

# 연속치 내재형 자기동조 제어기의 강인성

이 봉국 ° 허 옥철  
인하대학교 전기공학과

The Robustness of Continuous Implicit Self Tuning Controller

Bong-Kuk Lee ° Uk-Youl Huh  
Dept. of Electrical Eng. Inha. Univ.

**Abstract**

In this paper, the robustness of implicit self tuning controller on the continuous time system is investigated. Continuous time exponentially weighted least square algorithm is used for estimating the system parameters. The pole-zero placement method is adapted for the control algorithm. On considering the control weighting factor and realizability filter the effects of unmodeled dynamics of the plant are examined by the simulation.

1. 서론

적응제어기는 기준모델 적응제어기와 자기동조제어기로 구분할수있다 [1]. 자기동조 제어기는 주로 이산화된 시스템에서 발전하였는데 [2] 이는 적응제어 구현에 필요한 디지털 기술때문이었다 [2,3]. 그러나 실제의 제어 시스템은 연속시간의 경우가 대부분이므로 제어기 설계시 연속치 시스템을 고려하는것이 필요하다 [4].

또한 각각의 적응제어기의 구성방법에 따라 내재형 적응제어기와 명시형 적응 제어기로 구분할수 있는데 내재형 제어기는 제어기의 파라미터를 직접추정하고 명시형 제어기는 2 단계에 걸쳐 제어기 파라미터 추정하므로 내재형의 경우가 계산량이 적게된다.

본 연구는 연속시간 내재형 자기동조 제어기의 강인성에 관한 것으로 적응제어기의 비모델화 성분에 의한 시스템의 안정성을 살펴본다. [5,6]

2 장에서는 에뮬레이터를 이용한 적응제어기를 구성

하였다. 3 장에서는 내재형 적응제어기의 강인성 조건을 살펴보았으며 4 장에서는 강인성 시뮬레이션을 보여주고 5 장에서는 결론을 내렸다.

2. 적응 제어기의 구성

1) Emulator 를 이용한 제어기

본 연구에서는 다음의 단일 입력 단일 출력 시스템을 대상으로 한다.

$$y(s) = e^{-\sigma T} * \frac{B(s)}{A(s)} * u(s) + \frac{C(s)}{A(s)} * v(s) \quad (1)$$

v(s) 는 외란입력이고

$$A(s) = a_0*s^n + a_1*s^{n-1} + \dots + a_n$$

$$B(s) = b_0*s^m + b_1*s^{m-1} + \dots + b_m$$

이다.

시스템에 있어서 과도한 상대 차수(relative degree), 시간지연, 양의 실수 부분을 갖는 폴렌트 영점등의 문제를 해결하기 위해 다음과 같은 에뮬레이터(emulator)를 도입하여 실현가능하도록 한다 (T = 0)

$$\phi(s) = \frac{P(s)}{Z(s)} * y(s) \quad (2)$$

$$= \phi^*(s) + e^*(s)$$

$$= \frac{E(s)*B(s)}{C(s)*Z^-(s)} * u(s) + \frac{F(s)}{C(s)*Z^+(s)} * y(s) + e^*(s)$$

여기서 Z(s) 에 관한 규칙과 E(s),F(s) 의 관계는 다음과 같다.

$$(1) Z(s) = Z^+(s) * Z^-(s)$$

$Z^+(s)$  : 실현가능부 (realizable part)

$Z^-(s)$  : 실현불가능부 (nonrealizable part)

(2) Diapantine 방정식

$$P(s) * C(s) = E(s) * A(s) * Z^+(s) + F(s) * Z^-(s) \quad (3)$$

위의 (2) 식을 vector 형으로 변환하면.

$$\phi^*(s) = X_o^T(t) * \theta_o(t) \quad X_o^T(t) : \text{Data Vector}$$

$$\theta_o(t) : \text{Parameter Vector}$$

$$= \begin{bmatrix} X_u(s) \\ X_y(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \theta_u \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서

$$X_u(s) = \frac{1}{C(s)} * \begin{bmatrix} s^n \\ s^{n-1} \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} * U_z(s)$$

$$X_y(s) = \frac{1}{C(s)} * \begin{bmatrix} s^n \\ s^{n-1} \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} * Y_z(s)$$

$$\theta_u = \begin{bmatrix} g_0^0 \\ \vdots \\ g_1^1 \\ \vdots \\ g_n^n \end{bmatrix}$$

$$\theta_y = \begin{bmatrix} f_0^0 \\ \vdots \\ f_1^1 \\ \vdots \\ f_n^n \end{bmatrix}$$

$$U_z(s) = \frac{1}{Z^-(s)} * u(s), \quad Y_z(s) = \frac{1}{Z^+(s)} * y(s)$$

이 된다.

