

새로운 스위칭 평면을 가지는 가변구조 서보 제어기 설계에 관한 연구

°분 용기, 이 정훈, 이 대식, 윤 명중
한국과학기술원 전기 및 전자공학과

A Study on the Servo System Controller Design of Variable Structure Systems with New Switching Surface

Yong-Ky Moon, Jung-Hoon Lee, Dae-Sik Lee, and Myung-Joong Youn

Department of Electrical Engineering
Korea Advanced Institute of Science and Technology

Abstract

In this paper, we propose a simple method to control the servo system with sliding mode in the parameter variation and disturbances. We show the comparison between the conventional sliding line and the new sliding line and the proposed sliding mode control. The performance of the fast response and no overshoot by using the proposed sliding line is obtained.

1. 서 론

마이크로 프로세서의 비약적인 발전으로 인하여 그 전까지는 이론적으로만 전개되던 현대 제어 이론이 실제 시스템에 적용 가능하게 되었다. 일반적으로 제어 이론은 빠른 응답 특성, 작은 오우브 슈우트 그리고 작은 정상 상태 오차를 갖도록 설계된다. 이중 빠른 응답 특성은 최대 입력을 이용하는 Bang-Bang 제어를 통하여 얻을 수 있다[1]. 그러나, Bang-Bang 제어는 개루프 제어로 시스템의 입력 변화를 스위칭 함수로서 결정하게 된다. 이와같은 스위칭 함수는 부하와 시스템 변수의 함수로 주어지며, 시스템 변수의 부정확성과 외란이 존재하는 경우에 있어서는 정확한 스위칭 함수를 구할 수가 없다. 이런 문제를 해결하고자 Dual 모드 제어를 사용한다[2]. Dual 모드 제어는 초기에는 빠른 응답 특성을 얻기 위하여 Bang-Bang 제어를 하며,

원칙 근방에서는 정상 상태 오차 및 안정성을 보장하기 위하여 PID제어 방법을 이용한다. 그러나 이와같은 방법은 외란에 의한 오우브 슈우트나 정착 시간의 지연이 해결되어야 할 문제로 남는다.

이와같은 문제를 가변구조 제어 이론을 도입하여 해결하였다. 제안된 제어 방법은 슬라이딩 모드를 가지며, 시스템이 슬라이딩 모드에 이르는 순간부터 어떤 변수의 변화나 외란에 대하여 강인한 특성을 가진다. 또한 시스템의 응답시 최대 가속과 감속 특성을 가지므로 정착시간이 빠르고, 최대 감속시 슬라이딩 면을 따라 움직이므로 오우브 슈우트가 없는 특성을 가질수 있다. 본 논문에서 제안한 제어 이론은 간단하고 마이크로 프로세서를 이용하여 Real Time 적용이 가능한 장점을 가진다.

2. 시스템 모델링과 슬라이딩 모드

동특성이 빠른 전류 제어기를 사용하여 DC모터를 제어하면 모터의 전기적 다이내믹스를 무시할수 있으며, 전체 시스템은 2차 식으로 줄어든다. 이와같은 시스템의 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_e}{dt} &= \omega_m \\ \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{K_t}{J}i_a - \frac{F}{J}sgn(\omega_m) \\ \theta_e &= \theta_m - \theta_c \end{aligned} \tag{2-1}$$

여기서, K_t 는 증폭기의 이득, J 는 모터의 관성 모멘트, F 는 부하 토크, θ_m 은 모터의 위치, θ_c 는 위치 명령 신호이다.

또한 시스템은 다음과 같이 제한된 제어 입력을 가진다.

$$|i_a| \leq I_{\max} \quad (2-2)$$

식 (2-1)을 상태 방정식으로 표현하면 다음과 같다

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ f \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

여기서, $a = \frac{K_t}{J}$, $u = i_a$, $f = -(\frac{F}{J})\text{sgn}(x_2)$, $x_1 = \theta_e$, $x_2 = \omega_m$

이와같은 시스템에 대한 일반적인 Bang-Bang 제어 방법은 그림 1 에 주어진다.

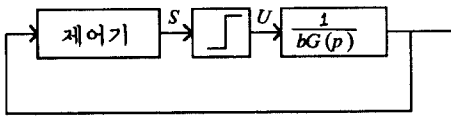


그림 1 Bang-Bang 제어 블록도

그림 1 에서 제어 입력은 다음과 같다.

$$U = \text{sgn}(S) = \begin{cases} +1 & \text{if } S > 0 \\ -1 & \text{if } S < 0 \end{cases} \quad (2-4)$$

여기서, b 는 시스템의 변수, $G(p)$ 는 2차 다항식, S 는 스위칭 함수이다. 제어기는 시스템으로부터 상태 변수에 대한 정보를 받아 스위칭 함수의 값이 정해지면 입력의 방향이 정해진다.

