

여유 자유도를 갖는 매니퓰레이터의 능숙성 지수에 대한 Review

오정원 지 최혁렬 정완균 염영일
(포항 공과 대학 기계 공학과 로봇 연구실)

Review on Dexterity Measures for kinematically
Redundant Manipulators

W.J. Chung H.R. Choi W.K. Chung Y.Youm

Robotics Laboratory, Department of Mechanical Engineering
Pohang Institute of Science and Technology, Pohang, Korea

ABSTRACT

A number of performance measures have been proposed for the quantification of dexterity for kinematically redundant manipulators. The use of such measures is especially important for kinematically redundant manipulators since they can satisfy the subtasks such as singularity avoidance and obstacle avoidance in addition to satisfying a specification of end-effector motion. In this paper, the advantages and disadvantages of performance measures proposed up to date are compared through simulations under the same environment. Besides, a new dexterity index for manipulators with multiple degrees of redundancy is proposed and shown to be effective through the simulation.

1. 서론

관절 공간(joint space)의 자유도(degree of freedom)가 작업 공간(task space)의 자유도보다 많을 때의 로봇을 여유 자유도 로봇(kinematically redundant robot)이라고 한다. 이 여유 자유도(redundancy)로 말미암아 일차적인 목표인 선단부(end-effector)의 궤적 추적(trjectory tracking) 외에 부차적인 작업 목표 즉 극점 회피(singularity avoidance) [1], 장애물 회피(obstacle avoidance) [2], 관절 한계(joint limit)의 회피 [3], 순간 운동 에너지(instantaneous kinetic energy)의 최소화 [4], 관절 토크(joint torque)의 최적화 [5] 등을 수행할 수 있다. 여유 자유도 사용에 관한 또 다른 고려 사항은 로봇의 능숙성(dexterity)이다. Klein [6,7]은 로봇의 능숙성에 대한 개념을 협의의 의미(local sense)에서 선단부 동작(end-effector motion)의 세밀성에서 본 기구학적 성능(kinematic performance)으로 제시하였다. 또 그는 이러한 능숙성을 평가하기 위해 제안된 4개의 지수 즉 조작성 지수(manipulability measure) [1], 조건 지수(condition number) [8], 최소 고유값(minimum singular value), 관절 영역 이용률(joint range availability) [3]을 링크 길이 최적 설계 및 주어진 선단부 위치에 대한 최적 형상(optimal configuration)을 찾는 관점에서 비교했다. Klein이 비교한 4 가지 성능 지수 이외에도 기구학적 여유 자유도를 갖는 매니퓰레이터의 능숙성을 표시하기 위한 여러 가지 성능 지수들이 발표되었다. 열거해 보면 매니퓰레이터 속도비(Manipulator-Velocity-Ratio; MVR) [9], 적합성 지수(Compatibility Index) [10], Chang의 지수(Chang's measure) [11], 작업 지향 조작성 지수(Task Oriented Manipulability Measure) [12]이다. 이러한 성능 지수들은 각각 특성을 갖고 있으며 용도에 따라 유용성이 달라진다.

본 논문에서는 지금까지 제안된 거의 모든 성능 지수들을 요약하고 그 특성을 시뮬레이션에 대해 살펴 본다. 그리고 여유 자유도가 많은 매니퓰레이터에 대하여 적용할 수 있는 새로운 능숙성 지수를 제안하며 이 지수의 유용성도 다른 지수와 함께 시뮬레이션을 통해 고찰해 본다.

2장에서는 성능 지수가 최적화 과정을 통해서 여유 자유도를 분해하여 여유 자유도 로봇의 역기구학을 푸는 방법에 대해 간략히 논한다. 3장에서는 앞에서 언급한 각종 능숙성 지수들을 요약하고 시뮬레이션을 통해 특성 비교를 한다. 4장에서는 여유 자유도가 많은 로봇에서 종래의 가역행렬(pseudoinverse), 방법과는 다르게 멀티암 체계(multi-arm scheme) [13]를 적용할 경우 새로운 능숙성 지수를 제안한다. 이 지수의 유용성을 타 지수들과 함께 시뮬레이션을 통해 비교한다.

2. 여유 자유도 로봇의 역기구학

선단부의 속도와 관절 각속도 사이에는 자코비안(Jacobian)을 통한 선형 관계가 성립한다.

$$\dot{x} = J \dot{\theta} \quad (1)$$

여기서 \dot{x} 는 m차원 벡터이고 $\dot{\theta}$ 는 n차원 벡터이며 여유 자유도 로봇이므로 $m < n$ 이다. J는 $m \times n$ 자코비안 행렬(Jacobian matrix)이다. Liegeois [3]이 제안한 동작 분해 방법(resolved motion method)에서는 θ 에 대한 일반해를

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} \pm K(I - J^+J) \nabla H(\theta) \quad (2)$$

으로 표현한다. J^+ 는 J의 Moore-Penrose 가역행렬(pseudoinverse matrix)이며 K는 양의 값을 가진 스칼라 상수로서 관절 속도의 기계적 제한과 관련된 값이다. ±는 성능 함수(performance function)를 극부적으로 최대/최소화(local maximize/minimize) 한다. (2)식의 두번째 항을 (1)식의 최소 크기 해(minimum-norm solution), 두번째 항은 균일 해(homogeneous solution)라고 한다. H(θ)가 바로 부차적인 작업(secondary task)을 수행하기 위해 최적화 되어야 할 함수로서 능숙성 지수들이 여기에 해당된다.

