

불확실한 시스템의 가변 구조 모델 추종 제어기 설계에 관한 연구

○ 박재홍 이형찬 양해원

한양대학교 전기공학과

A Study on the Variable Structure Model Following Controller Design of Uncertain System.

○ Jae-Hong Park Hyung-Chan Rhee Hai-Won Yang
Dept. of Electrical Eng. Han-Yang Univ.

Abstract

This paper presents the new VSMFC (variable structure model following control) algorithm of a system with parameter uncertainty.

In contrast to the conventional approach, continuous control inputs are used instead of discontinuous ones and modified reachability condition for sliding mode reduces a reaching phase and a newly proposed sliding surfaces are used for the robust control of uncertain system.

2. 문제 설정

본 절에서는 다음과 같은 시스템의 제어에 대하여 다룬다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + \Delta A[t, x(t)] + [B + \Delta B[t, x(t)]] u(t) \quad (1) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned}$$

여기서 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태변수 벡터, $u(t) \in \mathbb{R}$ 는 제어입력이며, $\Delta A \in \mathbb{R}^n$, $\Delta B \in \mathbb{R}^n$ 는 불확실성을 표현하는 미지의 함수 벡터들이다. 또한 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^n$ 는 각각 상수 행렬과 상수 벡터이며, $t_0 \in \mathbb{R}_+$ 는 초기 시간이다.

1. 서론

제어 시스템을 설계하기 위해서는 우선 제어하려는 시스템의 수학적 모델링이 선행되어야 한다. 그러나 실제로는 측정 불가능 하거나 생략된 파라미터들과 외란 혹은 잡음등으로 인하여 완벽한 모델링이 불가능하므로, 플랜트 자체에 어떤 형태로든 불확실성(uncertainty)이 존재하게된다. 이러한 불확실성이 정합조건(matching condition)을 만족하고, 그 크기가 주어져 알고있는 경우에 대하여, 본 논문에서는 가변구조 제어이론을 적용하여 제어기를 설계하였다. 가변구조 제어이론은 다음의 이유 때문에 파라미터 불확실성을 포함한 역학 시스템의 제어에 잘 들어맞는데, 첫째는 가변구조 제어의 응용은 시스템 역학에 대한 정확한 해석이 요구되지 않으므로 복잡한 역학 계산을 피할 수 있다. 두 번째로 가변구조 제어이론이 적용될때 시스템의 조작성능은 유계된 외란에 둔감할 수 있다. 그러나 기존의 제어에서는 입력이 슬라이딩 표면상에서 불연속적인 함수로 나타나기 때문에 진동현상이 나타나며 실제로 이 진동하는 제어입력은 역학 시스템의 고주파 모드를 자극할 수 도 있으며 바람직하지 못한 공명 현상도 불러일으키게된다 [1].

본 논문에서는 이러한 진동(chattering)현상을 방지하기 위해서 연속함수를 이용하여 이 현상을 방지하였다 [2]. 또한 슬라이딩 표면에 궤적이 도달하는 동안 reaching phase 가 문제 되는데 제시된 슬라이딩 모드 존재조건으로 부터 슬라이딩 표면과 현재 궤적 사이의 오차로 정의된 함수를 사용하여 이 문제를 개선 시켰다. 또한 오차의 적분항을 사용한 동적 보상을 이용하여 기존의 슬라이딩 표면의 정의로부터 새로운 슬라이딩 평면을 정의하여 슬라이딩 모드의 동작이 일어나도록 제어기를 설계하였다. 그리하여 외란이나 불확실성이 존재하는 경우에 강인한 제어가 되도록 하였다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ a_1 & \dots & \dots & \dots & a_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}$$

[가정] 정합조건(matching condition)

연속 함수 $v \in \mathbb{R}$, $h \in \mathbb{R}$ 가 존재하여,

$$\Delta A[t, x(t)] = B v(t, x(t)) \quad (2a)$$

$$\Delta B[t, x(t)] = B h(t, x(t)) \quad (2b)$$

을 만족한다.

그리고 연속함수 $v(t, x(t))$ 와 $h(t, x(t))$ 가 다음과 같이 그 크기를 알고있는 값으로 주어지게 된다.

$$v_0 \leq v(t, x(t)) \leq v_1$$

$$h_0 \leq h(t, x(t)) \leq h_1$$

시스템 불확실성 $\Delta A(\cdot, \cdot)$ 와 입력 불확실성 $\Delta B(\cdot, \cdot)$ 가 위의 정합조건을 만족하면, 시스템(1)은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{x} = A x(t) + B([1 + h(t, x(t))]u(t) + v(t, x(t))) \quad (3)$$

이제 (3)식은 불확실성이 없는 시스템으로 간주하여 일반적인 제어문제로 볼 수 있으며, 다음 절에서는 식(3)으로 표현되는 플랜트에 대하여 다루겠다.

