

# 지연시간을 갖는 계통의 성능 향상을 위한 지식기반 전문가 제어기 설계

박귀태 이기상\* 김성호 박태홍 고응렬<sup>o</sup>

고려대학교 대학원 전기공학과

\*단국대학교 전기공학과

## Design of Rule Based Expert Controller for Time Delay Systems

Gwi-Tae Park, Kee-Sang Lee\*, Sung-Ho Kim, Tae-Hong Park, Eung-Lyeol Koh

Department of Electrical Engineering

Korea University

\*Department of Electrical Engineering

Dankook University

### ABSTRACT

The control process involving pure time delays presents a continuing challenge to the control system engineer. The nonlinear nature of the delay which can be introduced into the system make the use of conventional control algorithms a poor prospect. The Smith Predictor was developed to alleviate this problem. Unfortunately the quality of control achieved with the Smith Predictor is known to be sensitive to modelling errors. Only recently have researchers attempted to quantify the Smith Predictor controller's robustness to modelling errors. In several studies stability boundaries were plotted as functions of errors in parameters. But the research results address the question of performance of Smith Predictor controllers. In this paper, the Rule based Expert Systems for performance improvement of the Smith Predictor controller are developed.

#### 1. 서론

대부분의 산업용 프로세스는 순수한 시간지연을 갖고 있으며 이런 계통의 효과적인 제어를 위한 많은 연구가 진행되어 왔다. 일반적으로 시간지연을 갖는 계통의 제어는 요구되는 응답특성을 갖도록 프로세스모델의 이득, 시정수, 시간지연으로부터 PID제어기의 이득을 조절하는 방식이 채택되고 있다.<sup>(1)</sup> 그러나 이 설계방법은 계통의 시정수가 지연시간에 비해 작을 경

우, 제어계의 안정도를 위해서는 낮은 루우프이득이 요구되며 이는 제어계통의 성능저하를 초래한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 Smith는 전형적인 궤환제어기에 안정도를 보장하기 위해 Minor Feedback Loop를 도입하여 제어계가 큰 루우프이득을 갖는 것을 가능하게 하였다.<sup>(2)</sup>

Smith Predictor 제어기는 모델과 프로세스간의 불일치가 없을 경우, 큰 지연시간을 갖는 계통에 대해서 좋은 Setpoint추적특성을 갖지만 모델링 편차가 존재하는 경우에는 바람직한 성능을 보장할 수 없으며 특히 모델 파라미터 중 지연시간과 이득의 불일치에 대해 대단히 민감하다는 것이 알려져 있다.<sup>(3)</sup> 따라서 최근에는 이들 파라미터의 불일치에 대해 안정도 및 성능면에서 강인한 Smith Predictor제어기의 설계문제가 중요과제로 연구되고 있다. 이 분야의 연구로는 프로세스 모델의 이득, 시정수, 지연시간 중 한개의 파라미터만 불확실한 경우의 안정도 문제를 다룬 Brosilow, Owens등의 연구와 모든 파라미터의 불확실성이 동시에 존재하는 경우에 대한 Chen등의 연구가 있다.<sup>(4)(5)(6)</sup>

이중 Chen의 연구는 모든 파라미터의 불확실성을 다루었다는 점에서 일반성이 있으나 불확실한 파라미터의 수에 따라 불확실성의 한계가 커지므로 제어성능의 저하라는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 먼저 Chen의 연구에서와 같이 모든 파라미터의 불확실성을 고려하여 제어기 파라미터를 결정한 후, 제어계의 응답으로부터 간단한 경험논리에 의해 이득 또는 지연시간을 추정하여 불확실성의 한계를 축소시킴으로서 안정도 및 제어성능면에서 기존의 것 보다 우월한 제어기 설계방법을 제안한다.