위 예물레이터를 이용하여 궤환루프제어를 구성한다

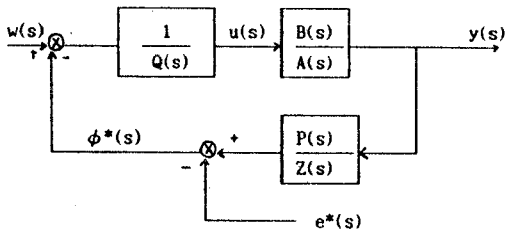


그림 1. 궤환루프

$$\phi^*(s) + Q(s) * u(s) - w(s) = 0 \quad (5)$$

$u(s)$  : 제어기 출력

$\phi^*(s)$  : 예물레이터 출력

$w(s)$  : 설정치

$Q(s)$  : 제어 가중

루프 이득 :

$$L(s) = \frac{1}{Q(s)} * \frac{P(s) * B(s)}{Z(s) * A(s)} \quad (6)$$

폐루프 시스템 출력 :

$$y(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} * \frac{Z(s)}{P(s)} * (w(s) + e^*(s)) + \frac{1}{1 + L(s)} * \frac{C(s)}{A(s)} * v(s) \quad (7)$$

Pole - Zero placement 제어를 구성하기 위하여 다음과 같은 규칙을 쓴다.

$$B(s) = B^+(s) * B^-(s) \quad (8)$$

$$Z(s) = Z^+(s) * Z^-(s)$$

$$Z^+(s) = 1$$

$$Z^-(s) = P(\epsilon s) \quad (0 < \epsilon < 1)$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{Z^-(s)} \quad (\text{deg } q = \text{deg } P)$$

$$L(s) = \frac{P(s) * B(s)}{q(s) * A(s)} \quad L(s) : \text{루프 이득}$$

폐루프 시스템 출력 :

$$y(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} * \left( \frac{P(\epsilon s)}{P(s)} * (w(s) + e^*(s)) \right) + \frac{1}{1 + L(s)} * \frac{C(s)}{A(s)} * v(s)$$

$$= \frac{B(s) * Z(s)}{P(s) * B(s) + q(s) * A(s)} * (w(s) + e^*(s)) + q(s) * \frac{C(s)}{P(s) * B(s) + q(s) * A(s)} * v(s)$$

$Q(s) \rightarrow 0$  에 따라

$$y(s) = \frac{Z(s)}{P(s)} * w(s) \quad (9)$$

보인다.

2) 파라미터 추정자

연속시간 시스템의 파라미터 추정을 하기위해 지수가중치 최소자승법을 사용한다. 시스템을 선형으로 표시하면

$$\phi(t) = X^T(t) * \theta + e(t). \quad (10)$$

파라미터 추정을 위한 평가함수는

$$J(\hat{\theta}(t), t) = \frac{1}{2} * e^{-\lambda} (\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}_0)^T * S_0 * (\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}_0) + \frac{1}{2} \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} * \hat{e}(t, \tau)^2 d\tau \quad (11)$$

이다.

위 함수를 최소화 시키는 반복형 해는

$$\frac{d}{dt} \hat{\theta}(t) = S^{-1}(t) * X(t) * \hat{e}(t) \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} S^{-1}(t) = \beta S^{-1}(t) + S^{-1}(t) * X(t) * X^T(t) * S^{-1}(t)$$

이다.

위의 추정자를 다음과 같은 시스템으로 나타낼수 있다.

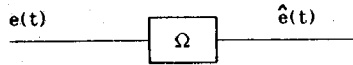


그림 2. 추정자 시스템

여기서 Ω 는 추정자 시스템이며 새로 설정된 신호  $e = e^t * e(t)$ ,  $e(t) = e^t * e(t)$  에 따라 Small Gain 성질을 적용하여 이득이 1 이 되도록 할수 있다. 한편 P.E. 조건

$$S(t) > \Sigma > 0 \quad (13)$$

을 만족하면

$\theta(t)$  는 bound 되고 지수적으로 영(zero) 에 수렴하게 된다.