3. 제어기 설계

3.1 일반적인 가변구조 제어기

본 절에서는 일반적인 가변구조 모델 추종 제어기 설계에 대한 내용으로서 모델 추종 제어를 위해 모델 방정식은 선형이며 시불변 방정식으로 표현된다.

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (4)$$

여기서 $r(t) \in \mathbb{R}$ 인 기준 입력이고, $x_m(t) \in \mathbb{R}^n$ 이고, $A_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_m \in \mathbb{R}^n$ 이고, 다음과 같다.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ -a_{m1} & \dots & \dots & \dots & -a_{mn} \end{bmatrix} \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

가변구조 제어기 설계를 위해 일반적인 제어기는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$u(x, e, r) = \begin{cases} u^+(x, e, r) & s(e) > 0 \\ u^-(x, e, r) & s(e) < 0 \end{cases} \quad (5)$$

VSMFC 의 설계목적은 궤환 제어 입력 u^+ 와 u^- 를 결정하는 것이며, 슬라이딩 모드가 스윗칭 평면 상에서 일어나도록 뒤에서 정의되는 행렬 G 를 결정 해야하며, 오차는 $t \rightarrow \infty$ 에 따라 0 으로 수렴하도록 하는 것이다.

슬라이딩 평면은 다음과 같이 정의 된다.

$$s(e) = G e \quad (6)$$

$$G = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_{n-1} \ g_n]$$

여기서 $s \in \mathbb{R}, G^T \in \mathbb{R}^n, e \in \mathbb{R}^n$ 이고, 일반적으로 $g_n = 1$ 이다.

만일 u^+ 와 u^- 가 슬라이딩 평면 $s = 0$ 상에서 슬라이딩 모드가 존재하도록 설계된다면, 이상적인 슬라이딩 모드 방정식은 식(6)의 선형 방정식에 의해 주어진다.

기존방식의 제어칙은 다음의 형태로 주어진다 [3].

$$u = \Psi_0(t) e + \Psi_x(t) x + \Psi_r(t) r \quad (7)$$

$$\Psi_0(t) = \Psi_0 \text{diag}(\text{sgn } e_1, \text{sgn } e_2, \dots, \text{sgn } e_n)$$

$$\Psi_x(t) = \Psi_x \text{diag}(\text{sgn } x_1, \text{sgn } x_2, \dots, \text{sgn } x_n)$$

$$\Psi_r(t) = \Psi_r \text{sgn}(r)$$

여기서

$$\Psi_0 = (K_{e1}, K_{e2}, \dots, K_{en}) \text{sgn}(s)$$

$$\Psi_x = (K_{x1}, K_{x2}, \dots, K_{xn}) \text{sgn}(s)$$

$$\Psi_r = K_r \text{sgn}(s)$$

여기서 $\Psi_0^T(t) \in \mathbb{R}^n, \Psi_x^T(t) \in \mathbb{R}^n, \Psi_r(t) \in \mathbb{R}$ 이다. 이때 식(7)의 각 이득값들은 다음의 과정을 거쳐 구해지는데, 슬라이딩 모드 존재성의 충분 조건 [4],[6] 은 다음 식으로 표현되고,

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \frac{ds}{dt} > 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{ds}{dt} < 0$$

위의 두 조건은 다음과 동가이다.

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{ds}{dt} < 0 \quad (8)$$

제어기의 상수 이득값을 구하기 위해서 다음과 같이 Lyapunov 함수 V 를 정의 하였으며,

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2 \quad (9)$$

결과적으로 식(10)의 관계식에서 상수 이득값이 구해진다.

$$\dot{V}(s) = \dot{s} s < 0 \quad (10)$$

그러나 위에서 처럼 얻어진 상수 이득값으로 제어기를 설계 하였을 경우 스윗칭 표면 상에서 궤적오차와 제어입력이 진 동현상을 일으키게된다. 이 문제는 다음절에 제시되는 알고리즘을 통하여 궤적오차 와 제어입력에 있어서 진동을 제거하였 다.

