

그림 5. 양끝 단면 곡선에 의한 스윙 곡면.

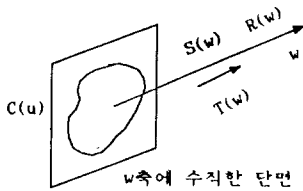


그림 6. 한 단면을 스위핑하는 방식.

두번째 방식은 한 단면의 곡선과 x축을 중심으로 rotation, translation, scaling(RTS)을 하는 방식이다. 한 단면의 폐곡선 $C(u)$, $u \in [0, 1]$ 는 x축과 수직인 평면상에 존재하고, 2차미분연속이며 스위핑은 x축을 따라 parametric 하게 RTS 변환을 한다 (그림 6).

x축 스윙파라미터 w 를 x축의 normalized distance로 정의하면, 즉 $w = x / L$, 스윙곡면은 다음식으로 표현된다.

$$P(u, w) = C(u) R(w) T(w) S(w) \quad (10)$$

여기서

$$P(u, w) = [x(u, w), y(u, w), z(u, w), 1], \quad (11)$$

$$C(u) = [Cx(u), Cy(u), Cz(u), 1], \quad (12)$$

$$R(w) = R(x, \theta(w)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta(w)) & \sin(\theta(w)) & 0 \\ 0 & -\sin(\theta(w)) & \cos(\theta(w)) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$T(w) = T(x, x(w)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x(w) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$S(w) = S(1, s(w), s(w)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s(w) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s(w) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

그림 7은 control point가 8개로 정의된 단면곡선을 x축으로 거리 50 mm, 회전각 45도 그리고 $s(w)$ 로 회전선행이동으로 스위핑한 곡면을 도시한다.

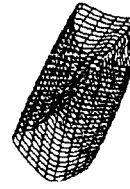


그림 7. 한 단면의 스위핑에 의한 곡면 형상.

이 방식은 첫째 방식에 비해 형상의 다양성과 형상에속성에서 용이하다. 그러나 shape control 측면에서 가장 용이한 방식은 폐곡선군의 Interpolation에 의한 세번째 방식이다. 이 방식은 x축을 따라 샘플된 일련의 단면곡선군을 입력으로 하여 이 곡선간의 점들을 cubic spline으로 연결함으로써 정의한다.

단면곡선군을 $\{f_i(v), i \in [1:N], v \in [0, 1]\}$ 라 하고, i 번째 곡선 $f_i(v)$ 는 $x = x_i$ 인 평면상에서 정의된다고 하자. $f(v)$ 는 z축과 이루는 각으로 reparameterize될 수 있으며, 이를 $g(u)$, $u \in [0, 2\pi]$ 라 하고, w 를 x 좌표값으로 parameterize 시키면, 곡면 $P(u, w)$ 는 곡선의 집합으로 표현되며, 즉

$$P(u, w) = U P(u_j, w), j = 1, \dots, M, \quad (16)$$

$$u_{j+1} - u_j = 2\pi / (M-1), \quad \forall j. \quad (17)$$

곡선 $P(u_j, w)$ 는 다음 점군의 cubic spline (CS)으로 나타난다. 즉,

$$P(u_j, w) = CS [g_k(u_k)], k = 1, \dots, M. \quad (18)$$

그림 8(a)는 B-spline으로 정의된 7개의 단면곡선(그림 8(b))으로 정의된 곡면을 도시한다.

3. 공구경로 산출

2절에서는 회전형상의 곡면모델링 방식을 제시하였으며, 본 절에서는 이를 4축 CNC 밀링머신 (그림 2)에서 절삭하기 위한 공구경로 및 공작물 회전각을 (이하 공구경로로 약칭함)를 산출한다.

