

동적인 매개변수 불확실성을 갖는 로봇트 매니플레이터와 조작기에 대한 강건한 제어기

◦ 정을호* 이종용* 이상효**
* 광운대학교 공과대학 전자공학과
** 광운대학교 공과대학 제어계측공학과

Robust Controller for Actuator plus Manipulator with Dynamic Parameter Uncertainty

CHUNG EULHO* LEE CHONGYOUNG** LEE SANGHYO**
* Dep. Electronics Eng.
** Dep. Control & Instrumentation Eng.
Kwang Woon University

Abstract

In this paper, Proposed the robust controller for robot manipulator plus actuator with dynamic parameter uncertainties.

In general, errors and uncertainties system parameters exist more or less between the actual system and mathematical model. To reduce these trem, used Lyapunov stability theorem.

The performance of the controller is evaluated for the three degree of freedom robot manipulator plus actuator model with uncertainties of parameters and model errors

1. 서론

로봇트 팔의 제어는 대부분의 논문에서는 강체 로봇트의 동력학을 취급하게 되었다.

특히 위치 제어를 위해 끝점 궤적 추종 성능을 얻기 위한 제어 알고리즘의 개발은 최근에 상당한 관심의 주제가 되었다.⁽¹⁾

매니플레이터 제어 문제의 복잡성은 주로 상태 의존 관성항과 코리올리스력과 원심력으로 부터 자유도 사이의 강한 비선형 결합의 형태로 표현되는 매니플레이터 동력학으로 부터 발생한다.

로봇트 동력학 모델은 조작기 동력학과 매니플레이터 동력학으로 구성되며, 조작기 동력학은 고속운동과 매우 심하게 변하는 부하의 경우에 로봇트 동력학의 중요한 부분으로 작용한다. 그리고 3차 계통 제어기의 구성은 제어 계통에 대해 3차 연속 입력의 사용을 요구한다. 그것은 로봇트 가속도의 도함수에서 불연속성을 제거하는 장점을 갖을 뿐만 아니라 로봇트 채터링(Chattering)에 의해 원인 되는 빠른 로봇트 하드 웨어의 성능 저하를 막는데 도움이 이된다.

이 논문의 목적은 크게 두가지로 분류한다.

첫째로 제어기는 완전한 운동학 모델의 가정 하에서 끝점의 위치와 방향을 제어하기 위해 관절 변수 궤환을 사용하는 것을 제안한다.

그리고 부가적으로 제어기 입력으로 동적인 매개 변수 불확실성의 존재에서 입력신호의 확

실한 종류에 대해 점근적인 궤적 추종을 얻는다.

둘째로 제안된 제어책 안정도의 강건성을 증명한다. 제안된 제어기의 극부적인 점근적 안정도는 Lyapunov 접근 (2)을 사용하여 증명한다.

부가적으로 그것은 폐경로 안정도와 중요한 점근 추종 특성이 동적인 매개변수 불확실성의 존재에서 유도 되는 것을 설명했다. (3)

우리는 3차 로봇 동력학 방정식의 완전한 식을 얻기 위하여 운동의 로봇 방정식을 갖는 로봇 조작기 동력학 모델을 첨가했다.

본 논문에서 제안된 제어기의 성능을 보이기 위하여 자유도가 3이며 조작기의 모델이 포함된 로봇 매니퓰레이터에 대하여 부하 변동과 구조적 오차가 존재하는 경우를 고려하여 컴퓨터 시뮬레이션 하였다.

2. 본 문

2-1. 동력학 모델

본 논문에서는 다음과 같이 자유도 (DOF ; Degree of Freedom)가 3인 집중 질량 형태의 로봇 매니퓰레이터를 고려하자.