3.2 새로운 가변구조 모델 추종 제어기

새로 제시하는 가변구조 모델 추종 제어기는 다음과 같이 슬라이딩 평면을 정의한다. 즉 오차의 향으로 이루어진 저역 필터형 적분기를 사용한 동적 보상기를 이용해 기존의 s 에 더해지게된다. 이때 슬라이딩 모드가 switching plane 상에서 존재하도록 G 와 C 를 결정해야한다. 이와 같이 동적보상 기를 덧붙임으로서 정상상태의 오차를 줄여줄 수 있다.

$$s(e) = G e + z \quad (11)$$

$$\dot{z} = -z + C e$$

$$C = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{n-1} \ c_n]$$

여기서 $C^T \in \mathbb{R}^n$ 이고, $z \in \mathbb{R}$ 이고, $c_n = 0$ 이다.

이때의 새로 제시한 제어칙은 다음과 같다.

$$u = \Psi_0(t)e + \Psi_x(t)x + \Psi_r(t)r + \Psi_d(t) + \Psi_z(t) + \rho \frac{s}{|s| + \sigma} \exp(\gamma |s|) \quad (12)$$

γ 는 양의 상수이고, $\rho \in \mathbb{R}$, σ 는 0보다 큰 상수이며, $\exp(\gamma|s|)$ 는 양의 값에서 유계되는 함수이다. 기존의 제어책에서는 각 이득을 구하는데 제어입력이 식(7)에서 $\text{sgn}(s)$ 함수로 구성되는데 여기서는 $s/|s| + \sigma$ 로 바꾸어 주,

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_e(t) &= \dot{\Psi}_e \text{diag}(\text{sgn } e_1, \text{sgn } e_2, \dots, \text{sgn } e_n) \\ \dot{\Psi}_x(t) &= \dot{\Psi}_x \text{diag}(\text{sgn } x_1, \text{sgn } x_2, \dots, \text{sgn } x_n) \\ \dot{\Psi}_r(t) &= \dot{\Psi}_r \text{sgn}(r) \\ \dot{\Psi}_d &= \dot{\Psi}_d \\ \dot{\Psi}_z &= \dot{\Psi}_z \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_e &= (K_{e1}, K_{e2}, \dots, K_{en}) \frac{s}{|s| + \sigma} \\ \dot{\Psi}_x &= (K_{x1}, K_{x2}, \dots, K_{xn}) \frac{s}{|s| + \sigma} \\ \dot{\Psi}_r &= K_r \frac{s}{|s| + \sigma} \\ \dot{\Psi}_d &= K_d \frac{s}{|s| + \sigma} \\ \dot{\Psi}_z &= K_z \text{sgn}(z) \frac{s}{|s| + \sigma} \end{aligned}$$

위의 형태로 바꾸어 새로운 제어입력이 얻어진다.

(정리)

모든 $t \in \mathbb{R}$ 에 대해 다음의 부등식이 성립하는 $s(e)$ 의 미분 방정식이 다음의 어떤 양의 상수 β 와 어떤 유계된 함수 $\exp(\gamma|s|)$ 에 대해 성립한다고 가정하자.

$$\dot{s} < -\beta \frac{s^2}{|s| + \sigma} \exp(\gamma|s|) \quad (13)$$

그러면 오차의 궤적은 어떠한 초기조건을 갖는 오차에 대해서도 스윙팅 표면 $s(e)$ 에 도달하고 그 표면에 남게된다 [5].

(증명)

$V(s)$ 를 다음과 같이 정의 하자.

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2$$

그러면 $V(0) = 0$ 과 (13) 식으로부터

$$\dot{s} < -\beta \frac{s^2}{|s| + \sigma} \exp(\gamma|s|)$$

가 된다. 그러므로 $V(s)$ 는 s 의 Lyapunov 함수이고, 슬라이딩 모드가 존재한다.

모델과 플랜트의 오차 방정식을 구하면, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x}_m - \dot{x} \\ &= A_m x_m + B_m r - A x - B\{[1 + h(t, x(t))]u(t) + v(t, x(t))\} \\ &= A_m e + (A_m - A)x + B_m r - B\{[1 + h(t, x(t))]u(t) + v(t, x(t))\} \end{aligned} \quad (14)$$

식(12)의 새로운 제어책의 상수 이득값은 새로운 슬라이딩 모드 존재조건인 식(13)을 만족하도록 구할 수 있다. 여기서 β 는 양의 상수이고, $\exp(\gamma|s|)$ 는 슬라이딩 평면과 현재 궤적 사이의 오차로 정의되는 함수이며, 양의 값에서 유계된다. 슬라이딩 모드의 존재성으로부터 함수

