

과열기의 온도추정을 위한 관측기의 구성

서진현* 황재호** 이상혁*

* 서울대학교 공과대학 전기공학과

** 한전 기술연구원

An Observer Design for The Superheater
Temperature Estimation

Jin Heon Seo* Jae Ho Hwang** Sang Hyug Lee*

* Dept. of Electrical Eng. Seoul National University

** Korea Electric Power Corporation

Abstract

The problem of constructing an observer for use in the control of superheater temperature with desuperheater is considered. The distributed heat input into the superheater is usually not available for use in the observer, and hence is treated as a disturbance. The observer theory for systems with unknown inputs is exploited and applied to the problem. Approximation of the heat input utilizing the specific heat input distribution pattern is also considered.

1. 서론

발전소 보일러의 과열기(superheater)에서 수행되는 과정은 수분을 포함한 포화증기를 가열하여 수분을 증발시키고 과열증기로 만드는 것이다. 이 과정에서 10% 정도인 허용수분의 적정선을 유지시키기 위하여 높은 온도로 증기를 가열한 후 터빈으로 보내게 된다. 이때 과열기 메탈의 최대 허용온도에 가까운 540~570°C 정도로 증기의 온도를 유지해야 하는 문제가 생기게 된다.

과열기의 온도제어를 위한 기존의 제어기는 과열기 출구에서의 온도의 측정치를 이용한 PID 제어기의 형태를 취하여 왔다. PID 제어기의 제한된 성능을 개선하기 위해, 근래에 상태궤환(state feedback) 제어 이론을 과열기의 온도제어에 응용하고자 하는 연구가 수행되고 있다. 과열기 출구에서의 온도를 제어하기 위해서는, 관련된 시스템의 상태(state)는 과열기 메탈에 분포한 온도가 된다. 이때 과열기의 온도분포를 알아내기 위해서는 과열기의 외부에서 가해주는 열입력의 분포에 대한 지식이 요구되는데, 이와같은 열입력의 분포는 일반적으로 측정이 용이하지 않다. 따라서, 관측기를 사용하여 과열기의 온도분포를 추정하고 추정된 온도분포를 이용하여 과열기의 온도제어를 위한 상태궤환 제어기를 구성하고자 하는 연구가 진행되어 왔다. [1], [10]

제시된 관측기는 측정된 과열기의 출구 온도와 관측기에서 추정된 온도간의 차이를 적당한 이득을 통해 관측기에 궤환함으로써 미지의 열입력에 의한 영향을 보상하도록 구성되었다. 그러나 이러한 기법이 이상적인 상황에서, 관측기로부터 추정된 상태의 과열기 온도분포의 수렴을 보장하는가에 관한 문제가 고려되고 있지 않다.

본 논문에서는 미지의 입력 또는 교란을 갖는 시스템에 대한 관측기의 이론을 사용하여 과열기 온도에 대한 관측기를 구성하는 문제를 취급하였다. 과열기 외부에서 가해지는 열입력은 미지의 입력 또는 교란으로 간주하고 과열기의 온도제어를 위한 입력으로서 과열저감기를 고려하였다. 이와같은 미지의 입력을 가진 관측기의 구성은 측정 가능한 상태의 수가 미지의 입력의 수보다 많거나 같아야 구성이 가능하며 관측기의 안정성이 동시에 보장되어야 한다. 따라서 과열기 온도분포의 특별한 형태를 이용하여 측정치 및 미지의 입력에 대한 조건이 만족되도록 가열온도 분포를 근사화 시키는 문제를 논의하였다.

2. 미지입력(unknown input)을 갖는 관측기(observer)

2.1 미지입력을 갖는 시스템에 대한 관측기의 구성 [1]