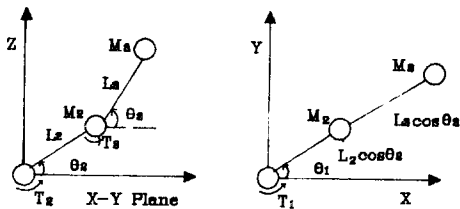


그림 1. 로봇 매니퓰레이터의 모델
Fig. 1. The Model of Robot Manipulator

Lagrange 역학을 이용하여 3개의 관절과 2개의 링크를 갖는 로봇 매니퓰레이터 동력학 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = T_i(t) \quad (i=1,2,3) \quad (2.1-1)$$

여기서, $L = K_i - P_i$

q_i =i번째 관절의 관절각

\dot{q}_i =i번째 관절의 각속도

T_i =관절 i에 가해지는 토크

위의 수식에서 K(운동 에너지)와 P(위치 에너지)는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$K_i = \frac{1}{2} m_i V_i^2 + \frac{1}{2} I_i \dot{\theta}_i^2 \quad (2.1-2)$$

$$P_i = m_i g h_i \quad (2.1-3)$$

여기서 m_i 는 링크의 질량

V_i 는 링크 i의 중심 속도

I_i 는 질량 중심에 대한 링크 i의 관성 모멘트

g 는 중력 벡터

h_i 는 링크 i의 질량 중심과 기준점과의 z방향 연직 거리

따라서 식(2.1-1)을 전개하면 결합된, 비선형 2차 미분 형태로 표현된다.

$$D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) = T_i(t) \quad (2.1-4)$$

여기서 $D(q)$:가속도와 관련된 3x3 관성행렬

\ddot{q} :3x1벡터로 각 관절의 가속도

$H(q, \dot{q})$:3x1의 원심력과 코리올리스항

$G(q)$:3x1의 중력 벡터

$T_i(t)$:각 관절에 가해지는 토크

일반적으로 관성항 $D(q)$ 는 대각 요소인 유효 관성항과 대칭적인 결합 관성항으로 구성되며, 제어 문제에서 추종 안정도와 위치의 정확도에 중요한 작용을 한다. 그리고 중력항은 초기 입력 토크로써의 궤적 추종 위치의 정확도에 중요한 작용을 하고, 원심력과 코리올리스항은 관절 속도의 제곱에 비례하므로 매니퓰레이터가 고속 수행을 할때 중요한 작용을 한다.

2-2. 조작기의 모델

일반적인 로봇 매니퓰레이터의 동력학 방정식은 매니퓰레이터에 작용하는 모든 요소들을 포함하지 않았다. 그래서 정확한 모델을 만들기 어려울 뿐만 아니라 조작기가 있음으로

서 작용하는 효과를 알지 못했다. 이러한 단점들을 보완하기 위하여 조작기 동력학 방정식을 포함하는 로봇의 동력학을 포함함으로써 정확한 모델 뿐만 아니라 조작기의 작용을 고려하고자 한다. 다음과 같이 기어 상자를 통하여 j 번째 관절을 조작하는 j 번째 아마추어 직류 전동기의 회로도틀 고려하자.

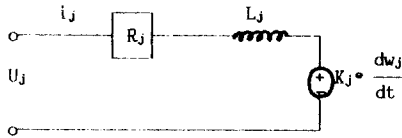


그림 2. i 번째 전동기의 아마추어 회로
아마추어 회로의 전압 방정식은 다음과 같다.

$$R_j i_j + L_j \frac{di_j}{dt} + K_j \circ \frac{dw_j}{dt} = u_j \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2.2-1)$$

여기서, R_j : 아마추어 회로의 저항
 i_j : 아마추어 전류
 L_j : 아마추어 회로의 자기저항
 $K_j \circ$: 전동기의 전압 상수
 w_j : 전동기의 각 위치
회로의 시상수는 시간 응답을 결정하는 L_j/R_j 이다. 그리고 q_j 를 j 번째 관절 변수라 놓는다면

$$w_j = N_j q_j \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2.2-2)$$

이다. 여기서, N_j 는 j 번째 관절의 기어비이다. 전동기의 출력 토크가 아마추어 전류에 비례하기 때문에 j 번째 관절 토크 T_j 는 다음과 같다.

$$T_j = N_j K_j^T i_j \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.2-3)$$

여기서, K_j^T 는 j 번째 전동기의 토크 상수이다.

본 논문에서 사용하는 실제 매니퓰레이터 동력학 방정식을 얻기 위하여 조작기 동력학이 포함된 동력학은 다음과 같이 얻어진다.

