

로봇 매니플레이터에 대한 적응 최소시간 최적제어

정 경 훈 박 정 일 박 종 국
 경희대학교 공과대학 전자공학과

Adaptive Minimum-time Optimal Control of Robot Manipulator

Kyung-Hun Joung, Joung-Il Park, Chong-Kuk Park
 Department of Electronics Engineering
 Kyung Hee University

ABSTRACT

Several optimum control algorithms have been proposed to minimize the robot cycle time by velocity scheduling. Most of these algorithms assume that the dynamic and kinematic characteristics of a manipulator are fixed.

This paper presents the study of a minimum-time optimum control for robotic manipulators considering parameter changes. A complete set of solutions for parameter identification of the robot dynamics has been developed. The minimum-time control algorithm has been revised to be updated using estimated parameters from measurements.

1. 서론

산업용 로봇트는 양질의 완제품들과 생산성을 증가시키기위한 필요성때문에 과거 10년동안 많은 연구가 행해졌다. 컴퓨터로 제어하는 매니플레이터는 다양한 공정과 조립작업에서 효과적으로 사용된다.

산업용 로봇트는 회전이나 병진조인트에 의해 직렬로 연결되어 있는 강건한 링크로 구성되어있다. 이러한 로봇트의 절대 필요한 부분은 제어 컴퓨터이고,그것은 프로그래머로 부터 명령을 받아서 역학 매니플레이터의 동작 명령으로 번역한다.

Bobrow, Dubowsky와 Gibson이 행한 이전의 연구는 이러한 문제를 풀기 위해서 실질적인 방법을 개선시켜왔다. 이 방법은 로봇트의 동력학(dynamics)과 기구학(kinematics) 매개변수를 고정되어있거나 이미 결정되어 있는 것만 취급했으나,실제적으로 부하가 변하기 때문에 항상 전체 로봇트 운동학은 복잡하게 된다.

본 논문은 천천히 움직이는(slow-moving)역학으로 인한 동력학과 기구학의 변화를 연구하기 위한 일반적

인 방법을 개선시켰다. 이러한 정보는 최적 제어를 갱신 하기 위해 사용된다. 이러한 방법을 적응 최소시간 최적 제어라 한다. 본 논문의 목적은 변화하는 환경에 대하여 최적성을 확보하게 하는것과 고정된 최적 속도 궤적에 의해 로봇트가 과구동(over-driven) 되는 것을 방지하는 것인데 모의실험을 통해 이것을 입증한다.

2. 최적성을 위한 최소시간 제어

본 절에서는 최소시간 제어궤적에 대한 속도계값에 대하여 쓴다. 최소시간문제는 최소값과 최대값, 즉 계값들을 가져야만 한다. 바라는 경로를 따르는 각 위치에서 최대 허용 속도를 기술하고, 매니플레이터의 경로를 구한다. 동력학 방정식은 다음과 같다.

$$[D(\theta)] \ddot{\theta} + \dot{\theta}^T [H(\theta)] \dot{\theta} + G(\theta) = T \quad (2-1)$$

여기에서, T는 입력 토모크벡터이고, $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 는 각각 위치, 속도, 가속도벡터이고, [D], [H], [G]는 위치의 함수로 표현되는 매개변수 행렬이다. 그림 1에서 말단 효과 장치의 경로는 다음과 같이 정의한다.

$$P = [p_x, p_y] \quad (2-2)$$

여기에서, p는 경로의 위치이다. 조인트의 작은 역기구학 변환을 사용해서 경로변수 S의 향으로 표현될 수 있다.

$$P(s) = r(\theta) \quad (2-3)$$

$$\dot{P}(s) = \dot{r}(\theta) \text{ 또는 } P_0 \dot{S} = r_0 \dot{\theta} \quad (2-4)$$

$$\dot{\theta} = r_0^{-1} P_0 \dot{S} \quad (2-5)$$

여기에서, P_0 는 S에 대하여 P의 부분 도함수를 나타낸다. 2계 도함수는 다음식과 같다.