공구경로는 곡면상의 점 $P_s(u, w)$, $u, w \in [0, 1]$ 을 접속하기 위한 공구끝점과 공작물의 회전각을 구하는 것이다. 이는 공작물의 좌표 $P_s = [x, y, z]^T$ 에 해당하는 공작기계의 좌표 $P_M =$

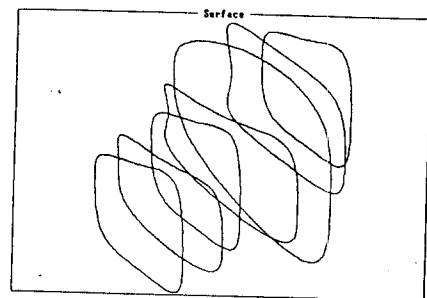


그림 8(a). 7개의 단면 곡선.

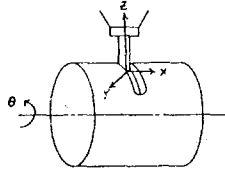


그림 2. Four-axis machine configuration.

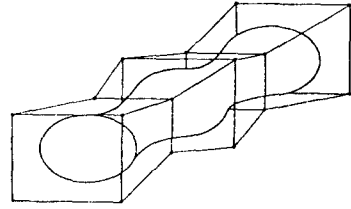


그림 3. $w = 0$ 에서 닫혀진 B-spline 곡면.

본 논문에서는 회전형상의 자유곡면가공을 위한 공구 및 공작물의 회전경로의 산출 및 시뮬레이션을 수행할 수 있는 4축 CAM 모듈을 다음의 순서로 기술한다. 2절에서는 회전형상의 자유곡면을 수식으로 표현하는 geometric modeling 기법을 다루고, 3절에서는 공구경로 및 회전경로의 산출알고리즘을 개발한다. 연구된 알고리즘은 4절에서 표현되고, 시뮬레이션 및 실제절삭을 통한 검증이 이루어 진다. 본 논문은 5 절의 결론 및 향후 연구과제로 맺는다.

2. 곡면 표현

회전형상의 자유곡면 (RFS)은 개곡면의 두 경계곡선이 일치하는 폐곡면, 즉 개곡면의 특수형태로 볼 수 있기 때문에 폐곡면은 개곡면의 표현방식을 응용하여 나타낼 수 있다. 임의의 축을 중심으로한 회전형상은 다음과 같은 방식에 의해 표현될 수 있다.

2. 1 패치 (patch) 방식

이 방식은 곡면형상을 패치화하여 패치단위로 곡면식을 지정하는 것으로서 B-spline, composite Bezier surface, Coons/Ferguson surface 표현방식이 있다. 여기서는 Bicubic B-Spline 표현방식을 대표적으로 기술한다.

Bicubic B-spline에 의한 폐곡면은, $(m+1) \times (n+1)$ 개의 control point, $\{p_{ij}, i \in [0:m], j \in [0:n]\}$ 로 정의되며 $w=0$ 의 경계곡선이 닫혀진 곡면은 다음식으로 나타낸다 [7].

$$P_{st}(u, w) = U_4 M_4 P_{44} M^T W^T \quad \begin{matrix} s \in [1: m+1] \\ t \in [1: n+2-1] \\ u, w \in [0, 1] \end{matrix} \quad (1)$$

식 (1)에서 s 와 t 는 patch index 이며 U_4, W_4, M_4, P_{44} 는 다음과 같다.

$$U_4 = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \quad (2)$$

$$W_4 = [w^3 \ w^2 \ w \ 1] \quad (3)$$

$$M_4 = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$P_{44} = \{p_{ij}\} \quad i \in [(s-1)\text{mod}(m+1):(s+2)\text{mod}(m+1)] \quad (5)$$

$$j \in [t-1:t+2]$$

$u = 0$ 의 경계곡선이 닫혀진 경우에도 위와 비슷한 폐곡면식이 정의되고 있으며, 완전히 닫혀진 곡면도 정의될 수 있다. 그림 3은 $w=0$ 의 경계곡선으로 닫혀진 B-spline 곡면을 도시한다.

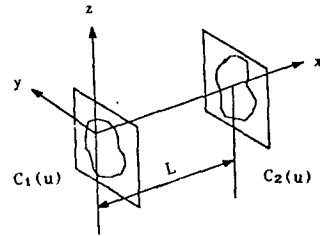


그림 4. 양끝 단면의 스위핑 방식.