#### 2. 지연시간을 갖는 계통의 모델링

제어 계통을 설계하기 위해서는 물리적 계통을 모델링하여야 하며 효과적인 제어를 위해서는 제어 대상

인 계통의 특성을 보다 정확히 표현하여야 한다. 따라서 계통의 모델에 모델링시의 불확실성을 포함시켜야 하며 이를 위해 계통 모델을 하나의 공칭모델(Nominal Model)로만 표현하지 않고 패밀리(Family)  $\Pi = \{P(s)\}$ 로 표현한다. 본 논문은 전달함수의 계수가 한정된 범위내에서 섭동(Perturbation)하는 시간지연을 갖는 선형 시불변 계통에 대한 제어기 구성에 관한 것이며 이러한 제어대상은 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$P(s) = P^0(s) \exp(-\theta s) \quad (1)$$

$$= \frac{a_n s + a_{n-1} s + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s + b_{m-1} s + \dots + b_1 s + b_0} \exp(-\theta s)$$

$$a_i \in [a_{imax}, a_{imin}], b_i \in [b_{imax}, b_{imin}], \theta \in [\theta_{max}, \theta_{min}]$$

계통 모델의 불확실성을 정량적으로 취급하기 위해 식(1)의  $P(s)$ 를 다음과 같이 표현한다.

$$P(s) = \tilde{P}(s) [1 + l_m(s)] \quad ; |l_m(i\omega)| < |l(i\omega)| \quad (2)$$

여기서  $\tilde{P}(s)$ 는 계통에 대한 공칭모델이며  $|l_m(i\omega)|$ 는 주파수에 따른 불확실의 정도를 나타내는 곱하기형의 노름(Multiplicative Norm)이다. 식(2)는 임의의 주파수에 대해 패밀리  $\Pi$ 에 속하는 모든 모델이 복소 평면상에서 공칭모델을 중심으로 반경  $|\tilde{P}(i\omega)| |l(i\omega)|$ 인 원내에 존재함을 나타낸다.

## 2.1 제어계의 안정도

강인한 제어기는  $\Pi$ 에 속한 모든 모델에 대해 제어계가 안정하도록 설계되어야 한다. 따라서 그림1.의 전형적인 Smith Predictor 제어기의 경우, 제어계가 안정되기 위해서는  $\Pi$ 에 속한 모든  $P(s)$ 에 대해  $P(i\omega)C(i\omega)$ 의 궤적이 복소평면상의  $(-1,0)$ 점을 포함하지 않아야 한다. 따라서 공칭 모델에 대한  $\tilde{P}(i\omega)C(i\omega)$ 의 궤적이  $(-1,0)$ 점을 포함하지 않는다면 안정되기 위한 조건은 다음과 같다.

$$|\tilde{\eta}(i\omega)| |l(i\omega)| < 1, \quad \forall \omega \quad (3)$$

여기서  $\tilde{\eta}(s)$ 는 공칭 Complementary Sensitivity Function이며 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{\eta}(i\omega) = \frac{\tilde{P}C(i\omega)}{1 + \tilde{P}C(i\omega)} \quad (4)$$

조건(3)은 복소 평면상에서  $\tilde{P}C(i\omega)$ 에 중심을 둔 반경이  $|\tilde{P}C(i\omega)| |l(i\omega)|$ 인 영역이 모든 주파수에 대해서  $(-1,0)$ 점을 포함하지 않는다는 것을 의미한다.

## 2.2 제어계의 성능

강인한 제어기는 식(3)의 안정조건을 만족해야 할 뿐 아니라  $\Pi$ 에 속한 모든 모델에 대해서 작은 제어 편차를 갖도록 설계되어야 한다. 그림1.의 제어계의 경우, 제어 편차는 민감도함수(Sensitivity Function)  $\epsilon(s)$ 와 관련이 있다. 따라서 제어계의 성능은  $\epsilon(s)$ 의 크기에 제한을 받음으로서 다음과 같이 정의될 수 있다.

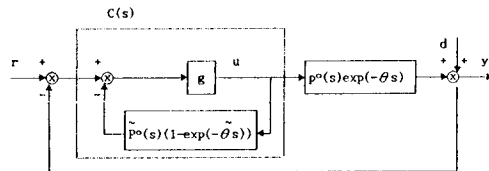


그림1. 전형적인 Smith Predictor 제어계의 구조.

$$|\epsilon(i\omega)| = \left| \frac{1}{1 + PC(i\omega)} \right| < \left| \frac{1}{W(i\omega)} \right|, \quad \forall \omega, \forall P \in \Pi \quad (5)$$

여기서  $|W(i\omega)|$ 는 성능하중(Performance Weight)을 나타내며 제어계가 작은 정상상태 편차를 갖기 위해서는 저주파 영역에서는 크고 저주파 영역에서는 작도록 선정해야 한다. 식(5)의  $P(s)$ 를 공칭모델과 곱하기형의 노름으로 나타내면 제어계의 성능은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\text{Sup}_{\omega} |\tilde{\eta}(i\omega)| |l(i\omega)| + |\tilde{\epsilon}(i\omega)W(i\omega)| < 1 \quad (6)$$

$\tilde{\epsilon}(s)$ 는 공칭 민감도 함수(Nominal Sensitivity Function)라 하며 항상  $\tilde{\eta}(s) = 1 - \tilde{\epsilon}(s)$ 를 만족한다.

