

증류탑에서의 일반형 예측제어(GPC) 응용 연구

차 문환, 노 균, 윤 인섭, 여 영구*, 송 형근*

서울대학교 화학공학과

* 한국과학기술연구원 화학공정실

An Application Study for Generalized Predictive Control in Distillation Column

M.H. Cha, K. Lo, E.S. Yoon, Y.K. Yeo*, H.K. Song*

Dept. of Chem. Eng., S.N.U.

* Chem. Process Lab., KIST

ABSTRACT

The major difficulty in distillation column control lies in excuting the set point tracking and the disturbance rejection, because of continuous changes in model order and dead time. For that, generalized predictive control(GPC) was applied to distillation column control. Recursive least square method was used to adjust the changes of model order and dead time. Quadratic progamming(OP) was used to solve the constraint problems in control action and the rate of control action. As a result of the simulation on the dynamic simulator(SPEEDUP) and the experiment on pilot plant, the ability of the set point tracking and the disturbance rejection was acceptable to apply to the real distillation column.

최근에 Clarke등 에 의해, 기존 예측 제어의 여러 형태를 매개변수의 조작으로 표현할 수 있는 일반형 예측 제어 (Generalized Predictive Control : GPC) 알고리즘이 개발되었다. 이 알고리즘(GPC)은 기존의 예측제어의 장점을 가지고 있음은 물론이고 지연시간의 변화와 공정 차수의 변화에도 큰 영향을 받지 않는다.

본 연구의 대상 공정인 증류탑은 유속의 변화, 온도의 변화 등에 대한 비선형성이 크고, 이들의 변화에 따라 지연 시간, 공정 차수, 시상수등이 변화하는 전형적인 화학 공정이다.

또한, 지금 까지의 화학공정 제어는 설정치의 변화가 거의 없거나, 설정치의 변화를 고려하지 않는 정상 상태 중심의 regulation이 중요한 문제였다. 하지만 실시간 최적화를 수행하는 공정에 있어서는 시간에 따라 변하는 최적점을 찾아 설정치가 바뀌게 되므로 tracking의 문제도 중요성을 갖는다.

따라서 본연구는 GPC를 이용하여 증류탑의 모델 변화에 따른 regulation과 tracking문제를 해결하고자, 모델 차수와 지연

I. 연구 배경 및 범위

공정제어의 많은 방법들은 전기, 전자를 위시한 각 분야에 서 발달해 오다가, 1970년대에 들어 실제 산업에 폭 넓게 사용 된다. 전통적으로 화학공정에 많이 사용된 제어기는 SISO 시스템에 적용 가능한 PID 제어기인데, 각 제어변수를 제어하기 위해 동수의 제어기가 필요하며 동수의 매개변수 튜닝이 필요하다는 번거러움이 있다. 또한 화학공정은 비선형성이 심하고, 시간에 따라 동특성이 변하여 PID 제어기로는 제어목적을 달성하는데 어려움이 많이 있게 된다.

이를 해결하기 위해서는 전산기에 의한 온라인 제어 방식으로 PID보다 발달된 제어 알고리즘을 도입해야한다. 1970년 후반 부터 최근에 이르기 까지 실제 산업에 쉽게 사용될 수 있는 발달된 여러 알고리즘이 개발 되었는데 그 중 하나가 예측 제어 (Predictive Control)이다.

예측 제어는 일반적으로 견실(robust)함이 알려져 있으며, 많은 다변수 화학 공정에 대한 응용에서도 성공적이라는 것이 보고된 바 있다. 예측 제어의 사용 모델에 따른 비교는 (표 1)과 같다.

(표 1) 예측 제어 알고리즘의 사용 모델에 따른 비교

Control Algorithm	Model Type
Model Algorithmic Control (MAC)	Impulse Response Model
Dynamic Matrix Control (DMC)	Step Response Model
Predictive Control Algorithm (PCA)	Impulse Response Model
Extended Horizon Adaptive Control (EHAC)	ARMAX Model
Extended Prediction Self Adaptive Control (EPSAC)	ARMAX Model
Generalized Predictive Control (GPC)	CARIMA Model
Receding Horizon Tracking Control (RHTC)	State Space Model ARMAX Model

시간이 바뀌는 일의 공정을 모사하여 제어하였고, 제어의 절대량, 제어 변화에 대한 제약 조건은 이차 계획법(Quadratic Programming)을 이용하여 해결하였다.

