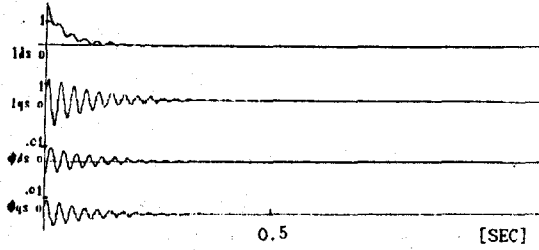


Fig.4. Transient Waveforms of the state variables without an optimal controller.

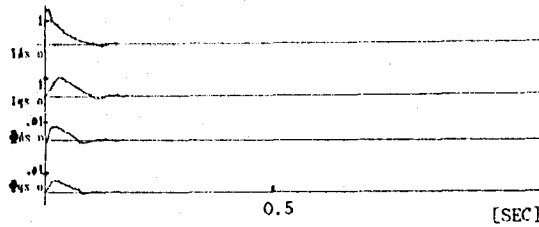


Fig.5. Transient Waveforms of the state variables with an optimal controller.

그림.4는 최적 안정화 제어가 없을때의 상태변수 파형이며, 그림.5는 포.2의 최적 안정화 제어를 적용하였을 때의 특성으로 과도 진동시간이 0.4[sec]에서 0.2[sec]로 반 정도 감소하였으며, 최대 Overshoot도 훨씬 작아 짐을 알 수 있었다. 최적 제어를 사용한 상태 파라메타 값들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta V_{d00} &= 18 [V] \\ \Delta V_{q00} &= 18 [V] \\ \Delta \omega_0 &= 8.3 [\text{rad/s}] \end{aligned}$$

4. 결 론

본 논문은 쌍선형 유도전동기 모델을 최적 안정화 제어하기 위한 기법의 하나로 Lyapunov 함수로부터 안정화 제어의 필요 조건을 구하고, 평가함수를 선정하여, 상태변수의 Overshoot를 줄이고, 정상 상태 도달시간을 최소화 하였다. 또한, 최적 제어기의 구조가 다수의 곱셈과 가감산을 요구하고 있으나, 복잡한 행렬 계산이 불필요하므로, 8086 Microprocessor로서 실현되어질 수 있었으며, 속도 측정 및 고정자 전류, 상태 관측기 설계에 의한 공극자속의 결정에 다소의 오차가 발생하더라도 만족한 제어 성능을 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

1. C.Bruni, G.Dipillo, and G.Koch, "Bilinear system : An appealing class of "Nearly linear" systems in theory and applications", IEEE Trans. automatic control, vol. ac-19, no.4, August
2. Ajit K. Chattopadhyay, and Nidhi Meher, "Microprocessor implementation of a state feedback control strategy for a current source Inverter-Fed Induction Motor drive", IEEE Trans. automatic control, vol. ac-18, pp. 146-155, 1987.
3. A. Bellini, G. Figalli, and G. Ulivi, "A simplified approach for the inline optimal control of induction motor drives", Conf. Rec. IEEE Ind. Appl. soc., 1981, pp. 572-577
4. A. Bellini, G. Figalli, and M. La Cava, "A discrete feedback suboptimal control for induction motor drives", in IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-21, pp. 422-428, 1985.
5. G. Figalli, M. La Cava, L. Tomasi, and G. Ulivi, "Comparison among various approaches for the optimal feedback control of induction motor drives", Conf. Rec. IFAC Control in Power Electronics and Electrical Drives, 1983, pp. 95-101.
6. A. Bellini, G. Figalli, and G. Ulivi, "Realization of a bilinear observer of the induction machine", in Conf. on Electrical Variable-Speed Drives, 1979, pp. 175-176
7. A. Bellini, G. Figalli, and G. Ulivi, "A simulation method for the control system including microcomputers", Conf. Rec. AMS'82 Applied Modelling and Simulation, 1982, pp. 238-241.
8. Donald G. Schultz, James L. Melsa, "State function and linear control system", McGraw-Hill Com., 1967.
9. Joon-Tak, Lee, "Stability analyses of A.C. motor using Lyapunov functions", Chung-Ang Univ. 1988. 6.
10. 内島恒男, 加藤剛正, "誘導電動機における線形近似式の適用範囲に関する考察", 電學論 B, 84, 6, pp. 349-356.
11. Walter Ledermann, "Handbook of applicable mathematics", vol. iv, John Wiley & Sons Ltd, 1982.