$$\ddot{P}_0 \dot{S} + P_0 \ddot{S} = \dot{r}_0 \dot{\theta} + r_0 \ddot{\theta} = \dot{\theta}^T r_{00} \dot{\theta} + r_0 \ddot{\theta} \quad (2-6)$$

$$\ddot{\theta} = r_0^{-1} [P_0 \ddot{S} + P_{00} \dot{S}^2 - (r_0^{-1} P_0)^T r_{00} (r_0^{-1} P_0) \dot{S}^2] \quad (2-7)$$

여기에서, r_{00} 는 Hessian Tensor이다. 운동방정식(2-1)의 $\dot{\theta}$ 와 $\ddot{\theta}$ 에 대입하면 다음과 같은 식이 된다.

$$m(\theta) \ddot{S} + b(\theta) \dot{S}^2 + G(\theta) = T \quad (2-8)$$

여기에서,

$$m(\theta) = [D][r_\theta]^{-1}P_a \quad (2-9)$$

$$b(\theta) = [D][r_\theta]^{-1}(P_{a0} - ([r_\theta]^{-1}P_a)^T [r_{\theta 0}] ([r_\theta]^{-1}P_a) + ([r_\theta]^{-1}P_a)^T [H] ([r_\theta]^{-1}P_a)) \quad (2-10)$$

$$\ddot{S}_i = \frac{T_i - b_i \dot{S}^2 - G_i}{m_i} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2-11)$$

주어진 S와 \dot{S} 에 대하여 각각의 \ddot{S}_i 에 대한 최대와 최소경계는 식(2-11)안에 T의 최대와 최소경계를 대입함으로써 얻을 수 있다. S는 다음식과 같은 범위에 놓인다고 하자.

$$\ddot{S}_d(S, \dot{S}) \leq \ddot{S} \leq \ddot{S}_a(S, \dot{S}) \quad (2-12)$$

여기에서,

$$\ddot{S}_a = \min_i \left(\frac{T_{i \max} - b_i \dot{S}^2 - G_i}{m_i} \right) \geq 0$$

$$\ddot{S}_d = \max_i \left(\frac{T_{i \min} - b_i \dot{S}^2 - G_i}{m_i} \right) \leq 0$$

$d(\dot{S})/dt=0$ 이거나 $\ddot{S}_m=0$ 일때 \dot{S} 는 최대 \dot{S}_{\max} 에 도달한다. 이것은 속도가 최대치에 도달했을 때 즉, 가속도가 없을때, 또는 $\ddot{S}_a(\dot{S}_m)=0$ 일때를 의미한다. 위의 관계로부터 식(2-11)은 다음과 같이 간단하게 될 수 있다.

$$\ddot{S}_i = \frac{T_i - b_i \dot{S}_m^2 - G_i}{m_i} = 0 \quad (2-13)$$

$$T_i - b_i \dot{S}_m^2 - G_i = 0 \quad (2-14)$$

$$\dot{S}_m^2 = \min_i \left(\frac{T_i - G_i}{b_i} \right) \quad i=1, \dots, n \quad (2-15)$$

$$T_i = (T_{i \max}) \text{ 또는 } (T_{i \min}) \quad (2-16)$$

\dot{S}_m^2 이 양의 값이기 때문에 다음과 같이 선택한다.

$$T_{i \max} \quad b_i > 0$$

$$T_{i \min} \quad b_i < 0 \quad (2-17)$$

따라서 \dot{S}_m 의 해는 다음과 같이 된다.

$$\dot{S}_m = \min_i \sqrt{\frac{T_{i \max} - G_i}{b_i}} \quad i=1, \dots, n \quad (2-18)$$

대부분의 산업용 매니퓰레이터들은 3자유도 링크와 3자유도 말단 효과장치를 갖는다. 첫번째 3자유도는 마지막 3자유도가 말단 효과장치의 방향을 결정지을 동안 움직이지 않는다고 가정하자.

$$P_a = e_r \quad (2-19)$$

$$\rho_{ss} = e_n / \rho \quad (2-20)$$

여기에서, e_r 는 경로에 접하는 단위 벡터이고, e_n 은 반경의 중심에서 경로에 법선인 단위 벡터이고, ρ 는 경로의 곡률반경이 된다. 따라서, 식(2-8)-(2-11)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$m(\theta) = [D(\theta)][r_\theta]^{-1} e_r \quad (2-21)$$

$$b(\theta) = [D(\theta)][r_\theta]^{-1} \left(-([r_\theta]^{-1} e_r)^T [r_{\theta 0}] ([r_\theta]^{-1} e_r) \rho + ([r_\theta]^{-1} e_r)^T [H] ([r_\theta]^{-1} e_r) \right) \quad (2-22)$$

