

이 때, T는 총 결과력/모멘트 벡터 $\in R^{6 \times 1}$ 이고 F는 접촉력 벡터 $\in R^{3 \times n}$, A는 아래와 같은 변환 행렬 $\in R^{6 \times 3n}$ 이 된다.

$$A = \begin{bmatrix} I_3 & I_3 & \dots & I_3 \\ V_1 & V_2 & \dots & V_n \end{bmatrix}$$

$V_i = P_i \cdot n \times n \text{ } \mu_i \cdot Q_i$
 $I_n: n \times n \text{ 단위 행렬 } \in R^{n \times n}$
 $P_i: 3 \times 3 \text{ 반대칭 행렬 } \in R^{3 \times 3}$

$$P_i = \begin{bmatrix} 0 & -r_{iz} & r_{iy} \\ r_{iz} & 0 & -r_{ix} \\ -r_{iy} & r_{ix} & 0 \end{bmatrix}$$

$Q_i: 3 \times 3 \text{ 대칭 행렬 } \in R^{3 \times 3}$

$$Q_i = \begin{bmatrix} N_{ix}^2 & N_{ix}N_{iy} & N_{ix}N_{iz} \\ N_{iy}N_{ix} & N_{iy}^2 & N_{iy}N_{iz} \\ N_{iz}N_{ix} & N_{iz}N_{iy} & N_{iz}^2 \end{bmatrix}$$

우리가 원하는 것은 로봇 손이 물체를 잡고 작업 하는데 필요한 접촉력을 구하는 것이다. 제한조건인 식(2)에서 작업에 따라 T 벡터가 주어지고 접촉 위치에 따라 A가 결정되면 접촉력 벡터 F를 구할 수 있다. 이 때 접촉점의 수가 세개 이상이 되면 Matrix A는 (3n-6)의 여유자유도(Redundancy)를 갖게 되어 주어지는 T 벡터에 대해서 무한히 많은 해를 갖게 된다. 그러므로 이 무한히 많은 해 중에서 최적화 기법을 도입하여 (2)식과 다음 장에서 정의 될 추가적인 제한조건들 하에서 접촉력이 최소화 되는 최적해를 구하고자 한다.

3. 추가적인 제한 조건식

3.1 동일 손가락 내의 접촉력들 간의 종속 관계식

손끝과 손마디가 물체와 동시에 접촉하고 있는 경우에 각 접촉점을 통해 물체에 가해지는 힘은 상호 종속관계에 있게 된다. 편의상 손가락 기준 좌표계(Finger Base)에서 멀리 떨어져서 가해지는 힘을 주 접촉력이라 하고 반대로 손가락 기준 좌표계에 가까운 쪽에 가해지는 힘을 從 접촉력이라 부르자. 먼저 한 손가락내에 두 개 이상의 접촉이 일어날 때 각 접촉력 간의 상호 종속 관계를 규명하기 위하여 그림 2와 같이 한 손가락 내에서 두개의 접촉점을 갖는 문제를 생각해 보자.

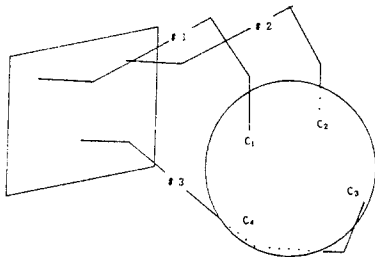


그림 2. 손마디를 이용하여 물체를 잡는 경우

그림 2는 세개의 손가락을 이용하여 구(sphere)를 잡고 있는 것으로, 손가락 # 3이 손끝과 두번째 링크(손마디)를 동시에 이용하여 물체를 잡고 있는 것인데, 이런 파지 형상(Grasping Configuration)의 경우 손마디까지 접촉을 하면서도 물체를 6 자유도로 마음대로 조종(Manipulation) 할 수 있으며, 또한 물체를 완전히 구속(Complete Restraint) 할 수 있게 된다 [1]. 다른 두개의 손가락은 손끝에서만 각각 하나의 접촉을 이루며 물체를 잡고 있는 모습이다.