식(2.2-3)을 식(2.1-4)에 대입한다.

$$D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) = T_j = N_j K_j^T i_j \quad (2.2-4)$$

식(2.2-4)에서 i_j 를 구한다면 이 식을 전동기의 식(2.2-1)에 대입하고 그리고 식(2.2-2)을 식(2.2-1)에 대입하면 우리가 원하는 동력학 방정식이 구해진다.

$$\bar{D}(q)\ddot{q} + \bar{P}(q, \dot{q}, \ddot{q}) = u \quad (2.2-5)$$

$$y = f(q)$$

여기서,

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} L_1 & & & 0 \\ N_1 K_1^T & & & \\ & & & \\ & & & L_n \\ 0 & & & N_n K_n^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11} + I_{a1} & & & \\ & \dots & & \\ & & \dots & \\ & & & D_{nn} + I_{an} \end{bmatrix}$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \vdots \\ \bar{P}_n \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

여기서, $D(q)$: 가속도의 도함수와 관련된 3×3 관성행렬
 \ddot{q} : 가속도의 도함수

$\bar{P}(q, \dot{q}, \ddot{q})$: 코리올리스력, 원심력, 중력항과 전동기의 요소들이 포함된 항

u : 입력 토크

y : 출력항

우리의 새로운 제어식(2.2-5)는 3차이고 계통에 대한 입력은 전압이라는 것에 주목해야 한다. 식(2.2-5)는 비선형이고 결합되었다.

2-3. 제어 모델

수학적 모델은 모델링 오차와 외란등에 의해 실제의 로봇트 매니퓰레이터와 똑같이 표현하기가 어렵다.

그러므로 $\bar{D}(q)$, $\bar{P}(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 의 정확한 값을 알지 못하고 단지 $\bar{D}(q)$, $\bar{P}(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 의 유계된 값을 알고 있으며, $\bar{D}(q)$, $\bar{P}(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 의 구조적 불확실성 (Structured Uncertainties)을 본 논문

문에서 고려한다.

먼저 구조적 불확실성에 대한 수학적 관계를 살펴보자. 구조적 불확실성은 식(2.2-5)의 구조적 치원(Dimension)과 $\bar{D}(q)$ 는 다음과 같이 정의되는 norm의 유계를 알고 있는 경우이다.

$$\begin{aligned} \mu_q(\bar{D}) &= \sup_{\|x\| \leq 1} \sup_{\|x\| = 1} |x^T \bar{D} x| \\ \nu_q(\bar{D}) &= \inf_{\|x\| \leq 1} \inf_{\|x\| = 1} |x^T \bar{D} x| \end{aligned} \quad (2.3-1)$$

또한 $\bar{D}(q)$ 행렬은 양의 정의된 대칭구조이며 q 에 대하여 연속이므로 $\nu_q(\bar{D}) > 0$ 이고 $\mu_q(\bar{D})$ 는 $\eta < \infty$ 이면 항상 유계된다. 그러므로 다음 식은 모든 $X \in \mathbb{R}^n$ 에 대하여 성립한다.

$$\nu_q(\bar{D}) \|X\|^2 \leq X^T \bar{D} X \leq \mu_q(\bar{D}) \|X\|^2 \quad (2.3-2)$$

여기서, $\|X\|^2 = X^T X$ 이며, 벡터 X 에 대한 유클리디안(Euclidean) norm을 나타낸다.

즉, 식(2.3-2)는 $X^T \bar{D} X$ 의 유계가 존재함을 의미한다. 그리고 $\|P\|_{\max}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\|P\|_{\max} = \max \|P(q, \dot{q}, \ddot{q})\| \quad (2.3-3)$$

즉, 식(2.3-3)은 가장 유효한 자료를 가지고서 P 의 Euclidean norm의 최대치로 정의한 것이다. 그러므로 제어 모델의 구성은 정확한 식(2.3-1)보다 밀고 있는 값 $\nu_q(\bar{D})$, $\mu_q(\bar{D})$, $\|P\|_{\max}$ 를 이용하여 다음과 같이 설정하고자 한다.

$$\hat{D}(q)\ddot{q} + \hat{P}(q, \dot{q}, \ddot{q}) = u \quad (2.3-4)$$

그러므로 (2.3-4)을 이용하여 제어기를 설계하고자 한다.