동작 분해 방법(resolved motion method)과 대별되는 또 다른 방법은 Chang [14]이 제안한 역기구학적 방법(inverse kinematic method)이다. 이 방법은 다음의 비선형 방정식계(system of nonlinear equations)를 수치적으로 풀음으로써 자코비안(Jacobian)을 거치지 않고 직접 $\dot{\theta}$ 를 구한다:

$$x = f(\theta) \quad (3.a)$$

$$Z \nabla H = 0. \quad (3.b)$$

여기서 (3.a)식은 직접 기구식(direct or forward kinematic equation)이고 (3.b)식은 최적화를 위한 식으로서 H가 최적화 될 능숙성 지수이다. Z는 다음과 같이 정의 되는 널 스페이스 행렬(null space matrix)이다:

$$Z = \begin{bmatrix} J_{n-m} J_m^{-1} & - I_{n-m} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 J_m 은 J^T 중 랭크(rank)가 m인 $m \times m$ 행렬이고 J_{n-m} 은 J^T 의 J_m 을 제한 나머지 행렬로서 $(n-m) \times m$ 행렬이다. I_{n-m} 은 랭크가 $(n-m)$ 인 단위 행렬(identity matrix)이다. 특히 여유 자유도가 1인 경우 (3.b)식은 Baillieul [15]이 제시한 다음 식으로 귀착된다:

$$n \cdot \nabla H = 0 \quad (5)$$

여기서 n 은 자코비안 행렬의 널 벡터(null vector)이다. (5)식은 J의 널 벡터와 성능 지수의 구배 벡터(gradient vector) 사이의 직교성(orthogonality)이 성립할 때가 바로 최적화된 상태를 의미한다. 참고 문헌 [14]에서 지적했듯이 동작 분해 방법이 최적화 상태에 근접하도록 하는 반면에 역기구학적 방법은 최적화된 바로 그 해(exact optimal solution)를 구할 수 있는 장점이 있다. 그러나 실시간(real-time) 적용 측면에서는 동작 분해 방법이 초기치에 구애받지 않고 반복 과정이 없으므로 유리하다.

3. 능숙성 지수(Dexterity Measures)

본 논문에서 검토될 능숙성 지수들은 조작성 지수, 조건 지수, 최소 고유치, 관절 영역 이용률, MVR, 적합성 지수, Chang의 지수, 그리고 TOMM이다. TOMM은 다른 지수들과는 달리 최적화 되는 함수가 아니라 Loc [12]의 작업 분배 방법(task distribution scheme)을 안내하기 위한 지표(reference)로서 활용되는 데 유의해야 한다.

3.1 능숙성 지수들에 대한 요약

3.1.1 조작성 지수(Manipulability Measure)

조작성 지수는 Yoshikawa [1]가 제안하였으며 다음과 같이 정의 된다:

$$MM = \sqrt{\det(JJ^T)} \quad (6)$$

(6)식에 적당한 상수가 곱해지면 조작성 타원체(manipulability ellipsoid)[1]의 부피를 의미하게 된다. 이 부피가 영으로 되는 상태가 바로 극점(singularity)이 된다. 따라서 조작성 지수를 최대로 하도록 동작 분해 방법을 이용하면 극점 회피(singularity avoidance)라는 부차적인 작업 목표를 수행할 수 있다. Chang [11]은 조작성 지수가 J의 마이너(minor)의 제곱의 합으로 표현될 수 있음을 증명 했다:

$$H = \left(\sum_{i=1}^p \Delta_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

여기서 p는 C_m 이며 $\Delta_i (i=1,2,\dots,p)$ 는 랭크 m인 J의 마이너(minor)이다. (7)식의 의미는 Chang의 지수와 연계해서 설명될 것이다.

3.1.2 조건 지수(Condition Number)

조건 지수는 원래 수치 해석학자들이 행렬의 정량적인 정확도 추정(quantitative accuracy estimate)[16]을 위해 제안하였다. Salisbury와 Craig [8]가 작업 좌표계(task coordinate)의 힘 또는 모우멘트(moment)를 입력으로 보고 관절 좌표계(joint coordinate)의 토크(torque)를 출력으로 보았을 때 에러(error)의 전달 현상을 정량화 하기 위해 조건 지수를 원용하였다. J의 조건 지수는 다음과 같이 주어진다:

$$\text{cond}(J) = \frac{\mu_1}{\mu_r} \quad (8)$$

여기에서 μ_1 과 μ_r 은 각각 최대 및 최소 고유치(singular value)이다. 조건 지수가 1 일때는 등방성 형상(isotropic configuration)이라고 하며 조작성 타원체가 2 차원 / 3 차원인 경우 원 / 구가 된다. 이것은 선단부가 모든 방향으로 균일하게 움직일수 있다는 것을 나타낸다. 따라서 조건 지수는 최소화 되도록 최적화 과정에 반영되어야 한다.

3.1.3 최소 고유치(Minimum Singular Value)

최소 고유치는 극점(singularity) 근처에서는 다른 고유치보다도 급격하게 변하기 때문에 조건 지수와 조작성 지수의 거동(behavior)을 지배한다. 이 사실은 최소 고유치 그 자체로도 능숙성 지수가 될 수 있음을 시사한다[7]. 최소 고유치는 요구되는 관절 각속도의 상한을 정하는데 이용될 수 있다:

$$\|\dot{\theta}\| \leq \frac{1}{\mu_r} \|\dot{x}\|. \quad (9)$$

여기서 μ_r 은 최소 고유치이다. 극점 근처에서는 (9)식에서 보듯이 과도한 관절 각속도가 발생하므로 관절 각속도의 크기를 가능한 한 작게 해야 한다. 따라서 최소 고유치는 성능 지수를 최대화 시키는 최적화 과정에 포함된다.