식(6)으로부터 알 수 있듯이 공칭 모델에 대한 페루우프 안정도만 만족된다면 식(6)은 안정도와 요구되는 제어성능을 보장하는 필요 충분조건이 된다. 따라서 그림1.의 Smith Predictor제어기가 파라미터의 불확실성에 대해 강인하기 위해서는 조건(6)을 만족하도록 제어기  $g(s)$ 를 설계하여야 한다. 그러나  $g(s)$ 는  $C(s)$ 와 다음과 같은 관계를 가지므로 조건(6)을 만족하는 제어기  $g(s)$ 를 설계하는 것이 용이하지 않다.

$$C(s) = \frac{g(s)}{1 + \tilde{P}^0(s)g(s)(1 - \exp(-\theta s))} \quad (7)$$

## 3. IMC(Internal Model Control) 제어기의 설계

본 절에서는 강인한 제어기의 기본형태중 하나인 IMC제어기의 구조에 대해 고찰한다. IMC제어기는 제어기 파라미터의 선정에 의해 제어계의 안정도와 요구되는 제어 성능을 쉽게 달성할 수 있다는 장점을 가지며 시간지연을 갖는 안정한 페루우프 계통에 대해서 Smith Predictor구조와 같게 된다는 것이 알려져 있다. 따라서 계통 파라미터의 불확실성에 대해서 강인한 제어특성을 갖는 Smith Predictor 제어기 설계는 IMC제어기 설계방법에 의존한다. 식(1)로 표현되는

지연시간을 갖는 개루우프 안정한 계통에 대한 IMC 제어계의 구조는 그림2.와 같다.

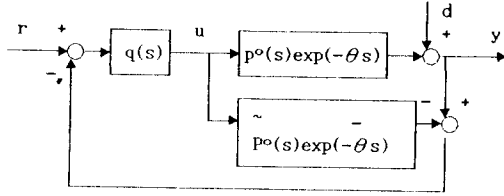


그림2. IMC제어계의 구조

그림에서  $P^o(s)\exp(-\theta s)$ 는 실제계에 대한 전달함수이며  $\tilde{P}^o(s)\exp(-\tilde{\theta}s)$ 는 이의 공칭모델이다. IMC제어기  $q(s)$ 는 그림1.의 귀환 제어계와 다음의 관계를 가진다.

$$C(s) = \frac{q(s)}{1 - \tilde{P}^o(s)\exp(-\tilde{\theta}s)q(s)} \quad (8)$$

IMC제어계가  $\Pi$ 에 속한 모든 모델에 대해 안정도 및 요구되는 제어성능을 갖기 위해서는 조건(4),(6)을 만족하여야 하며 이 경우 이들 조건은 아래와 같이 표현된다.

$$|\tilde{P}^o(i\omega)\exp(-\tilde{\theta}i\omega)q(i\omega)|l(\omega) < 1, \forall \omega \quad (9)$$

$$|\tilde{P}^o(i\omega)\exp(-\tilde{\theta}i\omega)q(i\omega)|l(\omega) + |(1-\tilde{P}^o(i\omega)\exp(-\tilde{\theta}i\omega)q(i\omega))w(i\omega)| < 1, \forall \omega \quad (10)$$

만일  $l(\omega)$ 와  $w(i\omega)$ 가 선정되면 위의 조건을 만족시키는 IMC제어기  $q(s)$ 를 설계하는 것이 간단하게 된다. 본 연구에서  $q(s)$ 의 설계는 M.Morari 가 제시한 방법을 따르며 설계과정은 다음과 같다.

(1) 모델 파라미터의 불확실성이 없다는 가정하에서 ISE(Integral Square Error)를 최소로 하는  $\tilde{q}(s)$ 를 설계한다.