3. 적응제어와 시스템 동정

3.1 로봇 동역학 방정식의 선형적 분해

로봇 매니퓰레이터의 동역학 방정식(2-1)은 다음식과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$T_i = \sum_{j=1}^n D_{ij} \dot{\theta}_j + \sum_{j=k=1}^n H_{ijk} \theta_j \dot{\theta}_k + G_i \quad (3-1)$$

매개변수들이 바라는 경로를 따라 변하기 때문에, 작은 구간에서는 선형 미분방정식으로 생각할 수 있다. 조인트 위치와 속도를 측정할 수 있다고 가정하면, 입력 T_i 와 조인트 변수 $\dot{\theta}_j, \theta_j$ 의 각 쌍은 다음식과 같이 선형화된 방정식으로 표현할 수 있다.

$$T_i = J_{ij}^d \ddot{\theta}_j + K_{lij}^d \dot{\theta}_j + K_{Oij}^d \theta_j \quad (i, j=1, 2, \dots, 6) \quad (3-2)$$

여기에서,

J_{ij}^d = 원하는 경로를 따라서 입력 T_i 와 출력 θ_j 로부터 j번째 조인트에 의해 느끼는 관성계수
 K_{lij}^d = 원하는 경로를 따라서 입력 T_i 와 출력 θ_j 로부터 j번째 조인트에 의해 느끼는 속도계수
 K_{Oij}^d = j번째 조인트에 대하여 i번째 조인트에 의해 느껴지는 외부 토크

식(3-1)과(3-2)의 각 항들을 비교해보면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$J_{ij}^d = D_{ij} \quad (3-3)$$

$$K_{lij}^d = H_{ijj} \dot{\theta}_j + \sum_{k=1, k \neq j}^n (2H_{ijk}) \dot{\theta}_k \quad (3-4)$$

$$K_{Oij}^d = \sum_{k=1, k \neq j}^n H_{ik1} \dot{\theta}_k \dot{\theta}_1 + \sum_{k=1, k \neq j}^n D_{ik} \ddot{\theta}_k + G_i \quad (3-5)$$

매개변수 J, K1, KO를 동정하기 위해서 미분방정식은 차분방정식으로 이산화 시켜야 한다. 속도에서 미분방정식의 일반적인 형태는 다음식과 같다.

$$J^d \ddot{\theta} = K1^d \dot{\theta} + K0^d + T \quad (3-6)$$

가속도를 적분하고, trapezoidal을 사용해서 아래식을 구할 수 있다.

$$\ddot{\theta} = (K1^d/J^d)\dot{\theta} + (K0^d/J^d) + T/J^d \quad (3-7)$$

$$\dot{\theta}(k+1) = \dot{\theta}(k) + (K1^d/J^d)\Delta t[\dot{\theta}(k+1)+\dot{\theta}(k)]/2+(\Delta t/J^d) [T(k+1)+T(k)]/2 + (K0^d/J^d)\Delta t \quad (3-8)$$

$$\dot{\theta}(k+1) = A1\dot{\theta}(k) + A0 + B1T(k) \quad (3-9)$$

여기에서,

$$A1 = [1+(K1^d/J^d)\Delta t/2]/[1-(K1^d/J^d)\Delta t/2] \quad (3-10)$$

$$B1 = [(1/J^d)\Delta t]/[1-(K1^d/J^d)\Delta t/2] \quad (3-11)$$

$$A0 = [(K0^d/J^d)\Delta t]/[1-(K1^d/J^d)\Delta t/2] \quad (3-12)$$

또는,

$$J^d = \Delta t/[B1(1+(1-A1)/(1+A1))] \quad (3-13)$$

$$K1^d = (A1-1)/B1 \quad (3-14)$$

$$K0^d = A0/B1 \quad (3-15)$$

위의 식으로부터 동역학 방정식은 원하는 경로를 따라 시변 매개변수를 갖는 2차 선형차분 방정식으로 분해되어진다.