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2$$

이라 하면, 식(12) 과 (14)식 으로부터 다음을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &= \dot{s} s \\ &= (G \dot{e} - z + C e) s \\ &= \{ G (A_m - B(1+h(t, x(t)))) \Psi_e(t) + C \} e \\ &\quad + G (A_m - A - B(1+h(t, x(t)))) \Psi_x(t) x \\ &\quad + G (B_m - B(1+h(t, x(t)))) \Psi_r(t) r \\ &\quad - GB(1+h(t, x(t))) [\Psi_d(t) + \rho \frac{s}{|s| + \sigma} \exp(\gamma|s|)] \\ &\quad - GB(1+h(t, x(t))) \Psi_z(t) z \\ &\quad - GBv(t, x(t)) - z \} s \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)을 다음과 같이 두개의 항으로 나눌 수 있다.

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$

그리고 각항은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \{ G (A_m - B(1 + h(t, x(t)))) \Psi_e(t) + C \} e s \\ &\quad + G(A_m - A - B(1 + h(t, x(t)))) \Psi_x(t) x s \\ &\quad + G(B_m - B(1 + h(t, x(t)))) \Psi_r(t) r s \\ &\quad - G(Bv(t, x(t)) + B(1+h(t, x(t)))) \Psi_d(t) s \\ &\quad - \{ GB(1+h(t, x(t))) \Psi_z(t) + 1 \} z s \end{aligned}$$

$$\dot{V}_2 = - [GB(1+h(t, x(t))) \rho \frac{s^2}{|s| + \sigma} \exp(\gamma|s|)]$$

여기서 $\dot{V}_1 < 0$ 을 만족하도록 스윙팅 이득을 정해주고,

\dot{V}_2 는 정리에서 가정한 식(13)을 만족하도록 ρ 를 정해줄 수 있다.

위의 두 식으로부터 각 스윙팅 이득값은 다음과 같이 구하였다.

$$\Psi_{e,i}(t) \begin{cases} K_{e,i} \geq \{(b(1+h_1))^{-1} (g_{i-1} - a_{m,i} + c_i)\} & e_i s > 0 \\ -K_{e,i} \leq \{(b(1+h_0))^{-1} (g_{i-1} - a_{m,i} + c_i)\} & e_i s < 0 \end{cases}$$

$$\Psi_{x_1}(t) \begin{cases} K_{x_1} \geq \{-(b(1+h_1))^{-1}(-g_{i-1} + a_{m_i} + a_i)\} & x_{1s} > 0 \\ -K_{x_1} \leq \{-(b(1+h_0))^{-1}(-g_{i-1} + a_{m_i} + a_i)\} & x_{1s} < 0 \end{cases}$$

$$\Psi_r(t) \begin{cases} K_r \geq \{(b(1+h_1))^{-1}\} & r_{s} > 0 \\ -K_r \leq \{(b(1+h_0))^{-1}\} & r_{s} < 0 \end{cases}$$

$$\Psi_d(t) \begin{cases} K_d \leq \{-v((1+h_1))^{-1}\} & s > 0 \\ -K_d \geq \{-v((1+h_0))^{-1}\} & s < 0 \end{cases}$$

$$\Psi_z(t) \begin{cases} K_z \geq \{-(b(1+h_1))^{-1}\} & z_{s} > 0 \\ -K_z \leq \{-(b(1+h_0))^{-1}\} & z_{s} < 0 \end{cases}$$

$$\rho \geq \beta(b(1+h_1))^{-1}$$

여기서 $g_0 = 0$ 이다.

이렇게 얻어진 상수이득 값으로 제어기를 설계하였을 경우 슬라이딩 표면 상에서 시스템은 불연속적인 상태에 있기 때문에 진동현상이 나타나는데, 이제 새로 제시한 제어기를 위의 스윙칭 이득으로 설계하기 위하여 위의 식에서 필연적으로 나오게 되는 $\text{sgn}(s)$ 의 함수를 연속함수 $s/|s| + \sigma$ 로 바꾸어 설계한다.

따라서 일반적인 제어기의 구조는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = \left(\sum_{i=1}^{i=n} K_{e_i} |e_i| + \sum_{i=1}^{i=n} K_{x_i} |x_i| + K_r |r| + K_d + K_z \text{sgn}(z) + \rho \exp(\gamma |s|) \right) \frac{s}{|s| + \sigma}$$

다음 절에서는 모의 실험을 통하여 위의 제어기로 설계된 시스템의 성능을 살펴보겠다.