2. 2 스위핑 (sweeping) 방식

패치에 의한 곡면표현은 곡면을 정의하는 방법으로는 유용하지만 가공방식 (즉, 4축가공은 공작물이 실린더이고 공작물의 회전이 실린더의 중심선으로 이루어 지는 점)을 고려한다면 회전축에 수직인 단면곡선을 회전축을 중심으로 스위핑하여 곡면을 나타내는 방식이 보다 자연스럽다.

스위핑에 의한 자유곡면표현은 synchronized sweeping과 generalized sweeping으로 분류되며 [3], 공작물의 회전축이 직선(공작기계의 x 축)인 점을 고려하여 본 연구에서는 다음의 방식들에 의해 회전형상의 자유곡면을 정의한다.

첫째 방식은 양끝단면의 폐곡선에 의해 정의하는 방식이다. 양끝단면곡선을 각각 $C_1(u), C_2(u), u \in [0, 1]$ 라 하고, 이들 두곡선이 L 만큼 떨어진 평행면상에 정의된다면 (그림 4 참조) sweep surface는 Hermite blending function에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$P(u, w) = B_1(w) C_1(u) + B_2(w) C_2(u) \quad u, w \in [0, 1] \quad (6)$$

여기서 $B_1(w), B_2(w)$ 는 Hermite blending function으로서

$$B_1(w) = 2w^3 - 3w^2 + 1 \quad (7)$$

$$B_2(w) = -2w^3 + 3w^2 \quad (8)$$

$$w = x / L \quad (9)$$

와 같고 $C_1(u), C_2(u)$ 는 2차미분연속인 임의의 폐곡선 (Cubic spline, Composite Bezier, B-spline 등) 이다. 그림 5는 두개의 단면이 B-spline으로 정의되며 $L = 50$ 의 스융곡면을 나타내고 있다. 이 방식은 control parameter가 적어 입력이 용이하지만, 사용자가 형상을 콘트롤하기가 쉽지 않은 문제가 있다. 따라서 이 방식은 비교적 단순한 곡면의 표현에 적합하며, 복잡한 곡면의설계를 위해서는 다른 방식이 강구되어야 한다.

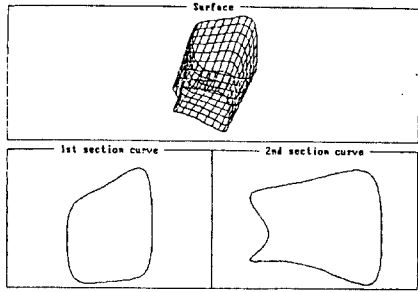


그림 5. 양끝 단면 곡선에 의한 스윙 곡면.

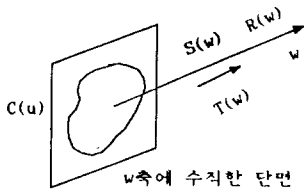


그림 6. 한 단면을 스윙하는 방식.

두번째 방식은 한 단면의 곡선과 x축을 중심으로 rotation, translation, scaling(RTS)을 하는 방식이다. 한 단면의 폐곡선 $C(u)$, $u \in [0, 1]$ 는 x축과 수직인 평면상에 존재하고, 2차미분연속이며 스윙핑은 x축을 따라 parametric 하게 RTS 변환을 한다 (그림 6).

x축 스윙파라미터 w 를 x축의 normalized distance로 정의하면, 즉 $w = x / L$, 스윙곡면은 다음식으로 표현된다.

$$P(u, w) = C(u) R(w) T(w) S(w) \quad (10)$$

여기서

$$P(u, w) = [x(u, w), y(u, w), z(u, w), 1], \quad (11)$$

$$C(u) = [Cx(u), Cy(u), Cz(u), 1], \quad (12)$$

$$R(w) = R(x, \theta(w)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta(w)) & \sin(\theta(w)) & 0 \\ 0 & -\sin(\theta(w)) & \cos(\theta(w)) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$T(w) = T(x, x(w)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x(w) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$S(w) = S(1, s(w), s(w)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s(w) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s(w) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

그림 7은 control point가 8개로 정의된 단면곡선을 x축으로 거리 50 mm, 회전각 45도 그리고 $s(w)$ 이로 회전선행이동으로 스윙핑한 곡면을 도시한다.