(2) 전 단계에서 구한  $\tilde{q}(s)$ 가 조건(9),(10)을 만족하도록  $\tilde{q}(s)$ 에 저역통과필터  $f(s)$ 를 추가한다. (Detuning)

위의 과정을 통해 얻은 IMC제어기의 형태는 다음과 같다.

$$q(s) = \tilde{q}(s) f(s) \quad (11)$$

#### 4. Smith Predictor 제어기의 성능

많은 산업용 프로세스는 계단형태의 입력에 대해 S-형태의 응답 특성을 갖으며 이런 계통은 FOPDT모델로 표현이 가능하다. 본 절에서는 FOPDT계통의 불확실성을 갖는 파라미터의 갯 수에 따른 Smith Predictor의 제어성능에 대하여 고찰한다.

실제계통에 대한 전달함수표현이 다음과 같을 경우,

$$P(s) = P^o(s)\exp(-\theta s) = \frac{K \exp(-\theta s)}{(\tau s + 1)} \quad (12)$$

$$K \in [K_{\max}, K_{\min}], \tau \in [\tau_{\max}, \tau_{\min}], \theta \in [\theta_{\max}, \theta_{\min}]$$

$\bar{K}, \bar{\theta}, \bar{\tau}$ 은 각 섭동 파라미터의 평균값이고  $\delta K, \delta \theta, \delta \tau$ 를 다음과 같이 정의하면

$$\begin{aligned} |\delta K| &\leq \Delta K = |K_{\max} - \bar{K}| < |\bar{K}| \\ |\delta \theta| &\leq \Delta \theta = |\theta_{\max} - \bar{\theta}| < |\bar{\theta}| \\ |\delta \tau| &\leq \Delta \tau = |\tau_{\max} - \bar{\tau}| < |\bar{\tau}| \end{aligned} \quad (13)$$

식(11)의 계통은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$P(s) = \frac{(\bar{K} + \delta K) \exp(-(\bar{\theta} + \delta \theta)s)}{(\bar{\tau} + \delta \tau)s + 1} \quad (14)$$

이에 대한 공칭모델을 다음과 같이 선정할 경우.

$$\tilde{P}(s) = \tilde{P}^o(s)\exp(-\tilde{\theta}s) = \frac{\bar{K} \exp(-\bar{\theta}s)}{(\bar{\tau}s + 1)} \quad (15)$$

계통 파라미터 불확실의 정도를 나타내는  $l(\omega)$ 는 다음과 같이 선정할 수 있다.

$$l(\omega) = \left| \frac{|\bar{K}| + \Delta K}{|\bar{K}|} \frac{(\bar{\tau} + \Delta \tau)(i\omega + 1)\exp(\Delta \theta i\omega)}{(\bar{\tau} - \Delta \tau)(i\omega + 1)} - 1 \right| \quad \forall \omega < \omega^* \quad (16)$$

$$l(\omega) = \left| \frac{|\bar{K}| + \Delta K}{|\bar{K}|} \frac{(\bar{\tau} + \Delta \tau)(i\omega + 1)\exp(\Delta \theta i\omega)}{(\bar{\tau} - \Delta \tau)(i\omega + 1)} \right| + 1 \quad \forall \omega \geq \omega^* \quad (17)$$

여기서  $\omega^*$ 는 다음을 만족한다.

$$\Delta \theta \omega^* + \arctan \left[ \frac{\Delta \tau \omega^*}{1 + \bar{\tau}(\bar{\tau} - \Delta \tau)\omega^*} \right] = \pi \quad \pi/2 \leq \Delta \theta \omega^* \leq \pi \quad (18)$$

식(11)의 계통에 대한 IMC제어기 설계는 전 절에서의 설계과정을 따른다. 우선, 모델 파라미터의 불확실성이 없는 경우, 계단형태의 입력에 대해 ISE를 최소로 하는  $\tilde{q}(s)$ 는 M. Morari의 설계방법을 따르며 이 경우 다음과 같다.

$$\tilde{q}(s) = (\bar{\tau}s + 1) / K \quad (19)$$

또한  $\tilde{q}(s)$ 는 모델이 불확실성을 갖는 경우에도 제어계의 안정도와 요구되는 제어성능을 갖기 위해 저역통과필터를 필요로 한다. FOPDT계통의 경우,  $q(s)$ 는 다음과 같다.

$$q(s) = \tilde{q}(s)f(s) = \frac{(\bar{\tau}s + 1)}{(\lambda s + 1)K} \quad (20)$$

식(7),(8)로부터 IMC제어기는 다음과 같은 PI제어기를 갖는 Smith Predictor와 같음을 알 수 있다. 따라서 계통파라미터의 불확실성에 대해 강한 특성을 갖는 Smith Predictor의 설계는 IMC제어기 설계방법에 의해 수행될 수 있다.