미지의 입력을 갖는 선형 시스템은

$$\dot{x} = Ax + Bu + Dv \quad (2.1)$$

$$y = Cx \quad (2.2)$$

$$x: N \times 1, \quad y: p \times 1, \quad v: m \times 1, \quad u: k \times 1$$

$$A: N \times N, \quad C: p \times N, \quad B: N \times k, \quad D: N \times m$$

로 나타낼 수 있다. 위와 같은 시스템에서 A, B, C, D는 기지의 행렬이고, u는 기지의 입력, v는 미지입력, 또는 교란(disturbance)을 나타내며 y는 측정치 벡터이다. 측정치 y와 기지의 입력 u를 이용하여 시스템 (2.1), (2.2)의 상태 x를 추정하기 위한 관측기는

$$\dot{z} = Fz + Ly + Gu \quad (2.3)$$

$$x_0 = z - Ey \quad (2.4)$$

$$z: N \times 1, \quad x_0: N \times 1, \quad F: N \times N$$

$$L: N \times p, \quad G: N \times k, \quad E: N \times p$$

식 (2.3), (2.4)와 같이 구성되고 관측된 상태(state) x_0 는 x 를 추종하도록, 즉

$$x(t) - x_0(t) \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty,$$

행렬 F, L, G, E를 선정하여야 한다. 추정오차 q 를

$$\begin{aligned} q &:= x_0 - x \\ &= z - x - Ey \end{aligned} \quad (2.5)$$

이라 정의하면 식 (2.1)-(2.4)로부터

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \dot{z} - \dot{x} - E\dot{y} \\ &= Fz + (LC - A - ECA + FEC)x - FEy + (G - B - ECB)u - (D + ECD)u \end{aligned} \quad (2.6)$$

가 된다. 따라서

$$P := I + EC$$

라 정의하고 행렬식(2.7a)-(2.9)

$$LC - A - ECA + FEC = -F \quad (2.7a)$$

또는

$$LC - PA = -FP \quad (2.7b)$$

$$G - B - ECB = [0] \quad (2.8)$$

$$D + ECD = [0] \quad (2.9)$$

를 만족하는 F, L, G, E를 구성하면

$$\dot{q} = Fq \quad (2.10)$$

가 된다. 따라서 만약 안정한 행렬 F가 존재하면 추정오차 q 는 영으로 점차적으로 수렴되고 $z \rightarrow x + Ey$, 즉 $x_0 \rightarrow x$ 로 된다.

2.2 관측기의 존재 조건

미지의 입력을 갖는 시스템에 대한 관측기 (2.3), (2.4)를 구성하는 문제는 식 (2.7a)-(2.9)을 만족하는 동시에 식 (2.10)의 F를 안정되게 하는 행렬 F, L, G, E를 구하는 문제가 된다. 상기조건을 만족하는 행렬의 존재를 위한 필요충분 조건은 문헌^[14]에서 찾아 볼 수 있다.

[정 리] : 시스템 (2.1), (2.2)에 대한 관측기가 존재하기 위한 필요충분 조건은 다음과 같다.

- 1) $RD = 0$
- 2) $[RA, C]$ 가 가검출(detectable)하다
여기서 $R := I - D(CD)^+C$

상기 식에서 A^* 는 행렬 A의 의사 역행렬(pseudo inverse)을 나타낸다. 즉, A^* 는 행렬식

$$A = A(A^*)A$$

를 만족하는 행렬로 정의한다. 위의 정리를 만족하는 CD가 존재하기 위한 필요조건은 조건

$$\text{rank}(CD) = m, \quad m \leq p,$$

이 만족되어야 한다. 과열기의 온도를 관측하기 위한 관측기의 구성을 위해

$$\text{rank}(CD) = m, \quad m = p \quad (2.11)$$

인 경우를 고려하면

$$(CD)^+ = (CD)^{-1}$$

가 된다. 식 (2.11)의 조건하에서 식 (2.9)를 만족하는 행렬 E는

$$E = -D(CD)^{-1}$$

가 되고

$$P = I + EC \quad (2.12)$$

$$= I - W$$

$$W := D(CD)^{-1}C$$

가 된다. 식 (2.12)의 정의를 이용하면

$$P^2 = P$$

$$W^2 = W$$

가 만족되어 P와 W는 사영 연산자(projection operator)가 된다.

또한, $y = Dx \in \text{Range}(D)$ 에 대하여

$$Wy = WDX \quad (2.13)$$

$$= D(CD)^{-1}CDx$$

$$= Dx$$

$$= y$$

가 되므로 $\text{Range}(D)$ 는 W에 대하여 불변(invariant)이다.