2-4. 제어기 설계

일반적으로 로봇트가 원하는 관절의 궤적을 추종하기 위하여 수학적 모델에서 동역학 방정식을 이용하여 공칭 토크 값을 산출한 후에 로봇트에 인가한다.

일반적인 계산된 토크 제어 방식을 다음과 같이 수정하여 고려하자.

규정된 가속도, 속도와 위치 그리고 궤환된

가속도, 속도와 위치각의 오차에 대한 선형 결합에 원하는 가속도의 도함수를 더하여 역 동역학 모델에 대한 입력인 수정된 가속도의 도함수를 산출하는 것으로 식(2.4-1)과 같이 나타낸다.

$$\hat{\ddot{q}} = \ddot{q}_d + K_a(\dot{q}_d - \dot{\hat{q}}) + K_v(\dot{q}_d - \dot{\hat{q}}) + K_p(q_d - \hat{q}) \quad (2.4-1)$$

여기서, K_a , K_v 와 K_p 는 각각의 가속도, 속도와 위치 궤환이득에 대한 대각 행렬이다.

식(2.4-1)를 식(2.3-4)에 대입하므로써 원하는 입력 토크는 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \hat{D}(\hat{q}) \{ \hat{\ddot{q}}_d + K_a(\dot{\hat{q}}_d - \dot{\hat{q}}) + K_v(\dot{\hat{q}}_d - \dot{\hat{q}}) + K_p(q_d - \hat{q}) \} \\ \hat{P}(q, \dot{q}, \ddot{q}) = u \end{aligned} \quad (2.4-2)$$

여기서, \hat{D} 와 \hat{P} 는 각각 계산된 \hat{D} 와 \hat{P} 의 값이다. 그리고 식(2.3-4)이 식(2.2-5)과 같은 정확한 모델을 갖는다면 매니퓰레이터의 각 링크가 비결합되어 궤적 오차는 영이 된다. 즉,

$$\hat{D} = \bar{D}, \quad \hat{P} = \bar{P} \quad (2.4-3)$$

식(2.4-3)이 만족된다면 식(2.2-5)과 식(2.4-2)을 이용하여 다음과 같은 수식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{D}(q) \{ (\ddot{q}_d - \ddot{\hat{q}}) + K_a(\dot{q}_d - \dot{\hat{q}}) + K_v(\dot{q}_d - \dot{\hat{q}}) + \\ K_p(q_d - \hat{q}) \} = 0 \end{aligned} \quad (2.4-4)$$

관절 위치 오차를 $e = q_d - \hat{q}$ 라 하면, $\hat{D}(q)$ 가 비정칙이므로 오차 방정식을 얻는다.

$$\ddot{e} + K_a \dot{e} + K_v e + K_p e = 0 \quad (2.4-5)$$

여기서, $e = q_d - \hat{q}$ 이고, e , \dot{e} , \ddot{e} 는 각각 오차의 시간 함수이다.

일반적으로 제어기는 $\hat{D} \neq \bar{D}$, $\hat{P} \neq \bar{P}$ 이므로 식(2.4-5)과 같은 오차의 모델이 성립되지 않는다. 그리고 부하의 변동과 매개변수의 불확실성에 대해서는 규정된 궤적의 수렴 오차가 존재한다. 그러므로 본 논문에서는 이들 값들의 오차를 줄이기 위하여 Lyapunov를 사용한 제어기를 설계하고자 한다.

다음과 같은 Lyapunov 함수를 고려하자.

$$V = 0.5 S^T S \quad (2.4-6)$$

여기서, $S = \ddot{e} + \alpha \dot{e} + \beta e$ 이며, α, β 는 양의 값을 갖는 이득 행렬이다.

위의 식(2.4-5)는 Lyapunov 함수의 조건을 만족함을 쉽게 보일 수 있다. 식(2.4-5)를 이용하여 다음과 같은 정리를 산출한다.