$$g(s) = (\bar{\tau}s + 1) / K\lambda s \quad (21)$$

### 3.1 필터 파라미터의 선정

계통 파라미터의 불확실성이 존재할 경우, II에 속하는 모든 모델에 대해 Smith Predictor제어기가 안정하며 요구되는 제어성능을 갖기 위해서는 조건(10)을 만족하도록 필터 파라미터  $\lambda$ 를 선정하여야 한다. FOPDT계통의 경우, 이 조건은 다음과 같다.

$$\sup_{\omega} \frac{1(\omega)}{|\lambda i\omega + 1|} + |W(i\omega)| \frac{|\lambda i\omega + 1 - \exp(-\theta i\omega)|}{|\lambda i\omega + 1|} < 1 \quad (22)$$

파라미터의 불확실성이 동시에 존재할 경우, 식(22)를 만족하는 필터 파라미터  $\lambda$ 의 값은 표1.과 같다.

표1. 파라미터의 불일치 정도에 따른 필터 파라미터  $\lambda$ 의 크기

$\bar{\tau}/\bar{\theta} \ (\bar{\theta}=10 \text{ sec }  W =0.5)$		0.05	0.1	0.5	1	3
$\Delta \tau/\Delta \theta = \Delta k/k$	0.1	5.5	5.5	6.5	6.6	6.6
	0.2	9.2	9.0	11.0	13.0	13.8
	0.3	12.5	13.0	16.0	19.2	26.5
	0.4	16.5	16.5	21.5	27.0	44.0
	0.5	20.5	21.0	27.0	35.5	64.0
	0.6	25.0	24.5	32.5	44.5	84.0
	0.7	32.0	32.5	45.0	54.5	105.0
	0.8	51.0	54.0	64.0	79.0	135.0

일반적으로  $\lambda$ 값은 불일치의 정도가 커짐에 따라 크게되며 이는 제어성능의 저하를 초래한다. 따라서  $\lambda$ 의 선정에 큰 영향을 미치는 계통의 DC이득과 지연시간을 Heuristic Logic을 이용하여 구하면 시정수만의 불일치에 대해 조건(22)를 만족하는  $\lambda$ 를 얻을 수 있다. 이 경우,  $\lambda$ 값은 표2.와 같다.

제한된 제어계의 블록선도는 그림3.과 같다. 여기서 Heuristic Logic은 계통의 DC이득 및 지연시간을 검출하는 부분과 시정수만의 불일치에 대해 조건(22)를 만족하는  $\lambda$ 를 구하는 부분으로 구성된다. PI제어기의 이득은  $\lambda$ 로부터 결정되며 공칭모델의 파라미터는 검출로직에 의해 구해진 값으로 치환된다.

표2. 시정수만의 불일치에 대한 필터 파라미터  $\lambda$ 의 크기

$\bar{\tau}/\bar{\theta} \ (\bar{\theta}=10 \text{ sec }  W =0.5)$		0.05	0.1	0.5	1	3
$\Delta \tau/\Delta \theta$	0.1	5.0	5.2	5.8	5.8	5.6
	0.2	5.1	5.4	6.9	7.2	7.2
	0.3	5.3	5.8	8.1	8.5	9.0
	0.4	5.4	6.1	9.2	10.5	12.0
	0.5	5.5	6.4	10.5	13.0	15.4
	0.6	5.8	6.6	11.8	15.8	20.0
	0.7	5.9	6.8	13.0	19.0	27.5
	0.8	6.0	7.2	14.1	21.0	37.5

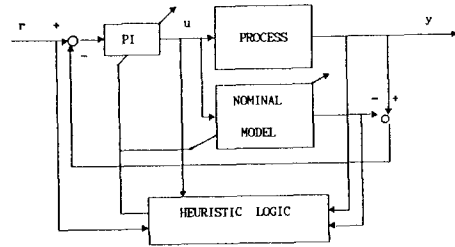


그림3. 제한된 제어계의 블록선도

### 4. 수치예

제한된 제어기의 성능을 검토하기 위하여 다음과 같은 전달함수를 갖는 FOPDT프로세스를 선정한다.