3.2 매개변수 추정 알고리즘.

선형이산 차분 방정식은 다음과 같다.

$$V(k+1) = A1(K)V(k)+A0(K)+B1(K)T(k) \quad (3-16)$$

여기에서, $V(\cdot)$ 는 상태출력변수이고, $T(\cdot)$ 는 입력변수이고, K 는 시간의 순서를 표시한다. $A1(\cdot), A0(\cdot), B1(\cdot)$ 는 천천히 움직이는 시변계수들이다.

α, ϕ, V 를 다음식과 같이 정의하자.

$$\alpha(k) = [A0(k), A1(k), B1(k)]^T \quad (3-17)$$

$$\phi(k) = [1, V(k), T(k)]^T \quad (3-18)$$

$$V(k) = \alpha(k)^T \phi(k) + e(k) \quad (3-19)$$

여기에서, $\alpha(k)$ 는 추정된 매개변수 벡터이고, $\phi(k)$ 는 상태와 입력변수로 구성되는 벡터이고, $V(k)$ 는 상태변수이고, $e(k)$ 는 $\hat{\alpha}$ 에 의한 추정오차이다. N 측정치는 다음과 같다.

$$A_N = [\phi(k) \ \phi(k+1) \ \dots \ \phi(k+N-1)]^T \quad (3-20)$$

$$Y_N = [V(k) \ V(k+1) \ \dots \ V(k+N-1)]^T \quad (3-21)$$

$$e_N = [e(k) \ e(k+1) \ \dots \ e(k+N-1)]^T \quad (3-22)$$

오차를 최소화 하기위한 평가지표를 다음과 같이 정의하자.

$$J(\hat{\alpha}) = \sum_{j=k}^{k+N-1} e^2(j) \quad (3-23)$$

추정된 계수의 항인 $J(\cdot)$ 를 최소화하기 위해서, 그것을 $\hat{\alpha}$ 의 함수로써 표현하면 다음과 같다.

$$J(\hat{\alpha}) = e_N^T e_N = (Y_N - A_N \hat{\alpha})^T (Y_N - A_N \hat{\alpha}) \\ = Y_N^T Y_N - \hat{\alpha}_N^T A_N^T Y_N - Y_N^T A_N \hat{\alpha} + \hat{\alpha}_N^T A_N^T A_N \hat{\alpha} \quad (3-24)$$

$\hat{\alpha}$ 에 대하여 도함수를 취하면 다음과 같다.

$$\partial J / \partial \hat{\alpha} = -2Y_N^T A_N + 2\hat{\alpha}_N^T A_N^T A_N = 0 \quad (3-25)$$

$$\hat{\alpha}_N = (A_N^T A_N)^{-1} A_N^T Y_N \quad (3-26)$$

만약, N 이 추정되기위한 계수의 수와 같다면, 그때 방정식 (3-26)는 deterministic 방정식 집합의 해가된다. 그러나, 대부분의 시간에서 측정으로부터 나온잡음의

평균을 구하기위해 매개변수의 수보다 더많은 측정을 해야하며, 그것은 시간의 순서에따라 오차를 이산하는 것이 더 좋다. 시변 매개변수에 대하여 가장 최근에 측정된 값은 그 이전에 측정된 값보다 더 중요하다.

하중행렬은 다음과 같다.

$$W = \text{diag}[w_1, w_2, \dots, w_N] \quad (3-27)$$

만약 w_k 가 아래와 같은 식으로 표현된다면,

$$w_k = \mu^{(N+k-1)-j} \quad (3-28)$$

$$W = \text{diag}[\mu^N, \mu^{N-1}, \dots, \mu^1, \mu^0] \quad (3-29)$$

새로운 평가지표 식은 다음과 같이 선택된다.

$$J(\hat{\alpha}) = \sum_{j=k}^{k+N-1} w_j e_j^2 = e_N^T W e_N \quad (3-30)$$

여기에서, μ 는 망각지수이다.