이 때 F_3 와 F_4 는 같은 손가락 내에 존재하는 힘으로 서로 독립적인 토오르에 의해서 유발될 수 없고 상호 종속관계에 있게 되는데, 하나의 토오르로 두 힘이 동시에 유발된다는 조건에서 식(3)과 같은 관계식이 유도될 수 있다.

$$F_4 = (J_4^T)^+ J_{3n}^T F_3 \quad (3a)$$

이 때 $(J_4^T)^+$ 는 4 번째 접촉점의 Jacobian 반치 행렬의 가상역변환(Pseudo-Inverse) 행렬이고, J_{3n}^T 는 3 번째 접촉점의 Jacobian 반치 행렬의 상한(upper) 행렬이다. 식(3a)를 간단히 나타내보면 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$F_4 = \beta F_3 \quad (3b)$$

이런 방법으로 m개의 從 접촉력이 존재하는 파지(Grasping)의 경우 m개의 從 접촉력 벡터를 Y라 하고 m개의 주 접촉력 벡터를 X라 할 때 일반적으로 다음 관계가 성립한다.

$$Y = B X \quad (4)$$

이 때 B는 아래와 같은 블록 대각 행렬 $\in R^{2m \times 2m}$ 이 된다.

$$B = \begin{bmatrix} \beta_1(n-m+1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2(n-m+2) & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \beta_n \end{bmatrix}$$

3.2 미끄럼 방지를 위한 제한조건

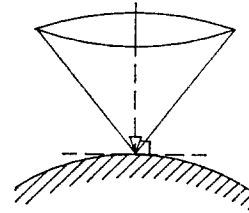


그림 3. 마찰 Cone

로봇 손이 물체를 잡았을 때 물체를 놓치지 않기 위해서는 접촉력의 방향이 마찰 Cone 내에 있어야 한다. μ_i 를 i 번째 접촉점의 경마찰 계수라 하고, F_i 를 i 번째 접촉점에 가해지는 접촉력이라 하자. 또, N_i 를 i 번째 접촉점의 단위 법선 벡터라 하고 n을 전체 접촉점의 수라 하면 이 조건은 수학적으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \mu_i^2}} \leq \frac{F_i^T \cdot N_i}{\|F_i\|} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

3.3 Actuator 용량 초과 방지 제한 조건

파지를 실현시키기 위해서는 계산된 접촉력의 크기가 Actuator 용량 내에 있어야 한다. 이 제한조건을 수학적으로 표현하면 아래 식(6)과 같다.

$$J^T F \leq \tau_{\max} \quad (6a)$$

$$-J^T F \leq -\tau_{\min} \quad (6b)$$

이 때, d를 손가락의 관절 수라 하고 l을 로봇 손의 손가락 수라 하고 하면 J^T 는 (d, l) x 3n의 다음과 같은 블록 대각 행렬이 된다.

$$J^T = \begin{bmatrix} J_1^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J_2^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J_n^T \end{bmatrix} \in R^{(d+1) \times n}$$

식 (6)를 한 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$J F \leq P \quad (7)$$

이 때 J는 토오르 제한 개수 행렬이 되고, J는 1번

$$J = \begin{bmatrix} J_1^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J_2^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J_n^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -J_1^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -J_2^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -J_n^T \end{bmatrix} \in R^{2(d+1) \times n}$$

째 접촉점의 Jacobian 행렬, P는 다음과 같은 최대, 최소 토오르 상수 벡터가 된다.

$$P = \begin{bmatrix} \tau_{1MAX} \\ \vdots \\ \tau_{iMAX} \\ \vdots \\ \tau_{iMIN} \\ \vdots \\ \tau_{iMAX} \end{bmatrix} \in R^{2(d+1) \times 1}$$

4. 수식화

앞에서 주어진 제한조건들을 이용하여 본 문제는 다음과 같이 수식화될 수 있다.

$$\text{Minimize} \quad \| F \|^2 \quad (7)$$

$$\text{Subject to} \quad A F = T \quad (8)$$

$$B X = Y \quad (9)$$

$$J F \leq P \quad (10)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \leq \frac{F_i^T N_i}{\| F_i \|^2} \leq 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (11)$$

식(7)은 접촉력의 전체크기의 합을 최소화하는 목적함수이고, 식(8)은 주어지는 하중조건과 접촉력들간의 힘/모멘트 평형방정식이다. 그리고 식(9)는 동일 손가락내에 主, 從접촉력이 존재할 경우 그 종속관계를 나타낸 것이고 식(10)은 Actuator 용량상과 방지 제한조건, 식(11)은 마그름 방지 마찰 제한조건이다.

상기 비선형 최적화 문제를 풀면 접촉력 F를 바로 구할 수 있다. 그러나 이 경우 등식제한조건(Equality Constraint) 때문에 비교적 많은 반복횟수(Iteration)를 요구하게 되어 비효율적인 경우가 발생할 수도 있다. 그러므로 식(4)를 식(2)에 대입하여 종속관계식을 소거하고, 작업력(Manipulation Force)과 내부력(Internal Force)의 합으로 구성된 접촉력 F 중 내부력 성분만이 무한히 많은 값을 갖는다는 점을 이용하여 최종적으로 내부력만을 최적화함으로써 계산시간을 줄일 수 있는 새로운 수식화를 형성한다.