따라서 식 (2.12)를 이용하면 $I = P + W$ 가 되므로

$$R^N = \text{Range}(P) \oplus \text{Range}(D) \quad (2.14)$$

가 된다. 또한 식 (2.12)의 정의에서

$$PD = (I - D(CD)^{-1}C)D = 0 \quad (2.15)$$

가 만족되고,

$$CP = C(I - D(CD)^{-1}C) = 0 \quad (2.16)$$

가 되므로 시스템 (C, PA)의 관측행렬(observability matrix) W_0 는

$$W_0 = \begin{bmatrix} C \\ CPA \\ \vdots \\ C(PA)^{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

가 된다. 따라서, 시스템 (C, PA)의 불가관측 부분공간(unobservable subspace) $\text{Ker}(W_0)$ 는

$$\text{Ker}(W_0) = \text{Ker}(C) \quad (2.17)$$

로 주어진다. 또한 식 (2.16) 으로부터

$$\text{Ker}(C) \supset \text{Range}(P) \quad (2.18)$$

의 관계가 성립한다. 행렬 C와 D의 rank가 m 이므로

$$\dim[\text{Ker}(C)] = N - m, \quad \dim[\text{Range}(D)] = m \quad (2.19)$$

이 되고 식 (2.14)에서

$$\dim[\text{Range}(P)] = N-m \quad (2.20)$$

가 된다. 따라서 식 (2.17)-(2.20)으로 부터

$$\text{Ker}(W_0) = \text{Ker}(C) = \text{Range}(P)$$

의 관계가 성립된다. 이를 정리하면 다음의 corollary 가 성립한다.

Corollary : 식 (2.11)의 가정하에서

(C,PA)가 가검출(detectable)하다

⇨ 행렬 PA의 안정한 부분공간(stable subspace)이 Range(P)를 포함한다.

Remark 1 : 행렬 C, P를 다음과 같이 정의하면

$$C = \begin{bmatrix} c_1^T \\ c_2^T \\ \vdots \\ c_m^T \end{bmatrix}, P = \left[p_1 \mid p_2 \mid \cdots \mid p_N \right]$$

식 (2.16)으로부터

$$\text{Range}(P) = [\text{span}(c_1, c_2, \dots, c_m)]^\perp$$

의 관계가 성립한다.

Remark 2 : 위의 [정리 1),2)가 만족되는 경우

$$L = PAB(CD)^{-1}$$

$$G = PB$$

$$PAP = FP$$

를 이용하여 L, G, F를 구할 수 있다.

다음 절에서 과열기에 대한 관측기의 구성을 위해 시스템 (C, PA)의 가검출성을 조사하는데 다음의 정리가 유용하다.

Lemma^[7] : n x n 행렬 C가 부지배대각(negative dominant diagonal) 행렬일때, 즉

$$c_{jj} < 0,$$

$$|c_{jj}| > \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n |c_{ji}|, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

의 성질을 만족할 경우, 행렬 C의 고유치(eigenvalue)는 부실수부(negative real part)를 갖는다.

3. 시스템의 모델링

3.1 과열기의 모델링^[2]

과열기의 메탈과 증기, 가스 사이에 에너지 보존법칙이 성립되므로 그 관계를 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\text{축적 에너지의 변동} = (\text{유입된 에너지} - \text{방출된 에너지} + \text{입력된 열} - \text{방출된 일})$$

위의 관계를 식으로 나타내면

$$\frac{d(V\rho U)}{dt} = W_{in}H_{in} - W_{out}H_{out} + Q - P \quad (3.1)$$

와 같이되고, 위식에서 입력된 열은 Q로 나타내고, 방출된 일은 P로 나타낸다. 과열기에서 외부에 방출된 일은 없으므로 P는 영이 된다. 이때 U는 내부 에너지로서, 식 (3.1)의 좌변은 축적 에너지의 변동으로 증기와 메탈에 대하여 두가지로 나눌 수 있다.

$$\frac{d(V\rho U)}{dt} = M_m C_m \frac{d\theta_m}{dt} + V\rho \frac{dH_o}{dt} \quad (3.2)$$

(3.1)의 에너지 평형식을 아래 그림 3.1과 같이 과열기의 부분모델에 적용한다.