### 3) 내제형 적응제어기의 구성

위에서 정의된 극,영점 배치제어와 최소자승추정법을 이용하여 내제형(implicit) 자기동조제어기를 구성할수있다. 이 제어기로 에뮬레이터의 파라미터를 직접 추정하게 된다. 그런데 에뮬레이터 신호  $\phi(t)$  는 실현할수 없는 신호이므로 실현가능하게 하는 실현화 필터(Realizability Filter)를 도입한다.

$$\phi(s) = \Lambda(s) * \phi(s) \quad (14)$$

$\Lambda(s)$  : 실현화 필터

일반적으로  $\Lambda(s)$  는

$$\Lambda(s) = \frac{Z(s)}{P(s)} \text{ 로 하여}$$

$\phi_A(t) = y(t)$  가 되도록 한다.

이에 대한 선형 모델은

$$\phi_A(t) = X_A^T(t) * \theta + e_A(t) \quad (15)$$

$$X_A(s) = \Lambda(s) * X(s)$$

$$e_A(s) = \Lambda(s) * e(s)$$

이 된다.

### 3. 강인성 해석

본 절에서는 시스템의 비 모델화 성분 에 대하여 강인한 자기동조제어기를 설계하기위한 조건을 보여준다. 위에서 설계한 내제형 자기동조제어기에 대하여 비모델화 성분을 고려한 오차모델을 다음과 같은 시스템으로 나타낼수있다.

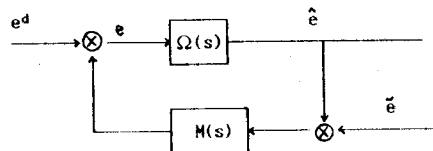


그림 3. 오차모델 시스템

여기서  $\hat{e}(s)$  는 추정오차,  $\tilde{e}(s)$  는 필터 오차,  $e^d$  는 외란 설정치에 의한 오차,  $e(s)$  는 측정오차이다.

$$e^d(s) = \Lambda(s) * (e^*(s) - M(s) * \tilde{Z}(s)) \quad (16)$$

$$\hat{e}(s) = \phi_A(s) - \hat{\phi}_A(s) = \Lambda(s) * \phi(s) - \hat{\phi}_A(s)$$

$$\tilde{e}(s) = \Lambda(s) * \hat{\phi}(s) - \hat{\phi}_A(s)$$

$\Omega(s)$  는 추정시스템을 나타내고  $M(s)$  는 비 적응제어기 구성시 유도된 시스템이다.

$$M(s) = \frac{Z^*(s) * E(s) * A(s)}{P(s) * C(s)} * \frac{N^{-1}(s) - 1}{1 + L^{-1}(s) * H^{-1}(s)} \quad (17)$$

위 오차 시스템에서 추정시스템  $\Omega(s)$  의 이득이 1 보다 작으므로(앞에서 보임) Small Gain 이론 [5] 을 적용하면 오차에 대한 전체 시스템을 안정화 시키기 위하여 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

조건 1)  $M(s)$  는 안정하다

조건 2)  $M(s-\alpha)$  의 이득이 1 보다 작다.

위의 조건을 이용하여 내제형 자기동조제어기의 강인성을 증명할수 있다 [2,5,6]

### 4. 모의실험 결과

내제형 자기동조제어기의 강인성을 고찰하기위하여 표 1과 같이 각 경우에 대하여 모의실험을 나타낸다.

	N(s)	q	$\Lambda(s)$
case 1	1	0.05	1
case 2	$\frac{125}{s^2+100s+125}$	0.05	1
case 3	$\frac{125}{s^2+100s+125}$	0.5	1
case 4	$\frac{25}{s^2+10s+25}$	0.05	1
case 5	$\frac{25}{s^2+10s+25}$	0.5	1

표 1. 모의실험 예

여기서

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2}{s^2+2s+2}, \quad C(s) = s^2+s+1$$

$$Q(s) = \frac{qs}{1+0.5s}, \quad \frac{Z(s)}{P(s)} = \frac{1+0.1s+0.01s^2}{1+s+0.1s^2}$$

이다.

각 case 는 서로 다른 비 모델화 시스템에 대하여 안정도 보상을 위한 q 와  $\Lambda(s)$  의 선택에 따른 경우로써 그림 4 에서 시뮬레이션 결과를 나타낸다.