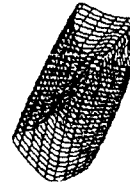


그림 7. 한 단면의 스윙핑에 의한 곡면 형상.

이 방식은 첫째 방식에 비해 형상의 다양성과 형상에속성에서 용이하다. 그러나 shape control 측면에서 가장 용이한 방식은 폐곡선군의 Interpolation에 의한 세번째 방식이다. 이 방식은 x축을 따라 샘플된 일련의 단면곡선군을 입력으로 하여 이 곡선간의 점들을 cubic spline으로 연결함으로써 정의한다.

단면곡선군을 $\{f_i(v), i \in [1:N], v \in [0, 1]\}$ 라 하고, i 번째 곡선 $f_i(v)$ 는 $x = x_i$ 인 평면상에서 정의된다고 하자. $f(v)$ 는 z축과 이루는 각으로 reparameterize될 수 있으며, 이를 $g(u)$, $u \in [0, 2\pi]$ 라 하고, w 를 x 좌표값으로 parameterize 시키면, 곡면 $P(u, w)$ 는 곡선의 집합으로 표현되며, 즉

$$P(u, w) = U P(u_j, w), j = 1, \dots, M, \quad (16)$$

$$u_{j+1} - u_j = 2\pi / (M-1), \quad \forall j. \quad (17)$$

곡선 $P(u_j, w)$ 는 다음 점군의 cubic spline (CS)으로 나타난다. 즉,

$$P(u_j, w) = CS [g_k(u_k)], k = 1, \dots, M. \quad (18)$$

그림 8(a)는 B-spline으로 정의된 7개의 단면곡선(그림 8(b))으로 정의된 곡면을 도시한다.

3. 공구경로 산출

2절에서는 회전형상의 곡면모델링 방식을 제시하였으며, 본 절에서는 이를 4축 CNC 밀링머신 (그림 2)에서 절삭하기 위한 공구경로 및 공작물 회전각을 (이하 공구경로로 약칭함)을 산출한다.

공구경로는 곡면상의 점 $P_s(u, w)$, $u, w \in [0, 1]$ 을 접속하기 위한 공구끝점과 공작물의 회전각을 구하는 것이다. 이는 공작물의 좌표 $P_s = [x, y, z]^T$ 에 해당하는 공작기계의 좌표 $P_M =$

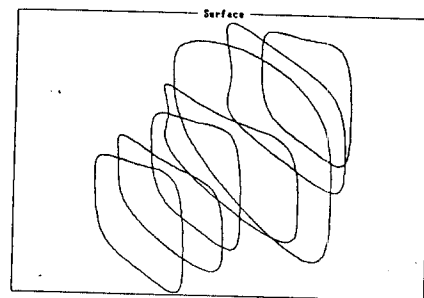


그림 8(a). 7개의 단면 곡선.

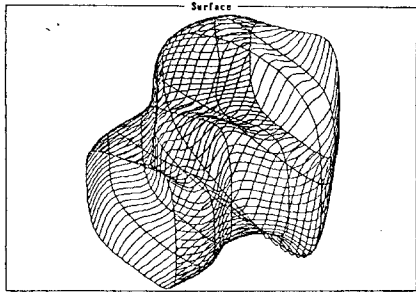


그림 8(b). 단면 곡선 군에 의한 곡면 형상.

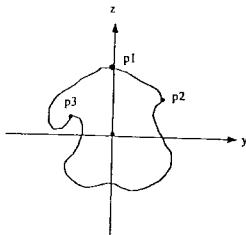


그림 9. 곡면위의 세 점.