3.1.4 관절 영역 이용률 (Joint Range Availability; JRA)

Liegeois [3]이 제안한 관절 영역 이용률은 관절의 기계적 스톱(stop) 위치에 도달할 가능성을 최소화하기 위해 여유 자유도 매니플레이터를 재형상화하는(reconfiguring) 데 이용된다. 유클리디언 크기(Euclidean norm)로 정량화된 식은

$$JRA = \sum_{i=1}^n (\theta_i - \theta_{ci})^2 \quad (10)$$

이다. 여기서 θ_{ci} 는 관절 영역의 중간 값이다. 관절 영역이 관절마다 상이함을 반영하여

$$JRA_2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\theta_i - \theta_{ci}}{\Delta\theta_i} \right)^2 \quad (11)$$

으로도 표현된다. 여기서 $\Delta\theta_i$ 는 한쪽 방향으로의 최대 변위량(maximum one-sided excursion)이다. 또, Klein 과 Huang [17]이 제안한 관절 영역의 최대 크기(maximum norm)로 나타낸

$$JRA_\infty = \max_i \frac{|\theta_i - \theta_{ci}|}{\Delta\theta_i} \quad (12)$$

도 있다. JRA는 관절각이 관절 중앙값에 대해 얼마나 균일하게 분포되어 있는가를 나타내주는 지수이므로 성능 지수를 최소화시키는 최적화 과정에 포함된다. JRA는 구배 벡터(gradient vector)를 쉽게 구할 수 있으므로 다른 지수들에 비해 최적화 과정에서 계산될 수 있는 잇점이 있다.

3.1.5 매니플레이터 속도비 (Manipulator-Velocity-Ratio; MVR)

MVR[9]은 조작성 타원체(manipulability ellipsoid)에서 가장 작은 고유치(singular value)에 대응하는 부축(minor axis) 방향의 최소 크기(minimum norm) 관절 각속도에 대한 이 각속도에 대응하는 선단부의 속도의 비로 표현된다:

$$H(\theta) = \frac{(J\dot{\theta}_p)^T (J\dot{\theta}_p)}{\dot{\theta}_p^T \dot{\theta}_p} \quad (13)$$

여기서

$$\dot{\theta}_p = J^+ u_m \quad (14)$$

이다. (14)식에서 u_m 은 조작성 타원체에서 가장 작은 고유치에 대응하는 고유 벡터(singular vector)이다. 주어진 로봇 형상(robot configuration)에 대해서 $\dot{\theta}_p$ 는 (14)식에 의해 수치적으로 계산하여 얻을 수 있다. n차원 벡터 u_m 을 $\dot{\theta}_p$ 방향으로의 단위 벡터라고 하면, 즉

$$u_i = \frac{\dot{\theta}_p}{\sqrt{\dot{\theta}_p^T \dot{\theta}_p}} \quad (15)$$

(13)식은 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$H(\theta) = (J u_i)^T (J u_i) \quad (16)$$

∇H 의 i 번째 요소(element)는 쉽게 구할 수 있다:

$$\frac{\partial H}{\partial \theta_i} = 2 (J u_i)^T \frac{\partial (J u_i)}{\partial \theta_i} \quad (17)$$

Dubey와 Luh [9]는 유연성(flexibility)를 증가시키기 위해 MVR을 제안 했다. 그들이 정의한 유연성이란 선단부의 운동 방향을 바꿀 수 있는 능력을 의미한다. MVR을 크게 하면 유연성이 커져서 상이한 방향으로 움직일 수 있는 능력이 증대되므로 극점을 피할 수 있다. MVR은 물리적 의미에서 최소 고유치, 조건 지수와 같은 맥락에 있다고 볼 수 있다.

3.1.6 적합성 지수(Compatibility Index)

Chiu [10]가 제안한 적합성 지수는 힘 전달률(force transmission ratio)과 속도 전달률(velocity transmission ratio)에 기초를 두고 있다. 힘 전달률은 힘 타원체[10]에서 단위 벡터 u_i 의 방향으로 힘 타원체 중심에서 표면까지의 거리로 정의 된다:

$$\alpha_i = \left[u_i^T (J J^T) u_i \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

마찬 가지로 속도 전달률은 속도 타원체(velocity ellipsoid, 조작성 타원체와 동일 함)에서 단위 벡터 u_i 의 방향으로 속도 타원체 중심에서 표면까지의 거리로 정의 된다:

$$\beta_j = \left[u_j^T (J J^T)^{-1} u_j \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

u_i ($i = 1, 2, \dots, l$) 방향으로 힘 제어를, u_j ($j = l+1, l+2, \dots, m$) 방향으로 속도 제어를 하고자 할 경우 적합성 지수는 다음과 같이 정의된다:

$$H = \sum_{i=1}^l w_i \alpha_i^{+2} + \sum_{j=l+1}^m w_j \beta_j^{+2} \quad (20)$$

(20)식에서 +부호는 크기가 관심 사항이고 - 부호는 정확도(accuracy)가 관심 사항일 경우에 채택된다. 또 w 와 w_j 는 가중치(weighting factor)이다. 작업에 적합한 로봇의 자세를 구하는 문제는 적합성 지수를 최대로 하는 문제로 치환될 수 있다.

3.1.7 Chang의 지수 (Chang's Measure)

Borrel과 Liegeois [18]은 로봇의 형상에는 여러가지 클래스(class)가 존재한다는 것을 밝혔다. 이 클래스를 에스펙트(aspect)라고 명명했다. 에스펙트의 경계(boundary)는 자코비안 행렬의 m 차 마이너(minor)들 중 한 개 이상이 영으로 되는 관절각의 개적이다. 하나의 에스펙트에서 또 다른 에스펙트로의 스위칭(switching)이 일어나면 매니플레이터는 전번의 에스펙트와는 다른 새로운 에스펙트로 넘어가게 되어 반복성(repeatability) 문제를 일으키게 된다. 또 스위칭이 일어날 경우 동작(motion)의 불연속성(discontinuity)이 일어나게 되어 급격한 관절 각속도를 유발시키게 된다. 에스펙트 스위칭에 따른 문제들을 피하기 위해 Chang의 지수 [11] (본 논문에서는 이렇게 호칭하기로 함)라는 새로운 능숙성 지수가 제안되었다:

$$H = \left| \prod_{i=1}^p \Delta_i \right|^{1/p} \quad (21)$$

여기서 Δ_i 는 자코비안 행렬의 m 차 마이너이고 $p = nCm$ 이다. 모든 마이너가 영이 아니어야 Chang의 지수도 영이 아니다. 그러나 조작성 지수는 마이너 제곱의 합이므로 어느 한 개의 마이너가 영이더라도 조작성 지수는 영이 아닐 수 있으므로 에스펙트를 보존할 수 없다. 또 어느 마이너가 아주크고 다른 마이너들이 작더라도 조작성 지수는 클 수 있으나 Chang의 지수는 작게 된다. 따라서 Chang의 지수는 모든 마이너가 골고루 커야만 그 값도 커진다. Chang의 지수가 역기구학적 방법[14]과 함께 사용되면 에스펙트 스위칭이 방지됨을 시뮬레이션으로 통해 확인할 것이다.