5. Solution Approaches

이제, 보다 효율적인 수식화의 형성을 위해 내부력, 작업력, 접촉력에 대한 구체적인 수식을 전개해 나가기로 한다.

5.1 내부력 (Internal Force)

내부력 F_i 는 앞에서 정의 한 바와 같이 접촉력의 방향이 마찰 Cone 내에 있도록 하는 힘으로 다음조건을 만족하는 힘이다.

$$\sum_{i=1}^n F_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n r_i \times F_i = 0 \quad (12a)$$

식 (12a)를 행렬식으로 표현하면 식(12b)와 같다.

$$A_1 F_1 = 0 \quad (12b)$$

이 때 A_1 은 다음과 같은 행렬이다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} I_3 & I_3 & \dots & I_3 \\ P_1 & P_2 & \dots & P_n \end{bmatrix}$$

순마타를 이용해 물체를 잡는 경우, 힘의 종속관계가 존재하게 되는데, 이 때 상호 종속관계인 등식제한 조건을 없애기 위하여 식(4)를 식(12b)에 대입하면 아래과 같이 독립내부력 F_1' 의 형태로 재정형시킬 수 있다.

$$A_1' F_1' = 0 \quad (13)$$

이 때, F_1' 는 내부력의 성질을 만족하는 A_1' 의 Nullspace Basis N 과 크기 벡터 λ 의 항으로 다음식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_1 = N \lambda \quad (14)$$

상기 식에서 N 은 $I - (A_1')^+(A_1')$ 이 된다.

5.2 작업력 (Manipulation Force)

작업력 F_m' 는 일반적으로 마찰제한조건을 만족하지 못하는 힘으로 앞에서 정의한 바와 같이 작업에 필요한 힘과 모멘트를 물체에 유달시키는 힘이다. 작업력의 경우도 앞에서와 마찬가지로 식(2)에 식(4)를 대입하여 식(2)를 다시 형성하여 아래와 같이 표현한다.

$$T = A' F' \quad (15)$$

여기서 다시 몇 식에 독립적인 주접촉력 F_a' 와 F_m' 와 F_1' 의 합인 관계를 이용하면 아래 식(16) 같은 작업력 표현식을 얻을 수 있다.

$$A' (F_a' + F_1') = T \quad (16a)$$

$$A' F_m' = T - A' F_1' \quad (16b)$$

$$A' F_m' = T - A_2' F_1' \quad (16c)$$

이 때, $A_1' F_1' = 0$ 이고 $A' = A_1' + A_2'$ 이다. 따라서 다음과 같은 관계식이 성립될 수 있다.

$$F_m' = (A')^+ T - (A')^+ A_2' F_1' \quad (17)$$

다시 식(17)에 식(14)을 대입하여 최종적인 작업력 표현식 (18)을 아래와 같이 형성한다.

$$F_m' = L - M \lambda \quad (18)$$

이 때, $L = (A')^+ T$ 이고, $M = (A')^+ A_2 N$ 이다.

5.3 접촉력 (Contact Force)

접촉력 F는 작업력과 내부력의 합이므로 주접촉력은 다음과 같이 표시 된다.

$$F_i = F_m' + F_i' \\ = L + E \cdot \lambda \quad (19)$$

이 때, E= N-m 이다. 상기 식 (19)에서 보는 바와 같이 접촉력 F, 보다 구체적으로 주접촉력 F'는 λ 라는 변수의 함수로 표현될 수 있다. 그러므로, 앞으로 F 대신 λ 를 설계변수로 수식을 전개해 나가고자 한다.

5.4 최종적인 수식화

(19)식을 주접촉력 단위의 행렬로 각각 나누어 표현하면 $F_i = L_i + E_i \cdot \lambda$, $i=1, \dots, n-m$ 의 관계가 성립한다. 나머지 m개의 종접촉력은 식 (10)의 표현식 중 종접촉력을 지배하는 주접촉력 표현식에 식 (4)를 적용하여 λ 를 포함하는 식으로 나타낼 수 있다. 그러므로, 앞에서 형성한 제한조건식에 각각의 표현식을 도입하여 부등식 제한조건만으로 표현되는 다음과 같은 최종적인 비선형 최적화 문제를 형성할 수 있다.