정리 2.1

로봇 동특성 방정식 (2.2-5)이 안정하며, 주어진 궤적을 추종하도록 다음과 같은 조건이 만족되는 $U = \psi^T J^T S$ 가 있다.

$$\psi = \xi_1 \frac{(w_1 + \gamma v + \xi_2)}{S^T J J^T S}, \quad S^T J J^T S \neq 0 \quad (2.4-6)$$

$$S = \ddot{e} + \alpha \dot{e} + \beta e$$

$$w = S^T (\alpha \ddot{e} + \beta \dot{e} + \ddot{y}_d - \ddot{J}q - 2\dot{J}\dot{q})$$

$$\xi_1 = \frac{1}{\nu_q (D^{-1})}$$

$$\xi_2 = \|S^T J\| \mu_q (D^{-1}) \|P\|_{\max}$$

3. 시뮬레이션 및 고찰

제안된 제어기의 성능을 평가하기 위하여 그림 1에서와 같이 3개의 관절과 2개의 링크를 갖는 집중 질량 형태의 로봇 매니플레이터와 그림 2에서와 같이 3개의 전동기로서 조작기를 포함하는 모델을 Micro-Soft FORTRAN으로 IBM-AT/PC를 사용하여 시뮬레이션 하였다.

그림 1에서 사용한 로봇 매니플레이터 모델 매개변수는 다음과 같이 고려하였다.

$$l_2 = 0.5m, \quad l_3 = 0.5m, \quad m_2 = 8Kg,$$

$$m_3 = 10Kg, \quad J_1 = 0.2Kg/m$$

여기서, l_j 는 링크의 길이이고, m_j 는 링크의 질량, J_j 는 관성 모멘트이다.

그리고, 그림 2에서 사용한 조작기의 모델 매개변수는 다음과 같이 고려하였다.

$$R_1 = 1.6[ohm], \quad L_1 = 0.0048[ohm \cdot s],$$

$$K_1^e = 0.19[volt/rad/s], \quad K_1^T = 37.00[oz \cdot in/amp]$$

$$N_1 = 62.55, \quad N_2 = 107.81, \quad N_3 = 53.65$$

여기서, R_1 는 회로의 저항, L_1 는 회로의 자기 저항, K_1^e 는 전동기의 전압상수, K_1^T 는 전동기

의 모터상수, N_i 는 관절의 기어비이다.

관절에 대한 기저 관성 모멘트와 링크의 질량과 무게를 실제와 측정치 사이의 오차를 1%로 고려하였다.

궤적 계획은 초기 속도와 가속도가 영이고 또한 최종 속도와 가속도가 영이되며, 주어진 초기 위치와 최종 위치 사이를 로봇 매니플레이터가 선형 보간 운동을 하기 위해 위치 궤적을 파선 함수로 하였다.

또한 궤적에 대한 작업 수행 시간을 2초로 하고, 궤환 이득 행렬 K_a, K_v 와 K_p 의 각 대각선 요소들 (31.62 31.62 31.62), (63.24 63.24 63.24), (1000 1000 1000)으로 고려하였을 때 주어진 궤적에 따른 각 관절의 추종 오차를 알아 보기 위해 무부하시와 2Kg의 부하에 대한 매개변수 오차를 1%와 10%로 비교한 시뮬레이션 결과는 3-a,b,c, 와 4-a,b,c에서 보여준다.

결과적으로 그림에서 알 수 있듯이 부하변동과 불확실한 매개변수(즉 1%와 10%의 비교)에 대하여 제안된 제어기의 적응성을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 제안된 제어기가 동적인 매개변수 불확실성에 대하여 강건성을 갖도록 Lyapunov 안정도 이론을 사용하였다.

시뮬레이션 결과 제안된 제어기는 부하변동과 매개변수의 물리적인 오차가 존재하여도 각 관절에서의 궤적 추종이 주어진 일정한 유계안에 포함됨을 알 수 있다.

또한, 매니플레이터의 제어에 있어서 물리적인 오차가 적은 매개변수의 수렴도가 좋음을 보였다.

참 고 문 헌

[1] Brady, M., et al., " Robot Motion : Planning and Control ", MIT Press. 1982.
 [2] Arimoto, S. and Miyazaki, F., " Stabil-

ity and Robustness of PID Feedback Control for Robot Manipulator Capability," Robotics Research, First International Symposium, Robotics Research, Cambridge, 1984.

[3] Mills, J. K. and Goldenberg, A. A., "A New Robust Controller," Proc. of IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation, 1986.