3.1.8 작업 지향 조작성 지수 (Task Oriented Manipulability Measure ; TOMM)

Lee[12]의 작업 분배 방법(task distribution scheme)에서 선단부의 동작(motion)을 서브암(subarm)에게 분배하기 위한 안내 지표(reference)로서 TOMM을 제안하였다. TOMM은 작업수행을 위해 요구되는 GME(Generalized Manipulability Ellipsoid) [12]와 매니플레이터의 실제 GME 사이의 차이를 나타내며 다음과 같이 정의된다:

$$TOMM = \sum_{i=1}^m (\sigma_{i, \text{desired}} - \eta_i)^2 \quad (22)$$

여기서

$$\eta_i = [u_{i, \text{desired}}^T C u_{i, \text{desired}}]^{-1/2}$$

$$C = U \Gamma U^T \quad (C \in R^{m \times m})$$

$$J = U S V^T \quad (U \in R^{m \times r} \quad S \in R^{r \times r} \quad V \in R^{n \times r})$$

$$S = \text{diag} [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r]$$

$$\Gamma = S^{-2} = \text{diag} \left[\frac{1}{\sigma_1^2}, \frac{1}{\sigma_2^2}, \dots, \frac{1}{\sigma_r^2} \right]$$

$$r = \text{rank}(J)$$

위의 식에서 $\sigma_{i, \text{desired}}$ 와 $u_{i, \text{desired}}$ 은 각각 작업 수행을 위해 선정된 고유치(singular value)와 고유벡터(singular vector)이다. 이들 값들은 작업 수행에 적합하도록 사전에 선정되어야 하므로 이 점이 TOMM의 단점으로 사료된다. 앞에서 언급했듯이 TOMM은 다른 지수들처럼 최적화되는 함수가 아니고 어떤 결정을 유도하기 위한 전체적인 안내함수(global guide function)임을 부연해 둔다.

3.2 시뮬레이션 1

시뮬레이션 1에서는 조작성 지수, 조건 지수, 최소 고유치, JRA, MVR, Chang의 지수를 성능지수로 사용하여 동일한 작업, 동일한 초기조건으로 시뮬레이션하여 각 지수의

특성을 비교 및 고찰한다.

시뮬레이션 대상으로는 길이가 $l_1 = 0.8$, $l_2 = 0.5$, $l_3 = 0.3$ (단위: 미터)인 매니플레이터가 선정되었다. 이러한 길이의 선정은 피보나치 수열(Fibonacci Sequence)에 근거를 두고 있다 [19]. 관절각은 그림 1과 같이 채택되었으며 초기 로봇 형상은 극점에 가까운 형상으로서 $\theta_1 = 170^\circ$, $\theta_2 = -170^\circ$, $\theta_3 = -10^\circ$ 이다. 선단부의 동작은 $\dot{x} = [0.0 \ 0.05]^T$ m/sec로서 일정하게 주어졌으며 초기형상에서 시간 증분 $\Delta T = 0.01$ sec 마다 다음 형상을 구하고 출발한 지 10sec 후에 작업을

종료하도록 하였다. 동작 분해 방법을 통하여 $\dot{\theta}$ 을 구하고 적분하여 θ 를 구한다. (2)식에서 필요한 K 값은 조작성 지수, 최소 고유치, MVR, Chang의 지수처럼 최대화 문제에서는 5.0이고 조건지수, JRA처럼 최소화 문제에서는 0.01로 주어졌다. 동작 분해 방법에서 K 값의 선정은 최대화 문제에서 K 값을 작게 잡으면 극점을 탈출하지 못하고 최소화 문제에서 K 값을 크게 잡으면 동작의 심한 불연속 동작이 나타나게 되므로 유의해야 한다. 그림 2에서 7가지 각각 조작성 지수, 조건 지수, 최소 고유치, JRA, MVR, Chang 지수를 이용한 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. JRA에서 3개 관절의 관절각의 기계적 제한을 동일하게 -180° 에서 180° 로 정하였다. 그림 2의 조작성 지수에 대한 결과는 로봇 형상이 균일하게 변해 가면서 주어진 작업에 수행하는 부적합 타원체도 등극을 변하여 감을 알 수 있다. 그림 3에서 보여준 조건 지수의 결과는 초기단계에서 불연속한 형상을 보여주고 있다. 이것은 조건지수가 극점 회피에서는 적합하지 않음을 보여 준다. 그러나 참고 문헌 [5,7,19]에서 지적한 바와 같이 로봇의 설계 단계에서는 다른 지수들보다 쓰임새가 좋다. 특히, 관절 토오크의 에러가 전파되어 선단부의 힘에서 나타나는 에러와의 비를 1로, 즉 여러 전파율을 최소화하는 데에는 조건 지수가 유용하다. 최소 고유치를 이용한 시뮬레이션의 결과는 그림 4에서 보여 준 바와 같이 조작성 지수처럼 극점에서 벗어 나도록 하는 효과를 지니고 있다. 그러나, 작업의 끝부분에서 링크 2와 3이 일직선으로 펼쳐 버리는(stretch) 현상이 나타나 이에 대응하는 마이너(minor)가 영이 되어 버려서 에스펙트 스위칭(aspect switching)을 유발한다. 이 마이너가 4점에서 설정된 이펙티브 마이너(effective minor)이기 때문에 반복성 문제를 일으킨다. JRA는 그림 5에서 보여주는 바와 같이 조작성 지수의 그림 2와 거의 유사하다. 그 이유는 각 관절각 변위의 중간값(θ_0)가 모두 영의 값을 갖기 때문이다. θ_0 가 0° , $\theta_0 = 90^\circ$, $\theta_0 = -90^\circ$ 로 주어지면 그림 8에서 보듯이 전혀 다른 결과가 얻어진다. 따라서 JRA는 관절 영역의 중간값이 적절하게 셋팅(settling)되지 않으면 바람직스럽지 못한 결과가 나타나므로 성능지수로서의 일반성을 결여하고 있다. 돋보이는 결과는 MVR을 사용한 그림 6이다. 이 그림에서 보여주는 바와 같이 로봇 형상이 균일하고 작업의 말미에서 조작성 타원체가 전연 근접한다. 따라서 MVR은 조작성 지수와 조건지수의 양쪽 특성을 겸비하고 있다. 그림 7에서 보듯이 Chang의 지수는 극점 회피면에서 조작성 지수와 비슷한 결과를 보여준다. Chang은 본인이 제안한 Chang의 지수가 역기구학적 방법에서 사용될 때 반복성이 보장되고 불연속 동작이 방지됨을 시뮬레이션을 통하여 보았다 [11]. 또 그는 이 시뮬레이션을 통해서 조작성 지수와 조건 지수는 역기구학적 방법에서는 반복성이 보장되지 않으며 그 이유가 에스펙트 스위칭임을 밝혔다. 그러나 Chang은 동작 분해 방법에서 방법에서도 Chang의 지수가 반복성을 보장해 줄 것인지에 대해서는 논하지 않았다. 다음 절에서는 이것에 대해서 조사함과 아울러 이펙티브 마이너에 기초한 새로운 능숙성 지수를 제안한다.