$$\text{Minimize} \quad \|A\| \quad (20)$$

Subject to

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \leq \frac{(L_i + E_i \cdot \lambda) \cdot N_i}{\|L_i + E_i \cdot \lambda\|} \quad (21a)$$

$i = 1, \dots, n-m$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \leq \frac{B_i (L_i + E_i \cdot \lambda) \cdot N_i}{\|B_i (L_i + E_i \cdot \lambda)\|} \quad (21b)$$

$i = n-m+1, \dots, n$

$$J \cdot \lambda \leq E \quad (22)$$

where

$$J = \begin{bmatrix} J & E \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} P - J \cdot L \end{bmatrix}$$

식 (20)은 접촉력의 전체 크기를 지배하는 설계변수 λ 의 크기를 최소화하는 것으로, 접촉력의 전체 크기가 커지면 커질수록 작은 위치오차에도 물체 무제충심에 대하여 커다란 모멘트를 유발하여 작업의 전체 안정성이 떨어지게 된다[3]. 그리고, 식 (21a)와 식 (21b)는 마찰 제한조건식으로 주접촉력에 대한 마찰 제한조건과 從접촉력의 마찰 제한조건을 나타내고 식 (22)은 Actuator 용량 제한조건식이 된다.

5.5 최적 접촉력 결정 순서

이제 최적 접촉력은 다음과 같은 과정을 통하여 결정되어진다.

- 순서 1: 로봇 손의 손가락 수, 손가락당 관절수와 접촉형태 등 로봇 손의 제원 입력
- 순서 2: 작업에 따른 각 접촉점의 위치벡터, 물체와 두개 이상의 접촉점을 갖는 손가락의 파지 형상 및 작업 하중조건 입력
- 순서 3: 설계변수 λ 의 값을 최적화 방법으로 결정
- 순서 4: 구해진 λ 를 이용하여 주접촉력의 결정

순서 5: 구해진 접촉력중 從접촉력을 지배하는 주접촉력에 식 (4)의 관계를 적용하여 從접촉력을 결정

순서 4와 5에서 얻어진 主, 從접촉력들이 최종적인 최적 접촉력이 된다.

6. 시뮬레이션 결과

제안된 알고리즘의 유효성을 입증하기 위하여 그림 2와 같은 경우와 같은 문제를 다루어 보자. 그림 2와 같은 작업을 하기 위한 기타 제원들은 표 1, 2에 나타나 있다.

표 1. 로봇 손의 제원

손가락의 수	손가락당 관절 수	접촉형태	
3 개	4 개	마찰을 갖는 점접촉	
각 손가락의 링크 길이 (Cm)			
# 0: 2.8	# 1: 6.2	# 2: 3.6	# 3: 2.4

표 2. 작업 정보

물체의 형태	구 (Sphere)
물체의 질량	M = 100 g
물체의 크기	반경 3 Cm
마찰 계수	$\mu_i = 0.4$ ($i = 1, \dots, 4$)
접촉점의 수	n = 4
종속관계의 수	m = 1
접촉 형태	마찰을 갖는 점접촉, $k = 0$

예제 1: 표 1, 2의 정보를 이용하여 다음과 같은 경우에 대한 최적 접촉력을 구해 보자.

접촉점의 위치 벡터 (Unit: Cm)	$C_1 (-1 \quad 1.5 \quad 2.3979)$ $C_2 (-1 \quad -1.5 \quad 2.3979)$ $C_3 (2.65 \quad 0 \quad -1.2)$ $C_4 (-2 \quad 0 \quad -2.25)$
두개 이상의 접촉점을 갖는 손가락의 관절각 (Unit: Degree)	$\theta_1: 0^\circ \quad \theta_2: -43.34^\circ$ $\theta_3: 32.17^\circ \quad \theta_4: 90^\circ$
주어진 하중조건 (Unit: dyne)	$F_o = [0 \quad 0 \quad 98000 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

본 예제를 풀기 위한 최적화 기법으로는 비선형 제한조건 문제를 푸는데 효과적인 ALM (Augmented Lagrange Multiplier) 방법을 이용한 소프트웨어인 IDOL (Interactive Design Optimization Library) Ver. 1.5를 사용하였는데 IBM 386 Board 에서 Elaps Time 이 약 8 초 걸렸으며 두 번 반복(Iteration) 만에 최적해를 구하였다. 본 알고리즘을 통해 얻어진 결과는 다음과 같다.