II. 이론

II.1. CARIMA 모델

GPC 는 아래와 같은 CARIMA(Controlled Auto-Regressive Integrated Moving-Average) 모델을 사용하고 있다.

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\xi(t)/\Delta \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= 1 + b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \\ \Delta &= 1 - q^{-1} \\ \xi(t) &: \text{외란 또는 오차} \\ na, nb, nc &: \text{다항식 A, B, C의 차수} \end{aligned}$$

이 모델은 Generalized Minimum Variance 와 Pole-Placement Self-tuner 등에 사용된 바 있으며 Δ 의 효과 때문에 off-set이 없다. GPC에서는 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 의 계수를 실시간 추정(on-line estimation)을 통해 알 수도 있고 고정시켜 놓을 수도 있으나, 본 연구에서는 순환형 최소 자승법 (Recursive Least Square Method)을 통해 실시간으로 계수를 추정하였다 (적응 예측 제어 방법).

식을 간단히 하기 위해, $C(q^{-1})$ 를 1 로 놓으면 $C^{-1}(q^{-1})$ 는 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 에 포함되게 된다. 즉,

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + \xi(t)/\Delta \quad (2)$$

II.2. 순환형 Diophantine 등식

다음과 같은 Diophantine 등식을 도입한다.

$$1 = E_j(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (3)$$

단, E_j, F_j : Diophantine 등식의 해
j : prediction

(3)식을 (2)식에 도입하면, 다음의 식을 얻는다.

$$y(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(q^{-1})y(t) + E_j(q^{-1})\xi(t) \quad (4)$$

$E_j(q^{-1})$ 의 차수는 $j-1$ 이므로 $E_j(q^{-1})\xi(t)$ 는 미래의 오차를 나타낸다. 미래의 오차 0 이라 하면, 최적 예측은 다음과 같다.

$$y(t+j | t) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (5)$$

단, $G_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})$

(5)식의 순환적(recursive)사용은 다음의 식을 이용한다.

$$E_{j+1}(q^{-1}) = E_j(q^{-1}) + r_jq^{-j} \quad (6a)$$

$$F_{j+1}(q^{-1}) = q(F_j(q^{-1}) - r_j\Delta A(q^{-1})) \quad (6b)$$

또한, E_j, F_j 의 초기값은 다음과 같다.

$$E_1(q^{-1}) = 1 \quad (7a)$$

$$F_1(q^{-1}) = q(1 - \Delta A(q^{-1})) \quad (7b)$$

II.3. 설정치의 변화

설정치(set point)의 급변으로 제어가 불안정해지지 않기 위해 설정치에 1차 지연을 둔다. 즉, 실제의 설정치를 w , j 번째의 설정치를 $w(t+j)$, 설정치 계수를 α 라 하면, (8)식과 같이 설정치를 바꾼다.

$$w(t+j) = \alpha w(t+j-1) + (1 - \alpha)w \quad (8)$$

II.4. 예측 제어 법칙

(1) (8)식에 의해 $w(t+j)$ 를 계산 한다.

(2) (5)식에 의해 $y(t+j | t)$ 를 계산 한다.

(3) 제어 구간(horizon)후에 제어의 변화가 없도록 $u(t+j-1)$ 를 구한다.

(4) $u(t)$ 를 제어에 사용한다.

(5) (1)부터 다시 반복한다.

II.5. 비용함수

GPC에서 사용하는 비용함수(cost function)는 다음과 같다.

$$J = \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j)[\Delta u(t+j-1)]^2 \right\} \quad (9)$$

단, N_1 : 최소 예측 구간. 지연 시간 보다는 작도록 한다.
 N_2 : 최대 출력 구간. 공정의 rise-time과 같도록 한다.
 N_u : 제어 구간. 불안정한 pole의 갯수와 같도록 한다.
 $\lambda(j)$: 제어 변화에 대한 가중치(weighting factor).