4. 컴퓨터 모의실험

모의 실험에 쓰인 플랜트는 그림 1 과 같이 간단한 단진자 이다 [7]. 여기서 l 은 단진자의 길이이고, d 는 외란이고, $x_1(=\theta)$ 은 단진자의 위치, x_2 는 속도 이다. 그리고 입력측의 정확성은 없는 것으로 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a(t) \sin x_1(t) + u(t) - d(t) \frac{\cos x_1(t)}{l} \end{aligned}$$

실험에 쓰인 파라미터 값들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} |a| &\leq 1.0 & l &= 1.0 \text{ m} \\ |d| &\leq 0.5 \end{aligned}$$

스윙칭 표면은 다음과 같이 정의 하였다.

$$s(e) = 10. e_1 + e_2 + z$$

$$\dot{z} = -z + 10. e_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} & 0 \\ -a(t) \sin x_1 - d(t) \cos x_1 / l \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

그리고 모델 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_{m1} = x_{m2}$$

$$\dot{x}_{m2} = -a_{m1} x_{m1} - a_{m2} x_{m2} + b_m r(t)$$

여기서 a_{m1} , a_{m2} 와 b_m 은 각각 2., 3., 1. 이다.

기준입력 $r(t) = 10.$ 이고, $d(t) = 0.5 \cos t$, $a(t) = 0.7 \sin t$ 이다.

모의 실험에 쓰인 제어기는 다음과 같다.

$$u = \left(K_{e1} |e_1| + K_{e2} |e_2| + K_{x1} |x_1| + K_{x2} |x_2| + K_r |r| + K_d + K_z \text{sgn}(z) + \rho \exp(\gamma |s|) \right) \frac{s}{|s| + \sigma}$$

그리고 제어기에 쓰인 각 스윙칭 이득 값은 다음표와 같다.

이득	본 논문에서 사용한 이득
$[K_{e1} \ K_{e2}]$	$[\ 8. \ 7.]$
$[K_{x1} \ K_{x2}]$	$[\ 2. \ 13.]$
K_r	1.
K_d	1.5
K_z	-1.
$\rho(t)$	10.
σ	0.3

그림 2(a), (b)는 기존의 결과와 본 논문의 링크의 위치오차의 결과를 비교하였고, (c), (d)는 속도 오차를 비교하였으며, (e), (f)는 제어입력을 각각 비교하였다.

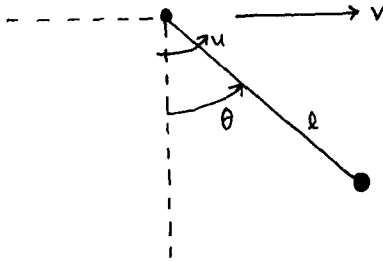


그림 1. pendulum

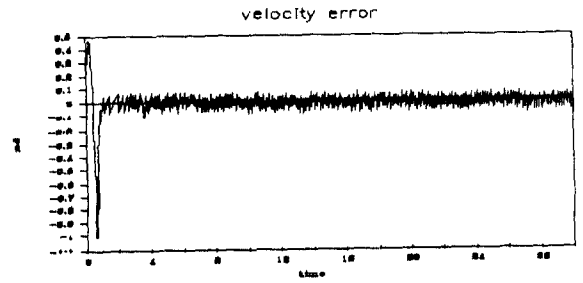


그림 2. (c) 속도 오차(기존의 경우)
Fig 2. (c) velocity error (conventional)

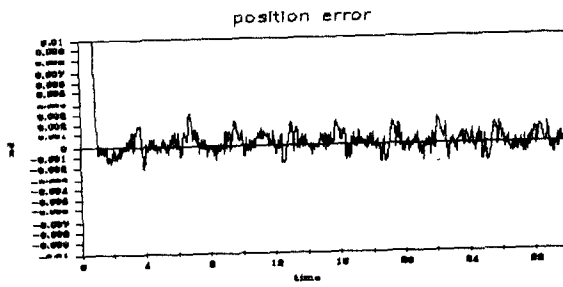


그림 2. (a) 위치 오차(기존의 경우)
Fig 2. (a) position error (conventional)