$[X, Y, Z, \theta]^T$ 로 변환시키는 것이며, 즉 3개의 정보에서 4개의 정보를 도출하는 것이기 때문에 θ 의 결정방식이 매우 중요하다. θ 의 결정시 고려되어야 할 요소로는 첫째, 공구가 접근할 수 있어야 하고, 둘째 공구간섭으로 인한 과절삭이나 (overcut) 미절삭 (undercut)이 없도록 해야하며, 셋째 회전 시간을 최소화하고, 넷째 동시제어축의 수를 고려해야 한다.

예컨대, 가공형상과 x축과 수직인 평면과의 교차 단면이 그림9와 같을때 P_1 점은 공작물의 회전없이 접근가능한 반면, P_2 에 접근하기 위해서는 공작물의 회전이 필수적이다. 그러나 P_3 와 같은점은 공작물의 회전에 의해서도 공구간섭으로 인해 접근 불가능하다. 접근불가능조건은 OPs 벡터와 법선벡터 $N_s(u, w)$ 가 둔각을 이루는 경우이며, 즉

$$OP_s \cdot N_s(u, w) < 0 \quad (19)$$

본 연구에서는 이와 같은 부위는 존재하지 않는다고 가정한다.

사용공구가 반경 r인 ballnose endmill 일때 곡면의 한 점을 접근하기 위한 공구끝점 $P_t = [X, Y, Z]^T$ 와 공작물의 회전각 θ 는 동시제어 가능축수에 따라 4축동시 방식과 3축동시 방식으로 구분된다. 주기할 것은 4축을 갖춘 공작기계인 경우에도 동시제어 가능축수는 3축인 경우가 있다. 예컨대 부가 4축 공작기계가 여기에 해당되며 본 연구에 사용된 공작기계도 4축중에 3축만이 동시제어된다.

3. 1 4축 동시방식

회전형상의 곡면상의 점 $P_s(u, w)$ 의 법선벡터 $N_s(u, w)$ 는 그림 10과 같이 x, y, z 성분으로 분리할 수 있으며, $\tan \theta = n_y / n_z$ 이므로 회전각 θ 는 다음과 같다.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{n_y}{n_z} \quad (20)$$

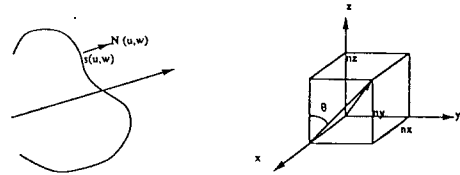


그림 10. N_s 의 성분.

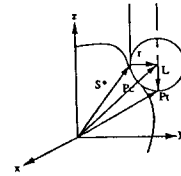


그림 11. 4축 방식에 따른 공구의 위치와 자세.

공작물을 θ 만큼 회전시키면 곡면점 $P_s(u, w)$ 및 $N_s(u, w)$ 는 다음과 같이 NC 머신 좌표로 변환된다.

$$P_M = P_s \text{ Rot}(X, \theta) \quad (21)$$

$$N_M = N_s \text{ Rot}(X, \theta) \quad (22)$$

위에서 $\text{Rot}(X, \theta)$ 는 회전축 X를 중심으로 θ 로 회전시키는 변환행렬이다.

변환된 벡터에서 공구중심점 P_c 는 그림 11에서

$$P_c = P_M + r N_M \quad (23)$$

공구끝점 P_t 는

$$P_t = P_c - r K \quad (24)$$

위에서 $K = [0, 0, 1]^T$ 이며, 식 (21)-(23)에 의해 식 (24)는 식 (25)가 된다.

$$P_t = P_s \text{ Rot}(X, \theta) + r N_s \text{ Rot}(X, \theta) - r K \quad (25)$$

3. 2 3축동시 방식

3축동시 방식은 공구끝점 P_t 의 Y좌표값이 항상 0이 되도록 공작물의 회전각을 결정한다. 그림 12에서 공구중심점은

$$P_c = P_s + r N_s(u, w) = [P_{cx}, P_{cy}, P_{cz}]^T \quad (26)$$

와 같고 P_c 의 Y 성분을 0으로 하기위한 회전각은 식 (27)과 같다.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{P_{cy}}{P_{cz}} \quad (27)$$

따라서 회전된 공구중심점과 공구끝점은 각각 다음과 같다.

$$P_{cM} = P_c \text{ Rot}(X, \theta) \quad (28)$$

$$P_t = P_{cM} - r K \quad (29)$$

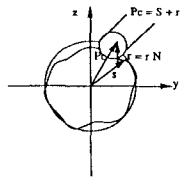


그림 12. 3축 방식에 따른 공구의 위치와 자세.