매개변수의 수정된 추정은 아래의 식과 같다.

$$\hat{\alpha}_N = [A_N^T W A_N]^{-1} A_N^T W Y_N \quad (3-31)$$

이러한 알고리즘은 매우 정확한 추정을 할 수 있으나, 만약 N 이 크면 계산상 복잡성 때문에 좋지않다. 따라서 반복적인 추정알고리즘을 사용한다. 최소자승 추정의 반복적인 형태는 다음과 같다.

$$\hat{\alpha}_{N+1} = \hat{\alpha}_N + P_{N+1} \phi_N (V_{N+1} - \phi_N^T \hat{\alpha}_N) / \mu \quad (3-32)$$

그리고,

$$P_{N+1} = P_N - \frac{P_N \phi_N \phi_N^T P_N}{(\mu + \phi_N^T P_N \phi_N)} \quad (3-33)$$

여기에서, N 은 시간의 순서를 표기한다. 반복추정에 포함된 계산은 오직 행렬의 곱만 쓰인다. P_N 이 대칭행렬이기 때문에, 식 (3-33)은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\alpha}_{N+1} = \hat{\alpha}_N + \frac{P_N \phi_N}{(\mu + \phi_N^T P_N \phi_N)} (V_{N+1} - \phi_N^T \hat{\alpha}_N) \quad (3-34)$$

3.3 로봇트 동역학 방정식에서 매개변수의 동정

입력 토오크의 평가와 속도의 측정에 기초한 본해된 선형 미분방정식 집합은 3.1절에서 얻어진다. 이전절에서 주어진 추정알고리즘을 채택해서, 다음과 같은 방정식 집합에서 매개변수들을 추정할 수 있다.

$$T_i = J_{i,j} d\dot{\theta}_j + K_{1,i,j} d\dot{\theta}_j + K_{0,i,j} d(i, j=1, 2, \dots, 6) \quad (3-35)$$

$$\dot{\theta}(k+1) = A1\dot{\theta}(k) + A0 + B1T(k) \quad (3-36)$$

위의 식에 $\dot{\theta}(k)=V(k)$ 를 대입하면, 다음식을 얻을 수 있다.

$$V(k+1) = A1 V(k) + A0 + B1 T(k) \quad (3-37)$$

$T(\cdot)$ 은 주어지고 $V(\cdot)$ 는 측정가능하기 때문에 $A0, A1, B1$ 은 추정될 수 있다. 그리고, 매개변수 $J^d, K0^d, K1^d$ 는 구해진다. 이제, 원래 매개변수 $[D], [H], [G]$ 는 이러한 필요한 추정으로부터 구해질 수 있다.

4. 모의실험 및 고찰

본 논문에서 제안한 알고리즘의 모의실험을 위하여 그림 1에 나타난 PUMA 560의 2,3번 링크를 이용한 2 링크 로봇트를 사용하였다.

$$l_1 = l_2 = 0.432 \text{ m}$$

$$m_1 = 15.92 \text{ Kg}$$

$$m_2 = 11.36 \text{ Kg}$$

그리고, 조인트 변수 θ 의 함수로써 나타내어지는 말단 효과장치의 직각좌표위치는 다음과 같다.

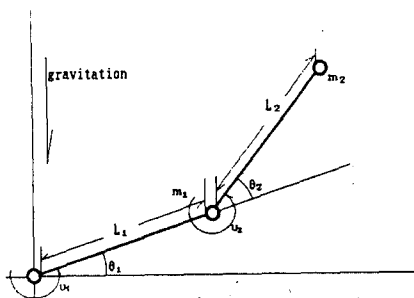
$$P_x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

$$P_y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

경로의 곡률반경 ρ 는 0.2이고, 초기위치 $P_0=(1,0)$ 이고, 마지막 점 $P_1=(1,1)$ 이고, 중간에 $P_m=(0.5,0.5)$ 를 지나 는 경로를 선택했다. 그림 2는 조인트 1과 2에 가해지는 토오크를 나타내고, 그림 3은 링크 1의 최적속도궤적과 실제속도궤적을 나타내고, 그림 4는 링크 2의 최적속도궤적과 실제속도궤적을 나타낸다. 그림 3과 4에서 보여지듯이 약 2.54초 안에 최적속도궤적과 실제로봇트 미니플레이어에서 측정된 값이 거의 같아짐을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 동력학과 기구학이 고정되어 있다고 가정했던 이전의 연구에 비해 동력학과 기구학의 매개 변수가 변할때에도 강건한 제어가 이루어 졌고, 빠른 시간내에 최적속도궤적을 따라가는 것을 볼 수 있었다. 즉, 변화하는 환경에서도 최적성을 이룰 수 있었고, 속도궤적에 의하여 과구동되지 않는 것을 볼 수 있었다. 앞으로의 연구 과제는 경로 설계를 통해 충돌을 회피할 수 있는 궤적발생기를 첨가하고, 부하가 변할때에도 최적성을 확보할 수 있는 알고리즘을 개발하는데 있다.