4. 새로운 능숙성 지수; 형상 지수(configuration index)

에스펙트의 보존에 주안점을 두면서 동작 분해 방법(motion distribution scheme) [13]을 안내하기 위한 새로운 지수가 제안되었다. 형상 지수(configuration index)라고 하는 새로운 능숙성 지수는 여유 자유도가 많은 평면 매니플레이터(planar manipulator)의 기구학적 제어(kinematic control)을 위하여 개발된 지수이다. n -DOF의 평면 매니플레이터의 자코비안 행렬 $J \in R^{2 \times n}$ 를 다음과 같이 부행렬(submatrix)로 표현할 수 있다:

$$J = [J_1 : J_2 : \dots : J_s] \quad (23)$$

여기서 $J_1, J_2, \dots, J_s \in R^{2 \times 2}$ (혹은 $R^{2 \times 3}$)인 부행렬이고 s 는 서브암(subarm)의 갯수이다. 형상 지수는 간단하게 다음과 같이 정의된다:

$$c = \prod_{i=1}^s \Delta_i \quad (24)$$

여기서 $J_i \in R^{2 \times 2}$ 인 경우는 $\Delta_i = \det(J_i)$ 이고 $J_i \in R^{2 \times 3}$ 인 경우에 Δ_i 는 J_i 에서 랭크 2인 마이너의 곱이다. 형상 지수는 Chang의 지수와 유사점이 있지만 아래에서 지적한 대로 몇 가지 점에서 차이가 있다.

- (1) 형상 지수의 마이너는 Chang의 지수에 포함되어 있는 마이너중 서브암에 대응하는 마이너만 선정되었다. 이 마이너들을 "이펙티브 마이너(effective minor)"로 지칭한다. 이펙티브 마이너로 말미암아 자유도가 증가할수록 Chang의 지수에 포함되는 마이너는 급격히 늘어나지만 상대적으로 형상 지수에 포함되는 마이너의 수는 현저히 줄어 든다. 또, 이펙티브 마이너는 반복성을 보장하는 데에 다른 마이너보다 중요한 역할을 한다.
- (2) 형상 지수는 TOMM처럼 동작 분배의 판단 자료 역할을 하는 반면에 Chang의 지수는 동작 분해 방법이나 역기구학적 방법에서의 순간 최적화(instantaneous optimization) 과정에 포함되어 직접적으로 최대화 되는 함수이다.
- (3) 형상 지수는 에스펙트(aspect)를 나타내기 위하여 이펙티브 마이너의 곱의 부호를 그대로 반영하고 있다. 그러나 Chang의 지수는 수학적으로 매저(measure)의 형태를 만들기 위하여 마이너의 곱의 절대치 값을 취하고 있다.

한편, 형상 지수는 기능적인 측면에서는 TOMM과 유사하나 다음과 같은 것점이 있다.

- (1) 형상지수는 사전에 동작 분배(motion distribution)에 적절한 경계값(threshold)만 주어지면 되나 TOMM은 작업에 적합한 고유치(singular value)와 고유 벡터(vector)를 알아야 하는 단점이 있다.
- (2) 형상 지수는 에스펙트 보존이 고려되고 있으나 TOMM은 이와는 무관하다.