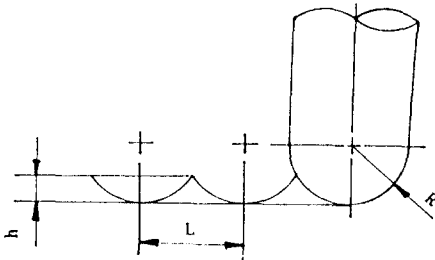


그림 13. Scallop height.

3.3 공구경로 산출

2절에서 제시된 여러 곡면모델링 방식은 회전형상의 표현 기법이며 본 절에서는 곡면식의 u, w 파라미터가 다음과 같이 설정되었다는 가정하에서 공구경로 산출 알고리즘을 제시한다. 즉, 파라미터 w 는 x 축상의 시점에서 종결까지의 거리로 normalize된 x 값이고, u 는 폐곡선을 정의하는 파라미터이다.

공구경로는 $w = w_i$ 에서 $P_s(u, w)$, $u \in [0, 1]$ 을 따라 3축 혹은 4축 동시방식에 의거 $P_t(u, w)$ 와 $\theta(u, w)$ 를 산출하며, $w_{i+1} - w_i$ 는 scallop height (h)를 고려하여 결정된다. 즉, 공구접속점간의 거리 L 은 (그림 13)

$$r^2 = (R-h)^2 + (L/2)^2 \quad (30)$$

관계식을 이용하여

$$L = \sqrt{4h(2r-h)} \quad (31)$$

이다. scallop height가 h 이하가 되는 w_{i+1} 은 다음과 같다.

$$w_{i+1} = \text{Min}\{w(u)\}, u \in [0, 1], \quad (32)$$

위에서 $w(u)$ 는

$$w(u) = \text{Max}_w |P_s(u, w) - P_s(u, w_i)| \leq L. \quad (33)$$

4. CAM 시스템 구현 및 검증

본 논문에서 제시된 회전형상의 표현 및 공구경로 산출 알고리즘은 C언어로 PC-386 에 코딩되었으며, 구현된 프로그램은 형상정의 모듈, 공구경로산출 모듈, 커뮤니케이션 모듈로 구성되며, 인터페이스된 동작기계는 Bridgeport의 Interact II 3축 CNC 밀링머신에 부가 4축을 장착한 것이다.

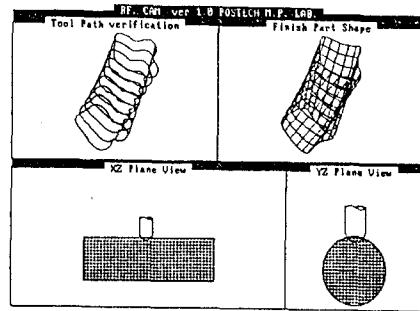


그림 14. 시뮬레이션 1 (scallop height $h = 1$ mm).

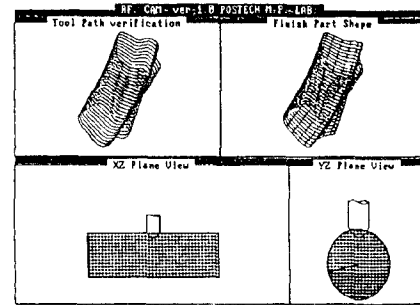


그림 15. 시뮬레이션 2 (scallop height $h = 0.1$ mm).

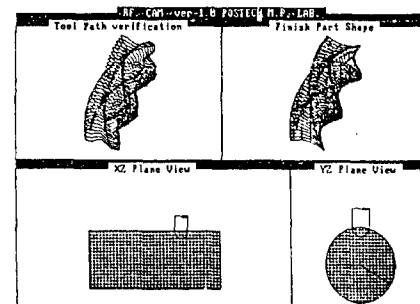


그림 16. 시뮬레이션 3. (scallop height $h = 0.1$ mm).