TWO-LINK 미니플레이어

그림 1. 2링크 로봇트 미니플레이어

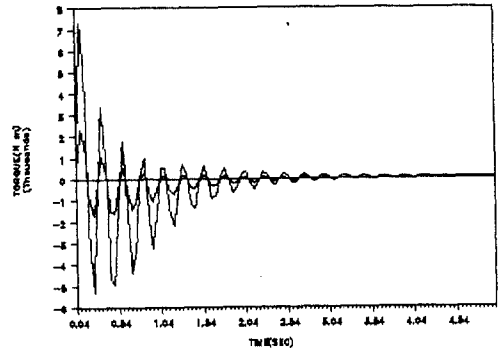


그림 2. 조인트 1과 2의 토오크

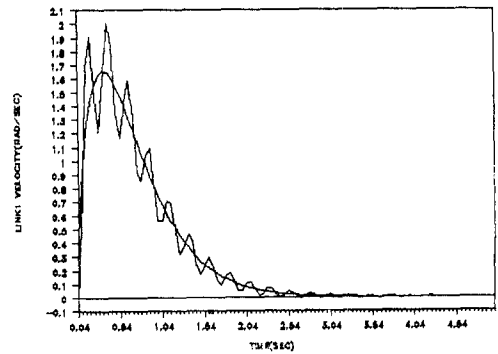


그림 3. 링크 1의 최적속도궤적과 실제속도궤적

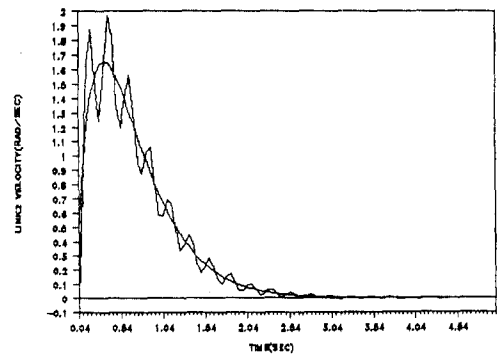


그림 4. 링크 2의 최적속도궤적과 실제속도궤적

참고문헌

- [1] Lee, C.S.G., Mudge, T.N., Turney, J.L., "Hierarchical Control Structure Using Special Purpose Processors for the Control of Robot Arms," Proc of IEEE Pattern Recognition and Image Processing Conference, 1982, pp. 634-640.
- [2] Lozano-Perez, T. and Wesley, M.A., "An Algorithm for Planning Collision-Free Paths among Polyhedral Obstacles," Comm. of ACM, Vol. 22, No. 10, Oct. 1979, pp. 560-570
- [3] Luh, J.Y.S. and Campbell, C.E., "Minimum Distance Collision-Free Path Planning for Industrial Robots with a Prismatic Joint," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-29, No. 8, Aug. 1984, pp. 675-681.
- [4] Kim, B.K., and Shin, G., "An Efficient Minimum-Time Robot Planning under Realistic Conditions," Proc. of 23rd IEEE Decision and Control Conf. 1984, pp. 296-303.
- [5] Dubowsky, S. and Kornbluh, R., "On the Development of High Performance Adaptive Control Algorithm for Robotic Manipulators," Proc. of the 2nd International Symposium of Robotics Research, Kyoto, Japan, MIT Press, Aug. 1984, pp. 121-132.
- [6] Paul, R. and Shimano B., "Kinematic Control Equations for Simple Manipulators." IEEE Trans. System, Man and Cybernetics, Vol. SMC-11, No. 6, June 1981, p. 451.
- [7] Narendra, K.S. and Monopoli, R.V., "Application of Adaptive Control," New York, Academic Press, 1980 p. 18.