[4] Mills, J. K. and Goldenberg, A. A., "Robust Control of a Robotic Manipulator with Task Space Feedback," Proc. 25th IEEE CDC, pp423-428, 1986.

[5] T. J. Tan, Zuofeng Li, and X. Yun., "Nonlinear Robot Arm Control through Third Order Motor Model," IFAC Robot Control, pp 53-58, 1988.

[6] Spong, M. and Vidyasagar, M., "Robust Linear Compensator Design for Nonlinear Robotic Control," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. RA-3, No. 4, Aug. 1987.

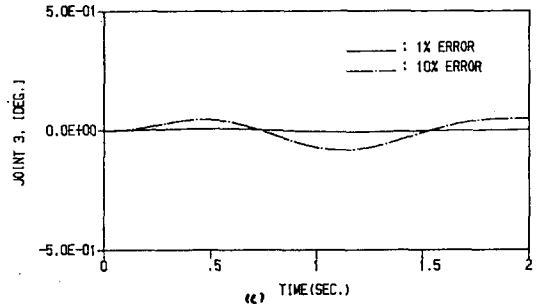
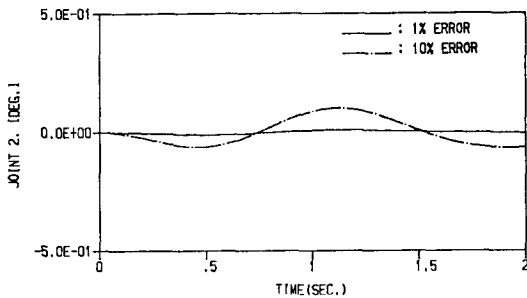
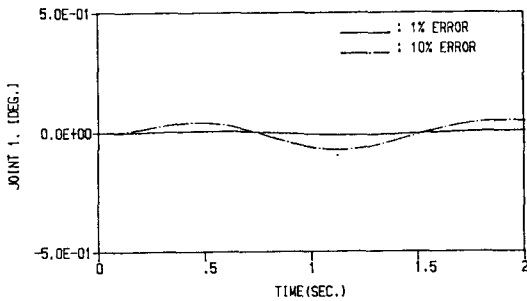


그림. 3-a,b,c 무부하시의 매개변수 변동에 대한 각 관절의 위치 오차 비교

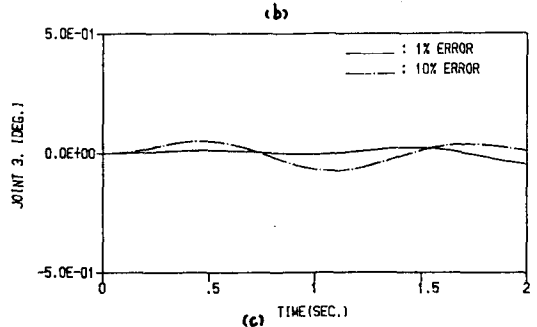
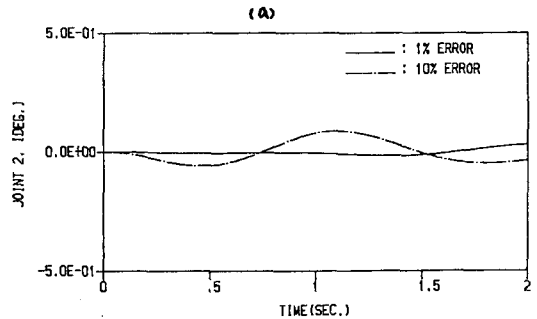
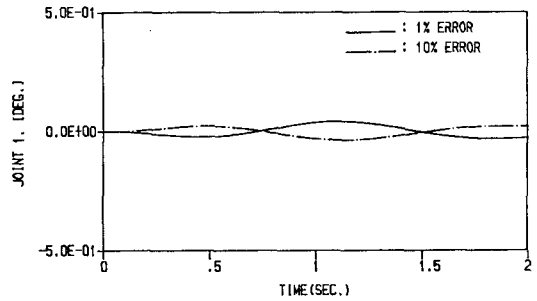


그림. 4-a,b,c 부하시의 매개변수 변동에 대한 각 관절의 위치 오차 비교