형상정의 모듈은 2절에서 연구된 여러 곡면표현방식을 이용하여 회전형상을 정의하고, 정의된 회전형상은 공구경로 산출모듈의 3축동시 혹은 4축동시 방식에 따라 공구경로로 변환된다. 생성된 공구경로는 그래픽 시뮬레이션에 의해 검증되고 G-code (ISO code)로 변환된다. 그리고 생성된 G-code는 커뮤니케이션 모듈을 통해 동작기계에 다운로드된다.

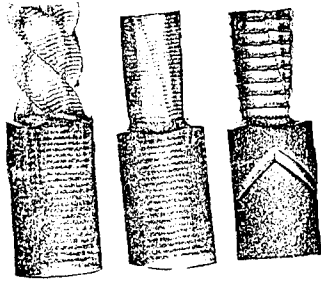


그림 17. 절삭된 세개의 형상.

그림 14는 두번째 스위핑방식, 즉 한단면의 곡선을 8개의 control point로 B-spline 으로 정의하고, 이곡선을 x축으로 선형이동 거리, 회전각도를 각각 50 mm, 45도로 스위핑한 회전형상을 공구반경 5 mm, scallop height 1.0 mm로 직경 40mm 길이 100 mm의 아르틸봉을 절삭 시뮬레이션한 예를 보인다. 화면의 우측상단과 좌측상단은 각각 회전형상의 모양과 생성된 공구경로를 나타내며 좌측하단과 우측하단은 각각 공구의 이송 및 공작물의 회전경로를 애니메이션으로 보인다. 그림 14는 똑같은 조건에서 scallop height가 0.1 mm인 경우를 도시하고 있다. 그림 16는 트위스트 드릴 모양의 형상을 정의하고 절삭 시뮬레이션한 결과를 보인다. 그림 17은 그림 14-16의 각 세 조건에서 절삭가공된 형상들을 보이고 있으며 시뮬레이션된 화면의 형상과 일치함을 알 수 있다.

5. 결론 및 추후연구과제

본 논문에서는 회전형상의 4축 가공을 위한 형상모델링 방법과 공구경로 산출알고리즘을 연구하였으며 시뮬레이션과 실제 절삭가공을 통하여 유효성을 검증하였으며 prototype CAM 모듈을 구현하였다. 형상처리범위, 가공정밀도 및 가공시간의 최소화를 기할 수 있는 공구경로의 산출방식과 user friendly한 CAD 기능을 추가하여 4축 CAD/CAM 패키지화 하는 것은 추후의 연구과제로 남아있다.

참고 문헌

- [1] G. Loney and T. Ozsoy, "NC Machining of Free Form Surfaces," Computer-Aided Design, v. 19, n. 2, pp. 85-90, 1987.
- [2] J. E. Bobrow, "NC Machine Tool Path Generation From CSG Part Representations," Computer-Aided Design, v. 17, n. 2, pp. 69-76, 1985.
- [3] B. Choi and C. Lee, "Sweep Surfaces modeling via Coordinate Transformations and Blending," Computer-Aided Design, v. 22, n. 2, pp. 87-96, 1990.
- [4] 최병규, 주상용, "자유곡면들 간에 블렌드곡면의 형성," '89 대한산업공학회 논문집, 성균관대학, pp. 79-87, 1989.
- [5] 이강수, 이진우, "복합형상모델링 기법의 개발," 한국 자동제어학술회의 논문집, 서울, pp. 567-572, 1988.
- [6] Y. Suh and K. Lee, "NC Tool Path Generation of Arbitrary Shaped Pockets," '88 KACC Proc., v. 2, pp. 901-908, 1988.

[7] M. Mortenson, Geometric Modeling, John Wiley & Sons, Inc., 1985.

[8] J. Oliver and E. Goodman, "Direct Dimensional NC Verification," Computer-Aided Design, v. 22, n. 1, pp. 3-9, 1990.