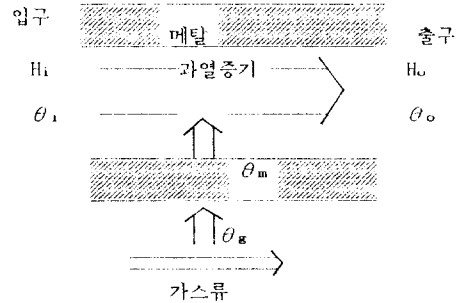


그림 3.1 과열기의 부분모델
Fig. 3.1 Superheater partial model

위의 모식도에서 메탈내의 증기량을 일정하다고 보아 W_{in} 과 W_{out} 을 W로 하면, 에너지 보존법칙으로부터 내부 증기의 에너지 변화는

$$V\rho \frac{dH_o}{dt} = (H_i - H_o)W + A_s \alpha_{ms} (\theta_m - \theta_o) \quad (3.3)$$

메탈의 에너지 변화는

$$M_m C_m \frac{d\theta_m}{dt} = A_s \alpha_{gm} (\theta_g - \theta_m) - A_s \alpha_{ms} (\theta_m - \theta_o) \quad (3.4)$$

이때 메탈내의 정압이라고 가정하게 되면

$$H = C_p \theta$$

로 둘수 있다. 여기서 H는 엔탈피, C_p 는 정압 비열, θ 는 온도이다. (3.3)식을 위의 관계에 의하여 다시 나타내면

$$V\rho C_p \frac{d\theta_o}{dt} = C_p (\theta_i - \theta_o)W + A_s \alpha_{ms} (\theta_m - \theta_o) \quad (3.5)$$

로 나타낼수 있다.

그리고 여기에서

- V : 과열기 내부의 증기의 부피 (m³)
- ρ : 과열기 내부의 증기의 밀도 (kg/m³)
- H_o : 과열기 출구의 증기 엔탈피 (kcal/kg)
- H_i : 과열기 입구의 증기 엔탈피 (kcal/kg)
- W : 과열기 내부 증기유량 (kg/s)
- θ_o : 과열기 출구 증기온도 (°C)
- θ_m : 과열기 메탈의 평균온도 (°C)
- A_s : 과열기의 전열면적 (m²)
- α_{ms} : 과열기 메탈에서 증기로의 열전달율 (kcal/m² s°C)
- α_{gm} : 과열기 외부가스에서 메탈으로의 열전달율 (kcal/m² s °C)

$$Dv = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \\ 0 & 0 \\ d\Delta l & d \\ 0 & 0 \\ 2d\Delta l & d \\ \vdots & \vdots \\ (n-2)d\Delta l & d \\ 0 & 0 \\ (n-2)d\Delta l & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

가 되며 CD행렬은

$$CD = \begin{pmatrix} 0 & d \\ (n-1)d\Delta l & d \end{pmatrix}$$

가 되어, CD의 계수는 2 이고 (CD)⁻¹ 가 존재한다.

다음에 가검출성을 조사하기 위하여 $\bar{x} = Tx$ 로

좌표변환 하고 행렬 \bar{P} , $\bar{P}\bar{A}$ 를 각각 구한다.

여기서

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} x_N \\ x_2 \\ \vdots \\ x_3 \\ \vdots \\ x_1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{A} = TA,$$

$$\bar{B} = TB,$$

$$\bar{C} = CT$$

$$:= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{D} = TD,$$

$$\bar{F} = I - \bar{D}(\bar{C}\bar{D})^{-1}\bar{C}$$

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \frac{n-2}{n-1} & \frac{1}{n-1} & 0 & I & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{n-1} & \frac{n-2}{n-1} & 0 & \dots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & I \end{pmatrix}$$

remark1 에의하여

$$\text{Range}(\bar{P}) = \text{span} [e_3, e_4, \dots, e_N] \quad (3.7)$$

$$e_i = [0, \dots, 0, \underset{i \text{ 번째}}{1}, 0, \dots, 0]^T$$

이다. 이때 $\bar{P}\bar{A}$ 를 구하여 보면

$$\bar{P}\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{A_4(n-2)}{n-1} & \frac{A_4}{n-1} & 0 & A_4 & \dots & \frac{A_3(n-2)}{n-1} & \frac{A_3}{n-1} \\ \frac{A_4(n-3)}{n-1} & \frac{2A_4}{n-1} & 0 & 0 & A_1 & \dots & \frac{A_3(n-3)}{n-1} & \frac{2A_3}{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{A_4}{n-1} & \frac{A_4(n-2)}{n-1} & 0 & \dots & 0 & A_4 & 0 & 0 \\ A_2 & 0 & 0 & \dots & A_5 & 0 & A_1 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & A_1 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline H_1 & H_2 \end{array} \right)$$

식 (3.7)에 의하면 (\bar{C} , $\bar{P}\bar{A}$)의 가검출성은 H_2 가 안정한 행렬일 때 성립한다.