5. 결론

본 연구에서는 연속시간 시스템에 대한 연속치 네 재형 자기동조 제어기를 설계하는 경우 비 모델화 성분에 대한 영향을 살펴 보았다.

결론을 다음과 같이 요약한다.

(1) 제어기 설계시 원하는 기준 모델의 설정시 시스템의 비모델화 성분을 고려하여 제어기 가중계수 q 와 실현화 필터  $\Lambda(s)$  를 사용할때 강인한 제어기 구성할수 있다.

(2) 비모델화 성분이 시스템 모델의 극,영점에 근접할수록 불안정하게 되며 이에 대한 대책이 필요하다.

(3) 본 연구의 결과를 좀 더 실제적인 면에서 고찰하기위해 비최소위상과 시간지연의 경우에 대한 강인성 해석 방법이 추후 연구과제이다.

참고 문헌

[1] Astrom, K.J. and Wittenmark, B. "Adaptive Control", Addison Wesley, 1989.

[2] Clarke, B.W Gawthrop, P.J. "Self-tuning controller" Proc. IEE, vol. 122, no 9, pp. 929-934, 1975

[3] Gawthrop, P.J. "A Continuous - time self-tuning control", vol 1. design, Research studies press, 1987.

[4] Gawthrop, P.J "Hybrid self-tuning control", Proc. IEE 127(5), pp 229 - 236, 1980.

[5] Desoer, C.A. and Vidyasagar, M. Feedback Systems : Input-output properties, Academic Press, London, 1975

[6] Egardt, B. "Stability analysis of adaptive controllers", Springer, 1979.

[7] 김 종문, "연속시간 자기동조제어기의 강인성에 관한 연구", 석사학위논문, 인하대학교, 1990

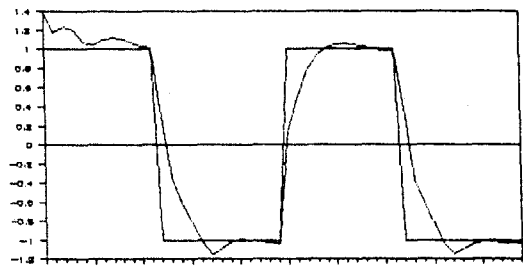


그림 4-1. case 1

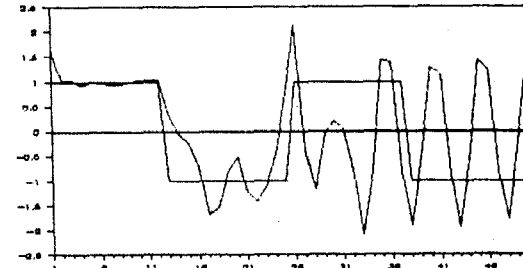


그림 4-2. case 2

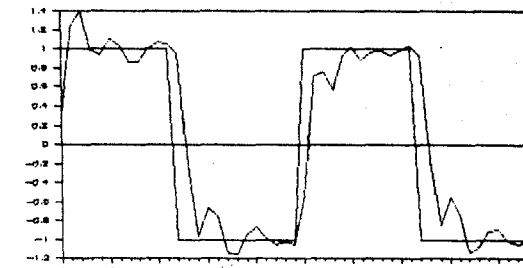


그림 4-3. case 3

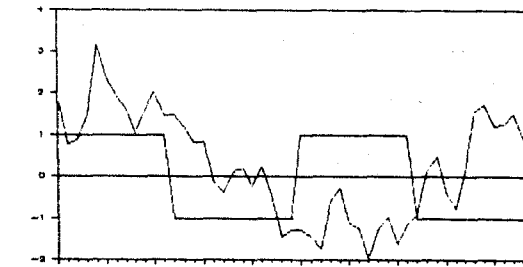


그림 4-4. case 4

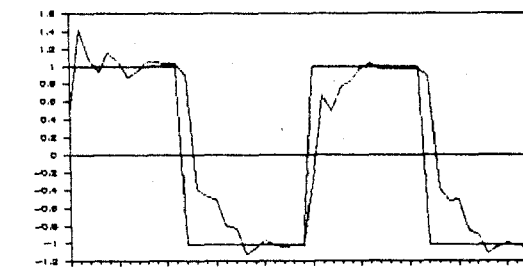


그림 4-5. case 5