4.1 시뮬레이션 2

본 시뮬레이션에서는 이펙티브 마이너(effective minor)에 근거한 형상 지수(configuration index)의 유용성을 보이고자 한다. 여유 자유도가 많어지게 되면 조작성 지수나 Chang의 지수들은 식을 구축(formulation)하는 단계에서 복잡해 지게 되며 더우기 구배 벡터(gradient vector)를 구할 경우에는 그 정도가 더욱 심해진다. 동작 분해 방법에 비하여 역기구학적 방법에서는 비선형 인립 방정식을 풀어야 하므로 더 한층 복잡해진다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 동작 분해 방법을 본 저자들은 제안하였으며 [13] 이 방법에서는 형상 지수가 최적화 되는 함수가 아니고 단순히 동작 분배를 하기 위해 안내 역할을 한다. 따라서 동작 분해 방법에 형상 지수를 이용하는 시뮬레이션과 종래의 동작 분해 방법에 Chang의 지수를 이용한 시뮬레이션을 하여 그 결과를 고찰해 보기로 한다. 선정된 매니플레이터는 평면 4-DOF 암(arm)으로서 $l_1 = 0.8$, $l_2 = 0.5$, $l_3 = 0.3$, $l_4 = 0.2$ (단위: 미터)와 같이 링크 길이는 피보나치 수열을 취하고 있다. 초기 형상은 3번째 관절 즉, 2번째 링크 끝의 위치가 (0.3, 0.2)이고 선단부의 위치가 (0.5, 0.0)인 형상이다. 선단부의 종점 위치가 (1.5, 0.0)에 도달할 때까지 수평 방향 일직선속도 0.05 m/sec로 진행하여 일어나는 로봇 형상을 A형상이라고 하고 종점 위치에서의 로봇 형상을 다시 초기 형상으로 삼고 역으로 동일 속도로 선단부의 초기 위치까지 진행하여 일어나는 로봇 형상을 B형상이라고 하자. 그림 9와 10은 동작 분해 방법에 조작성 지수를 이용한 결과이며 각각 A형상과 B형상에 해당된다. 마찬가지로 그림 12과 13은 동작 분해 방법에 Chang의 지수를 이용한 결과이고 그림 15과 16은 동작 분해 방법에 형상 지수를 이용한 결과이다. 그리고 그림 11, 14, 17은 각각 조작성 지수, Chang의 지수, 형상 지수에 대응하는 6개의 마이너 값의 변화를 보여 주고 있다. 그림 11, 14, 17에서 실선은 이펙티브 마이너(effective minor) 즉, $\det(J^1:J^1)$, $\det(J^2:J^2)$, $\det(J^3:J^3)$ 이고 점선은 그 외의 마이너들 즉, $\det(J^1:J^2)$, $\det(J^1:J^3)$, $\det(J^2:J^3)$ 이다. 여기서 J^i 는 자코비안 행렬에서 i 번째 칼럼 벡터(column vector)를 나타낸다. 이펙티브 마이너는 평면 매니플레이터의 자코비안 행렬에서 바로 이웃하는 두개의 칼럼 벡터의 조합임을 쉽게 알 수 있다. 동작 분해 방법에서 서브암(subarm)에 해당되는 부행렬(submatrix)의 행렬식(determinant)은 이펙티브 마이너가 된다.

그림 9와 10에서 보듯이 조작성 지수에 대해서는 반복성이 보장되지 않는다. 그 원인은 그림 11에서 이펙티브 마이너의 하나인 $\det(J^2:J^2)$ 의 부호가 변하기 때문이다. Chang의 지수와 형상 지수에 대해서는 그림 14와 17에서 보여주듯이 3개의 이펙티브 마이너중 어느 것의 부호도 변하지 않으므로 반복성이 보장된다. 이 사실을 그림 12과 13, 그림 15과 16에서 확인할 수 있다. 이펙티브 마이너가 아닌 마이너들이 반복성에 영향을 미치지 못함을 그림 11, 14, 17를 통하여 알 수 있다. 그림 11에서는 이펙티브 마이너가 아닌 마이너들 중에 어느 것도 부호 변화가 없는 반면에 그림 14에서는 $\det(J^1:J^1)$, 그림 17에서는 $\det(J^1:J^1)$, $\det(J^2:J^2)$ 의 부호에 변화가 있었다. 따라서 속도 레벨에서 역기구학 문제를 푸는 동작 분해 방법이나 동작 분해 방법에서는 마이너의 부호 변화, 즉, 에스펙트 스위칭이 곧바로 역기구학적 방법에서처럼 반복성 파괴를 의미하는 것이 아니라 그 마이너가 이펙티브 마이너가 아니냐의 여부에 따라 반복성이 결정된다.

5. 결론

본 논문에서는 지금까지 제안된 대부분의 능숙성 지수들을 살펴보고 시뮬레이션을 통해 비교하여 보았다. 극점 회피(singularity avoidance)시 MVR은 균일하면서(uniform) 등방성 형상(isotropic configuration)을 얻을 수 있는 잇점이 고찰되었다. 따라서 MVR은 조작성 지수와 조건 지수의 양쪽 특성을 겸비하고 있다. 특히 등방성 형상은 로봇의 유연성(flexibility)에 직접되는 요소로서 관절 토오크의 에러(error) 전달율을 최소화하는 형상이다. 조작성 지수는 균일한 로봇 형상을 얻을 수 있으나 등방성 형상을 얻는 데에는 조건 지수나 MVR보다 못하다. 이와 반대로 조건 지수는 등방성 형상을 얻는 데는 유리하나 극점 회피시 불연속 형상을 유발시켜 불안정하다. 그러나 로봇 몸체 설계시에는 다른 지수들보다도 유용함이 여러 참고문헌에서 지적되었다 [5,7,19]. JRA는 구배 벡터(gradient vector)를 쉽게 계산할 수 있으나 관절의 기계적 스톱(stop)을 적절히 두어서 관절 영역 증양값이 잘 선정되어야만 양호한 형상을 얻을 수 있다. 최소 고유치는 극점 회피 능력이 있으나 이웃하는 링크가 퍼지는(stretch) 현상이 나타남으로 바람직스럽지 못하다. Chang의 지수는 역기구학적 방법이나 동작 분해 방법에서도 반복성을 보장할 수 있는 유일한 지수이다.