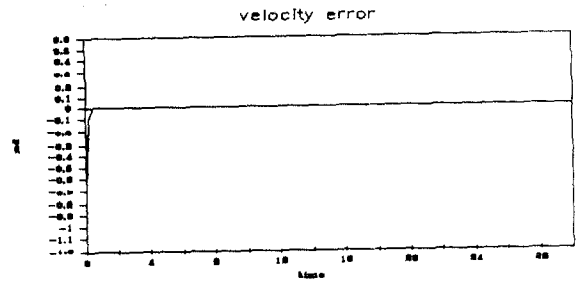


그림 2. (d) 속도 오차(본 논문)
Fig 2. (d) velocity error (this paper)

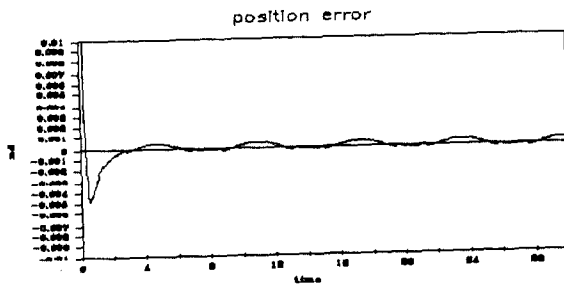


그림 2. (b) 위치 오차(본 논문)
Fig 2. (b) position error (this paper)

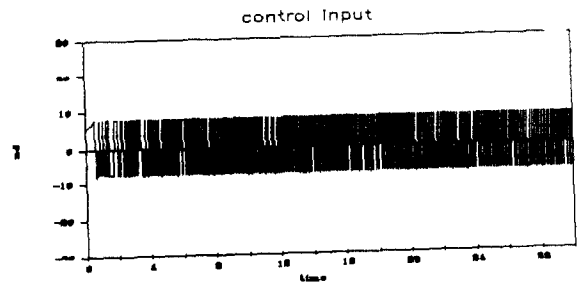


그림 2. (e) 제어입력(기존의 경우)
Fig 2. (e) control input (conventional)

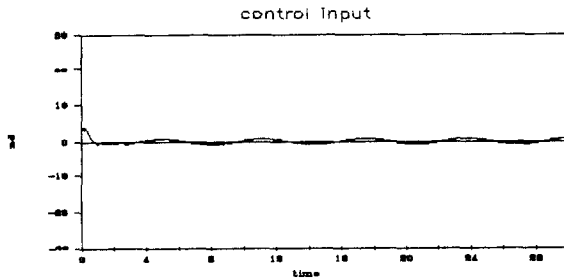


그림 2. (f) 제어입력 (본 논문)
 Fig 2. (f) control input (this paper)

5. 결 론

본 논문에서는 불확실한 파라미터를 갖는 시스템에 대한 가변구조 모델 추종제어를 다루었다. 불연속적인 제어입력을 연속적인 제어입력으로 바꾸어줌으로써 기존의 제어에서 나타나는 진동(chattering)을 제거하였고, 슬라이딩 표면과 슬라이딩 표면 도달 조건을 새로 정의하여 각각 출력오차와 reaching phase 를 개선 시켰다. 이 결과들은 몇가지 모의 실험을 통하여 입증하였으며, 앞으로의 연구과제는 시스템의 규모가 커지면 스위칭 이득값을 구하는데 어려움이 많으므로 이에 대한 체계적인 이득동조의 방법에 대한 연구가 이루어져야 하겠다.

6. 참고 논문

- [1] Yoshihiko Miyasato & Yasujiro Oshima " Non-linear adaptive control for robotic manipulators with continous control inputs," INT, J Control, vol.49, No.2, pp.545-559, 1989.
- [2] G.Ambrosino, G.Celentano, and F.Garofalo, "Robust model tracking control for a class of nonlinear plants," IEEE Trans. Automat. Contr., vol AC-30, No3, pp.275-279, 1985.
- [3] K-K.D.Young , " A variable Structure model following control design for robotics applications," IEEE Journ of Robotics and Automation, vol.4. No.5, pp.556-561 October 1988.
- [4] Vadim I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," IEEE Trans. on Automat. Contr. vol.AC-22 No.2, pp.212-222, April 1977.
- [5] Kang-Woong Lee, Sung-Jun Lee, Keh-Kun Choi, "A model following variable structure controller," IECON'89 November 6-10, pp.330-334 1989.
- [6] U.Itkis, " Control systems of variable structure," John Wiley & Sons , New York , 1976.
- [7] Martin J. Corless & George Leitmann "Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Boundedness for Uncertain Dynamic Systems," IEEE Trans. Automat. contr., vol.AC-26, No.5, October 1981.