$\bar{P}\bar{A}$ 의 (N-2)×(N-2)행렬인 H_2 가 각 행에서의 비대각 요소의 합은 $|A_3|, |A_5|$ 보다 작게 되고 또한 $|A_3|, |A_5|$ 는 대각 요소인 $|A_1|, |A_4|$ 보다 작게 되므로

$$[|A_3|, |A_5| < \min(|A_1|, |A_4|)], \quad A_1, A_4 < 0$$

를 만족하는 부지배대각이므로 Lemma에 의하여 안정하다.

그러므로, $\bar{P}\bar{A}$ 의 안정한 부공간 (stable subspace)이

Range(\bar{P})를 포함한다. 따라서, corollary에 의하여

(\bar{C} , $\bar{P}\bar{A}$)는 가검출하다.

따라서 Corollary, remark 1 과 Lemma 에 의하여

(\bar{C} , $\bar{P}\bar{A}$)는 가검출이므로 안정된 관측기를 구성할 수 있어 $x_0 \rightarrow x, z \rightarrow x + Ey$ 가 된다.

4. 결 론

본 논문에서는 과열기에 가해지는 열입력 분포를 미지의 입력 또는 교란으로 취급하여 미지의 입력 또는 교란에 대한 관측기의 이론을 사용하여 안정된 관측기를 구성하는 조건과 방법을 다루었다.

안정된 관측기를 구성하기 위해서는 측정하는 대상의 수가 미지의 입력의 수보다 많거나 같아야 하고, 가검출성을 만족해야만 안정된 관측기를 구성할 수 있다. 안정된 관측기를 구성하기 위해서는 미지의 입력의 수보다 많은 측정치를 갖는 것도 중요하지만 측정하는 대상을 선정하는 것 역시 중요한 문제가 된다.

추후의 연구과제는 추정된 온도분포를 이용하여 과열기의 온도제어를 위한 상태제한 제어를 구성하는 문제가 되겠다.

참 고 문 헌

- [1] Fuyu Yang and Richard W.Wilde, "Observer for linear systems with unknown inputs", IEEE Trans.on AC, Vol. 33 No 7, pp.677~681, 1988.
- [2] 藤井眞澄, 那須修二, "ホィラ 蒸氣溫度制御への 豫測制御の 適用", 電氣現場技術, pp.42~48, 1958.11.
- [3] H. Nicolson, "Dynamic optimization of a boiler", Proc.IEE Vol.111 No.8, pp.1479~1499, August 1964
- [4] K.L Chien, E.I ergin, C.Ling, and Allyn Lee, "Dynamic Anysis of a boiler", April 2-4, ASME, pp. 1809~1819, 1958.
- [5] R.Herzog and U.Kögi, "Operational Experience with a state variable controller with observer on a superheater temperature control system", SULZER AV6 Control System, pp.1~8.
- [6] Arch W.Nayer and George R.Sell, Linear Operator Theory in Engineering and Science, Springer-Verlag, 1982.
- [7] Dragoslav D.Siljak, Large-Scale Dynamic Systems, North-Horland, 1978.
- [8] 金 東 桓, 蒸氣 보일러 및 原動機, 東明社, 1988.
- [9] H.G.Nam, "Modeling and control system design study of a coal fired power plant", The Univ.of Texas at Austin Ph.D.Theme, August 1986.
- [10] Herbert Kraus and Rolf Vahldieck, "Operatioinal Experience with Progressive Control concepts Demonstrated on a State Controller", MANNESMANN, Hartmann & Braun.
- [11] M. Necati Özisik, Heat Transfer, McGraw-Hill, 1985.
- [12] Anderson and Moore, Linear optimal control, Prentice-Hall, 1971.
- [13] H. Kwakernaak and R.sivan, Linear Optimal Control System, Wiley, 1972.
- [14] J.E.Kurek, "The State Vector Reconstruction for Linear Systems with Unknown Inputs", IEEE Trans. on AC, Vol.AC-28, No.12, pp.1120-1122, December 1983