역기구학적 방법에서는 자코비안 행렬(Jacobian matrix)에서의 마이너(minor)의 부호 변화 즉 에스펙트 스위칭(aspect switching)이 없어야만 반복성이 보장되지만 동작 분해 방법에서는 이펙티브 마이너(effective minor)의 부호가 보존되면 반복성이 시뮬레이션을 통해 확인하였다. 이펙티브 마이너(effective minor)에 기초하여 형상 지수(configuration index)라고 하는 새로운 능숙성 지수가 제안되었다. 형상 지수는 동작 분해 방법[13]과 함께 사용되면 반복성을 보장할 수 있다. 특히 형상 지수는 여유 자유도가 많아서 조작성 지수나 Chang의 지수처럼 식의 구축(formulation) 단계가 복잡한 경우 유용성이 두드러진다.

References

- [1] T. Yoshikawa, "Analysis and control of robot manipulators with redundancy," *Robotics Research: The First International Symposium*, edited by M. Brady and R. Paul, Cambridge, Mass., MIT press, pp. 439-446, 1984.
- [2] A. A. Maciejewski and C. A. Klein, "Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically varying environments," *Int. J. Robotics Research*, Vol. 1, No. 3, pp. 109-117, 1985.
- [3] A. Liégeois, "Automatic supervisory control of configuration and behavior of multibody mechanism," *IEEE Trans. on System. Man Cybern.*, Vol. SMC-7, No. 12, pp. 868-871, 1977.
- [4] O. Khatib, "A unified approach for motion and force control of robot manipulators: the operational space formulation," *IEEE J. Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No. 1, pp. 43-53, 1987.

[5] K. C. Suh and J. M. Hollerbach, "Local versus global optimization of redundant manipulator," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Raleigh, NC, pp. 619-624, 1987.

[6] C. A. Klein, "Use of redundancy in the design of robotic system," *Robotics Research: The Second International Symposium*, edited by H. Hanafusa and H. Inoue, Cambridge, Mass., MIT press, pp. 207-214, 1985.

[7] C. A. Klein and B. E. Blaho, "Dexterity measures for the design and control of kinematically redundant manipulators," *Int. J. Robotics Research*, Vol. 6, No. 2, pp. 72-83, 1987.

[8] J. K. Salisbury and J. J. Craig, "Articulated Hands: force control and kinematic issues," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 4-17, 1982.

[9] R. Dubey and J. Y. S. Luh, "Redundant robot control for higher flexibility," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Raleigh, NC, pp. 1066-1072, 1987.

[10] S. L. Chiu, "Task compatibility of manipulator posture," *Int. J. Robotics Research*, Vol. 7, No. 5, pp. 13-21, 1988.

[11] P. H. Chang, "Development of a dexterity measure for kinematically redundant manipulators," *TRANS. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, in review.

[12] S. Lec and J. M. Lee, "Multiple task point control of a redundant manipulator," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Cincinnati, OH, pp. 988-993, 1990.

[13] W. J. Chung, W. K. Chung, and Y. Youm, "Kinematic control of a redundant manipulator via a serially cooperative multi-subarm scheme," *Proc. KSME Spring Meeting*, Vol. 2, pp. 73-79, 1990.

[14] P. H. Chang, "A closed-form solution for the control of manipulators with kinematic redundancy," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 9-14, 1986.

[15] J. Baillieul, "Kinematic programming alternatives for redundant manipulators," *Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation*, St. Louis, pp. 722-728, 1985.

[16] E. Isaacson and H. B. Keller, *Analysis of numerical methods*, New York: Wiley, 1966.

[17] C. A. Klein and C. H. Huang, "Review of pseudo-inverse control for use with kinematically redundant manipulators," *IEEE Trans. on System, Man, and Cybern.*, Vol. SMC-13, No. 3, pp. 245-250, 1980.

[18] P. Borrel and A. Liégeois, "A study of multiple manipulator inverse kinematic application to trajectory planning and workspace determination," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 9-14, 1986.

[19] W. K. Chung *et al*, "Body design of a 7-DOF direct drive robot," *Proc. KSME Spring Meeting*, Vol. 1, pp. 474-478, 1989.

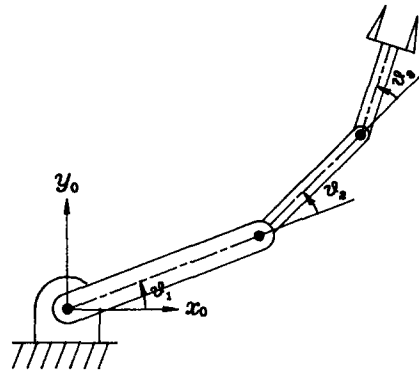


그림 1 평면 3 자유도 매니플레이터
Fig. 1 Planar 3-DOF manipulator

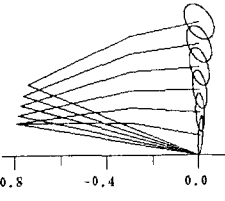


그림 2 조작성 지수
Fig. 2 Manipulability measure

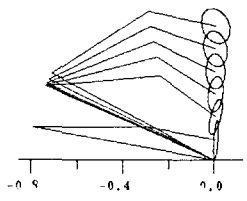


그림 3 조건 지수
Fig. 3 Condition number

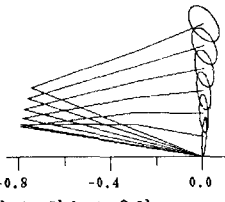


그림 4 최소 고유치
Fig. 4 Minimum singular value

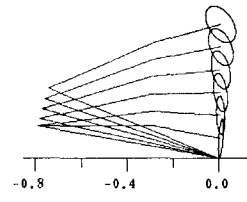


그림 5 관절 영역 이용률 (1)
Fig. 5 JRA (1)