표 3 시뮬레이션의 결과

(Unit : dyne)

작업력 (Manipulation Forces)			
F_{m1}	= (-2446.20	0.00 27212.30)
F_{m2}	= (-2446.20	0.00 27212.30)
F_{m3}	= (-15396.12	0.00 22079.58)
F_{m4}	= (20288.52	0.00 21495.80)
내부력 (Internal Forces)			
F_{i1}	= (35295.63	-27216.85 -56786.06)
F_{i2}	= (35295.63	27216.85 -56786.06)
F_{i3}	= (-112007.36	0.00 69691.50)
F_{i4}	= (41416.12	0.00 43880.62)
접촉력 (Contact Forces)			
F_1	= (32849.43	-27216.85 -29573.76)
F_2	= (32849.43	27216.85 -29573.76)
F_3	= (-127403.51	0.00 91771.09)
F_4	= (61704.65	0.00 65376.43)

7. 결 론

본 연구에서는 다관절 로봇 손의 최적 접촉력 결정 알고리즘을 제안하였다. 본 알고리즘은 로봇이 손끝이과의 부분으로 물체를 잡고 작업하는 경우에도 적용할 수 있으며, 또한 물체와 로봇 손과의 접촉형태가 마찰을 갖는 점접촉의 경우뿐만 아니라 Soft Finger Contact의 경우에도 적용 가능한 일반적인 알고리즘이 된다. 본 알고리즘을 통해 알았으며 보다 복잡하고, 다양한 종류의 작업을 로봇 손이 성공적으로 수행할 수 있을 것으로 사료된다. 앞으로 실시간 계산(Real Time Computation)이 가능하도록 하기 위하여 계산량을 줄일 수 있는 방법이 모색되어야 하며, 또한 선 형태(Line Type)나 평면 형태(Planar Type) 등의 접촉까지도 적용할 수 있는 알고리즘이 개발되어야 할 것이다.

8. 참 고 문 헌

[1] J. K. Salisbury and B. Roth, "Kinematic and Force Analysis of Articulated Mechanical Hands," Journal of Mechanical, Transmissions and Automation in Design, Vol.105, pp.35-41, 1983.

[2] J. Hollerbach and S. Narasimhan, "Finger Force Computation without the Grip Jacobian," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.871-875, 1985.

[3] Y. Nakamura, K. Nagai, and T. Yoshikawa, "Mechanics of Coordinative Manipulation by Multiple Robotic Mechanisms," in Proc. of 1987 IEEE International Conference on Robotic and Automation, pp.991-998, Raleigh, NC, March 1987

[4] T. Yoshikawa and K. Nagai, "Manipulating and Grasping Forces in Manipulation by Multi-Fingered Hands," Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation, pp.1993-2004, 1987.

[5] J. Kerr and B. Roth, "Analysis of Multi-Fingered Hands" International J. of Robotics Research, pp.3-17, 1986.

[6] T. Yoshikawa and K. Nagai, "Evaluation Determination of Grasping Forces For Multi-Fingered Hands," Proc. IEEE International Conference on Robotic and Automation, pp.245-248, 1988.

[7] V. Kumar and K. J. Waldron, "Force Distribution in closed Kinematic Chains," IEEE J. Robotic and Automation, Vol 4, No. 6, pp. 657-664, Dec. 1988.

[8] Z. Ji and B. Roth, "Direct Computation of Grasping Force for Three-Fingertip Prehension Grasps," J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design Vol.110, pp.405-413, Dec. 1988.

[9] V. Kumar and K. J. Waldron, "Sub-Optimal Algorithms for Force Distribution in Multi-Fingered Gripper," IEEE J. Robotic and Automation, Vol. 5, No. 4, pp. 491-498, 1989.

[10] Young C. Park and Gregory P. Starr, "Finger Force Computation for Manipulation of An Object by A Multi-Fingered Robot Hand," Pro. IEEE International Conference on Robotic and Automation, pp.930-935, 1989.

[11] J. Demmel and G. Lafferriere, "Optimal Three Finger Grasps," Pro. IEEE International Conference on Robotic and Automation, pp.936-942, 1989.

[12] Fan-Tien Cheng and David E. Orin, "Efficient Algorithm for Optimal Force Distribution in Multiple-Chain Robotic Systems -The compact Dual Lp Method," Pro. IEEE International Conference on Robotic and Automation, pp.943-950, 1989.

[13] G. Strang, Linear Algebra and Its Application, New York : Academic Press, second edition, 1980.

[14] Garret N. Vanderplaats, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications, McGraw-Hill Book Company, 1984

[15] Matthew T. Mason and J. Kenneth Salisbury Jr., Robot Hands and the Mechanics of Manipulation, The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England