$$P(s) = P^o(s)\exp(-\theta s) = \frac{K \exp(-\theta s)}{\tau s + 1} \quad (23)$$

$$K \in [11, 14], \tau \in [7, 13], \theta \in [9, 11]$$

이에 대한 공칭모델을 다음과 같이 선정할 경우,

$$\tilde{P}(s) = \tilde{P}^o(s)\exp(-\tilde{\theta} s) = \frac{12.5 \exp(-10s)}{10s + 1} \quad (24)$$

여기서 공칭모델의 파라미터는 각 섭동파라미터의 평균값이다. 공칭모델과 실제 프로세스간의 파라미터 불일치가 최대 발생한 경우( $K=11, \tau=7, \theta=9$ ), 제어계가 강인하기 위해서는 조건(22)를 만족해야 한다. 이 경우, 조건을 만족하는  $\lambda$ 의 최소값은 11.5이며, 이 때의 제어기 응답특성은 그림4.와 같다. 같은 조건하에서 Heuristic Logic에 의해 구해진 프로세스의 DC이득과 지연시간을 공칭모델의 파라미터로 할 경우, 조건(22)를 만족하는  $\lambda$ 의 최소값은 8.5이며, 조절된 PI이득을 사용한 제어계의 응답은 그림5.와 같다. 그림으로부터 알 수 있듯이 간단한 Heuristic Logic의 첨가에 의해 계통의 성능이 향상됨을 알 수 있다.

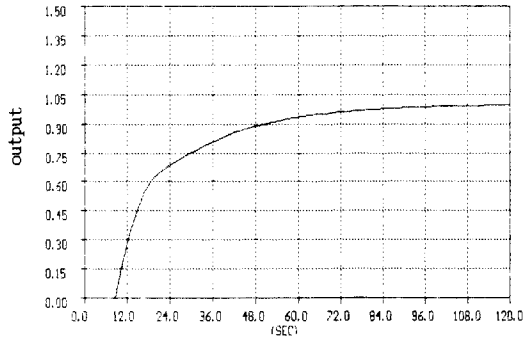


그림4. 모든 계통 파라미터의 불확실성을 고려한 경우의 응답특성

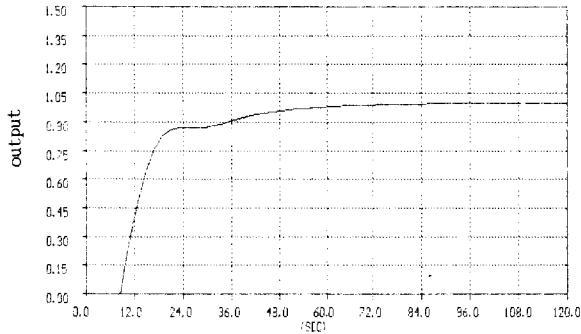


그림5. 제안된 제어기의 응답특성

## 5. 결과

본 연구에서는 FOPDT 모델로 표현되는 프로세스 제어와 관련하여 Smith Predictor Scheme의 강인성 확보를 위한 제어기 설계방법을 제시했다. 제안된 제어기는 원천적으로 FOPDT 모델의 모든 파라미터의 불확실성을 고려한 것이지만 파라미터중 일부를 간단한 Heuristic Logic에 의해 측정하여 제어기 파라미터를 조정하기 때문에 Chen이 제안한 제어방법에 비해 제어 성능면에서 우월하다. 본 연구에서는 순수한 시간지연을 갖는 FOPDT계통에 대해서만 고찰하였으나 지연시간 검출 로직의 적절한 구성에 의해 FOPDT모델로 표현될 수 있는 모든 계통에의 적용이 가능할 것으로 기대된다.

## 6. 참고문헌

- [1] Ziegler, J.G. and Nichols, N.B., "Optimum Settings for Automatic Controllers," Trans. ASME, Vol. 64, No. 11, 1942, p. 759
- [2] Smith, O.J.M., "Close Control of Loops with Dead Time," Chemical Engineering Process, Vol. 53, No. 5, 1967
- [3] R.F. Giles, "Gain Adaptive Deadtime Compensation," ISA Trans. Vol. 16, No. 1, 1977
- [4] Brosilow, C.B., "The Structure and Design of Smith Predictors from the Viewpoint of Inferential Control," JACC. Denver, 1979
- [5] Owens, D.H. and A. Raya, "Robust Stability of Smith Predictor Controllers for Time Delay Systems," Proc. Inst. Elect. Engrs., Pt. D, 129, 1982, p. 298
- [6] Manfred Morari and Evangelos Zafirion, Robust Process Control, Prentice-Hall, Inc, 1989