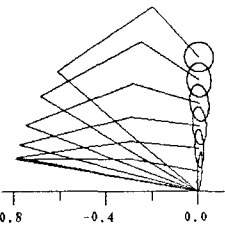


그림 6 매니플레이터 속도비
Fig. 6 MVR

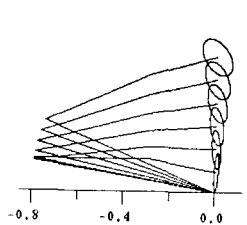


그림 7 Chang의 지수
Fig. 7 Chang's measure

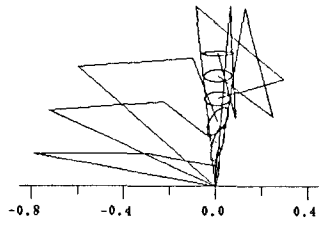


그림 8 관절 영역 이용률 (2)
Fig. 8 JRA (2)

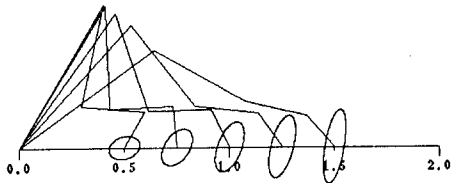


그림 9 조작성 지수 (A형상)
Fig. 9 Manipulability measure (configuration A)

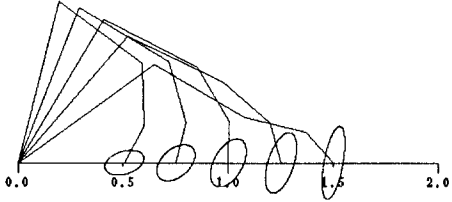


그림 10 조작성 지수 (B형상)
Fig. 10 Manipulability measure (configuration B)

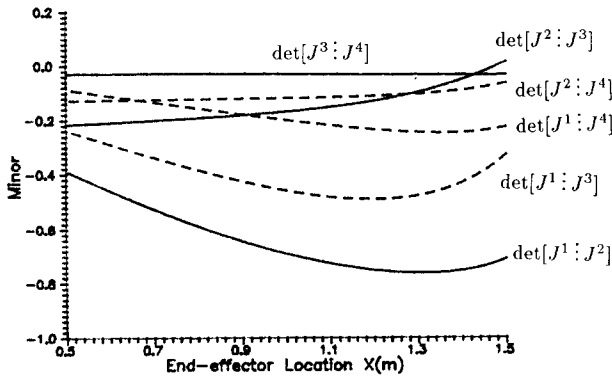


그림 11 조작성 지수에 대한 마이너 (B형상)
Fig. 11 Minors for manipulator measure (configuration B)

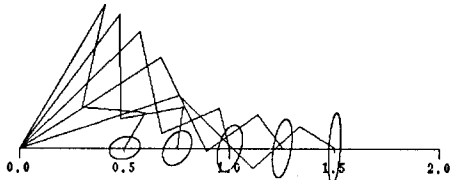


그림 12 Chang의 지수 (A형상)
Fig. 12 Chang's measure (configuration A)

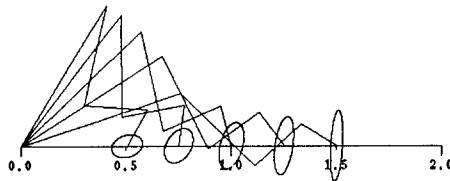


그림 13 Chang의 지수 (B형상)
Fig. 13 Chang's measure (configuration B)

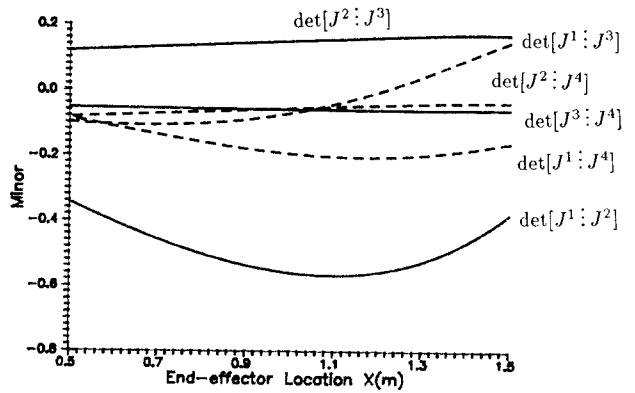


그림 14 Chang의 지수에 대한 마이너 (B형상)
Fig. 14 Minors for Chang's measure (configuration B)

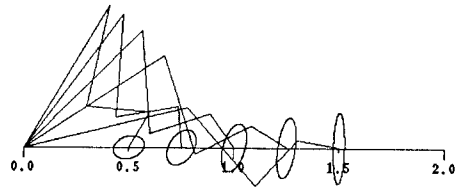


그림 15 형상 지수 (A형상)
Fig. 15 Configuration index (configuration A)

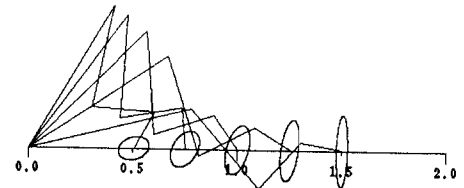


그림 16 형상 지수 (B형상)
Fig. 16 Configuration index (configuration B)

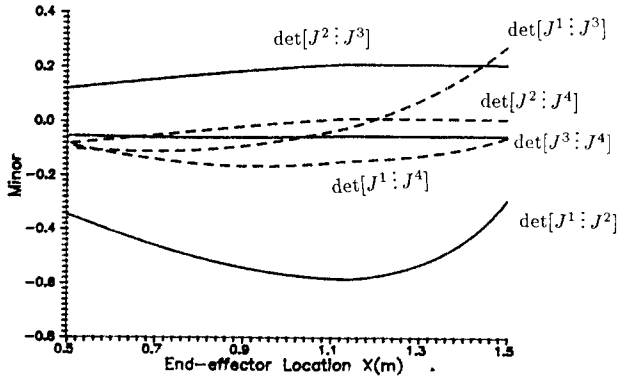


그림 17 형상 지수에 대한 마이너 (B형상)
Fig. 17 Minors for configuration index (configuration B)