II.6. 최적 제어

$f(t+j)$ 를 다음과 같이 정의 한다.

$$f(t+1) = [G_1(q^{-1}) - g_{10}]\Delta u(t) + F_1(q^{-1})y(t) \quad (10a)$$

$$f(t+2) = q[G_2(q^{-1}) - q^{-1}g_{21} - g_{20}] \Delta u(t) + F_2(q^{-1})y(t) \quad (10b)$$

단, $G_i(q^{-1}) = g_{i0} + g_{i1}q^{-1} + \dots$

(10)식을 (5)식에 넣어 정리하면 다음과 같은 벡터 관계식을 얻을 수 있다.

$$y = G\Delta u + f \quad (11)$$

단, $y = [y(t+N_1), y(t+N_1+1), \dots, y(t+N_2)]^T$
 $\Delta u = [\Delta u(t+1), \Delta u(t+2), \dots, \Delta u(t+N_u)]^T$
 $f = [f(t+N_1), f(t+N_1+1), \dots, f(t+N_2)]^T$

$$G = \begin{bmatrix} g_{N1-1} & g_{N1-2} & \dots & g_0 & 0 \\ g_{N1} & g_{N1-1} & \dots & g_0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_{N2-1} & \dots & \dots & g_0 & g_{N2-Nu} \end{bmatrix}$$

비용함수를 최소화하는 제어 입력은 J를 Δu 로 미분하여 얻는다.

$$w = [w(t+N_1), w(t+N_1+1), \dots, w(t+N_2)]^T$$

$$J = \{ (y - w)^T(y - w) + \lambda \Delta u^T \Delta u \} \quad (12)$$

$$\partial J / \partial \Delta u = 0$$

$$\Delta u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f)$$

따라서, 현재의 제어 입력은 앞 절에서 제시한 바와 같이 Δu 의 첫번째 요소(element)인 $\Delta u(t)$ 만 사용한다. 즉,

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u(t) \quad (13)$$

II.7. 제약 조건

식(12)에 식(12)를 대입하면 다음과 같다.

$$J = (G \Delta u + f - w)^T (G \Delta u + f - w) + \lambda \Delta u^T \Delta u$$

$$= \Delta u^T (G^T G + \lambda I) \Delta u + 2(f - w)^T \Delta u + (f - w)^T (f - w)$$

따라서,

$$\min J = \min \{ \Delta u^T (G^T G + \lambda I) \Delta u + 2(f - w)^T \Delta u \} \quad (14a)$$

$$l_L \leq \Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+1) \leq l_U \quad (14b)$$

$$l'_L \leq u(t), u(t+1), \dots, u(t+1) \leq l'_U \quad (14c)$$

그러나, 비용 함수의 독립 변수가 Δu 로 되어 있으므로 식(14c)를 다음과 같이 변형한다.

$$l'_L \leq u(t) \leq l'_U$$

$$\equiv l'_L - u(t-1) \leq \Delta u(t) \leq l'_U - u(t-1)$$

$$l'_L \leq u(t+1) \leq l'_U$$

$$\equiv l'_L - u(t-1) \leq \Delta u(t) + \Delta u(t+1) \leq l'_U - u(t-1)$$

따라서 식(14c)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$l'_L - u(t-1) \leq \Delta u(t) \leq l'_U - u(t-1)$$

$$l'_L - u(t-1) \leq \Delta u(t) + \Delta u(t+1) \leq l'_U - u(t-1)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$l'_L - u(t-1) \leq \Delta u(t) + \Delta u(t+1) + \dots + \Delta u(t+N_u) \leq l'_U - u(t-1)$$

이차 계획법(OP)을 이용하여 제약 조건 하에서 위 식을 풀어 최적 제어를 찾는다.

현재의 제어 $u(t)$ 는 식(13)과 같다.

III. 제어기 구성과 공정 모사

III.1. 제어기 구성

제어기는 다음의 세가지로 구성되어 있으며 (그림 1)과 같다.

Filter : 설정치의 변화에 1차 지연을 준다.

RLS : 순환형 최소 자승법으로 매개변수를 추정한다.

GPC : 일반형 예측 제어

III.2. 공정 구성

5 단계로 변화하며 (표 2)와 같다. 즉, 80, 160, 240, 320 시간에 공정 모델이 바뀐다. 또한 120, 200, 280, 360 시간에 외란이 들어 오며, 모델 변화 전후에 설정치를 바꾼다. 즉, 모델 차수의 변화, 지연 시간의 변화를 동반한 regulation과 tracking의 문제를 동시에 해결해야 할 공정을 구성하였다.

III.3. 모사

IBM-PC기종 16비트 전산기에서 C, FORTRAN 언어로 프로그램하였다. 결과는 (그림 2)와 같다.

IV. 결론

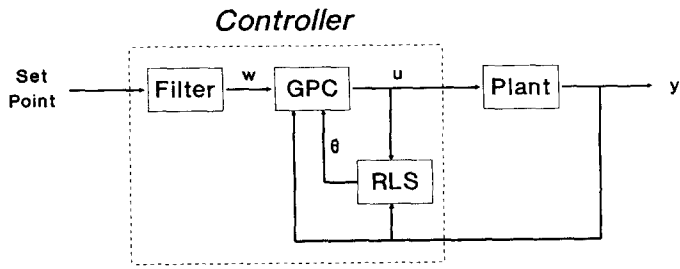
GPC는 지연 시간과 공정 차수가 변화하는 공정에서 regulation과 tracking에 대해 대체로 만족할 만한 결과를 보이고 있다. 이는 설정치 추적과 외란 제거를 효과적으로 수행할 수 있음을 말해주는 것이다. 따라서, GPC를 종류탑에 이용하여 실시간 최적화와 함께 사용하면 만족할 만한 성과를 보일 것으로 생각 된다.

V. 참고 문헌

1. D.W. Clarke, C. Mohtadi and P.S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-Part 1. Basic Algorithm," Automatica, Vol. 23, No. 2, pp. 137-148, 1987.
2. D.W. Clark, C. Mohtadi and P.S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-Part2. Extension and Interpretation," Automatica, Vol. 23, No. 2, pp.149-160, 1987
3. T.T.C. Tsang and D.W. Clarke, "Generalized Predictive Control with Input Constraints," Oxford Report, 1988
4. D.W. Clarke and C. Mohtadi, "Properties of Generalized Predictive Control," Oxford Report, 1988
5. D.G. Byun and W.H. Kwon, "Predictive Control:A Review and Some New Stability Results," IFAC Workshop on Model Based Control, Atlanta, U.S.A., June 1988.

감 사

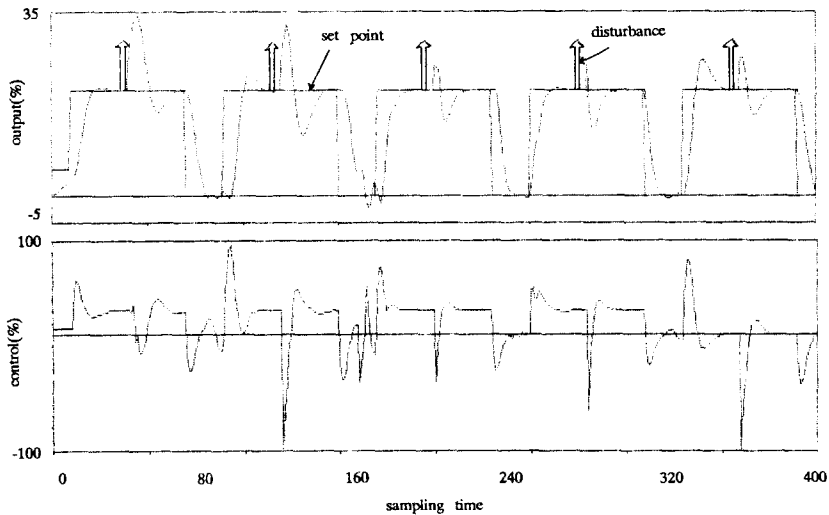
연구비를 지원해 주신 (주)호남정유에 감사드립니다.



(그림 1) 제어기의 구성

(표 2) 전달 함수 변화 모델

Sample	Model
1 - 79	$\frac{1}{1 + 10s + 40s^2}$
80 - 159	$\frac{\exp(-2.7s)}{1 + 10s + 40s^2}$
160 - 239	$\frac{\exp(-2.7s)}{1 + 10s}$
240 - 319	$\frac{1}{1 + 10s}$
320 - 400	$\frac{1}{10s(1 + 2.5s)}$



(그림 2) 모사 결과