가변 구조 제어에서는 시스템의 상태 변수에 따라 입력의 불연속성을 가지며 입력의 형태는 다음과 같이 주어진다.

$$U(x, t) = -(\psi_1 |x_1| + \psi_2 |x_2| + K_f) \text{sgn}(S) \quad (2-5)$$

여기서, ψ_i 는 증폭 이득, $|x_i|$ 는 상태 변수의 절대 크기이다. 스위칭 함수는 오우브 슈우르가 생기지 않고, 빠른 응답 특성을 가지도록 설계되어진다. 시스템의 궤적이 이 스위칭 면으로 향하도록 스위칭 함수에 따라 가변되는 제어 입력을 가해주면 슬라이딩 모드가 형성 되며, 이때 시스템의 동작은 변수의 변화나 외란에 둔감한 특성을 갖게 된다[3],[4]. 이와 같은 특성을 가지는 슬라이딩 모드가 존재할 조건은 아래와 같다.

$$\lim_{s \rightarrow 0} S \dot{S} < 0 \quad (2-6)$$

3. 슬라이딩면의 선정

슬라이딩 면은 설계자가 요구되는 성능이 만족되도록 설계할수 있다. 종래의 방법은 위치 오차와 그것의 미분치들의 선형적 결합으로 구하였기 때문에 2차 시스템에서는 적선이 되었다. 2차 선형 슬라이딩 면은 오차가 접근적으로 감소하므로 요구되는 성능을 만족 시키는대는 시간 지연이 커진다. 이러한 문제점을 해결하기위하여 다음과 같은 새로운 슬라이딩 면을 갖는 제어기를 제안하고자 한다. 먼저 임의의 위치에서 원점까지 최단 시간에 이르기위해 최대 입력을 가해 가속한다 최대 가속 구간에서 최대감속 구간으로 전환되는 순간은 스위칭 함수의 상태에 의해 구해진다. 식 (2-3)으로 부터 스위칭 함수는 다음과 같이 구해진다. 입력이 최대값을 가질때 궤적은 다음과 같이 주어진다.

$i_a = +I_{\max}$ 일때,

$$x_1 = \frac{Jx_2^2}{2(K_t I_{\max} - F \text{sgn}(x_2))} + C_1 \quad (3-1)$$

$i_a = -I_{\max}$ 일때

$$x_2 = \frac{Jx_2^2}{2(-K_t I_{\max} - F \text{sgn}(x_2))} + C_2 \quad (3-2)$$

식 (3-1), (3-2)로 부터 스위칭 함수는 다음과 같이 표현 된다. (이때, $C_1 = C_2 = 0$ 이다.)

$$x_1 = \frac{-Jx_2 |x_2|}{2(K_t I_{\max} + F)} \quad (3-3)$$

$$S(x_1, x_2) = x_1 + \frac{b}{2} x_2 |x_2| \quad (3-4)$$

여기서, $b = \frac{J}{(K_t I_{\max} + F)}$ 이다(그림 2).

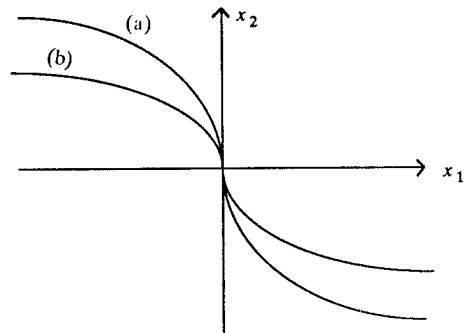


그림 2 (a) $x_1 + \frac{b}{2}x_2^2 = 0$, (b) $x_1 + bx_2^2 = 0$ 의 궤적

또한 슬라이딩 모드가 존재하는 경계치의 스위칭 면에 대한 식은 다음과 같이 구해진다.

$$S = cx_1 + x_2 \quad (c > 0)$$

$$c = c_{next} = c_{initial} + \Delta \quad (c_{initial} > 0) \quad (3-5)$$

매우 작은 초기 기울기를 가지는 스위칭 면에서 슬라이딩 모드가 형성될 때마다 스위칭 면의 기울기를 증가시키면서 슬라이딩 모드가 존재하는 조건을 만족하는 점들의 궤적을 조사한다. 최대 입력을, $i_a = -I_{max}sgn(S)$, 가했을 때 나타나는 슬라이딩 모드의 경계치를 구하기위해 식 (2-3)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{-sgn(S)}{b} \end{aligned} \quad (3-6)$$

식 (3-5)이 슬라이딩 조건을 만족해야 함으로, 식 (2-6)으로부터 슬라이딩 경계면을 구할수 있다.

식 (2-6)을 만족하는 조건은 다음과 같다

$$|x_2| \leq \frac{1}{cb} \quad (3-7)$$

스위칭 면상에서는 $\frac{1}{|x_2|b} = c$ 를 만족하며, 이를 식 (3-5)에 대입해서 다음 식을 얻는다[4](그림 2).

$$x_1 + bx_2|x_2| = 0 \quad (3-8)$$

곧, 식 (3-8)은 슬라이딩 모드가 존재하는 경계치 조건이다. 또한 슬라이딩 모드가 가능한 스위칭 면의 최대 기울기는 최대 속도의 한계와 시스템 변수의 변화 범위에 대한 정보로부터 c_{bound} 는 다음과 같이 정해진다.

$$c_{bound} = \frac{1}{b_{max}|x_2|_{max}} \quad (3-9)$$

슬라이딩 면은 식 (3-8)과 식 (3-9)를 고려하여 결정하며 감속시의 슬라이딩 면은 다음과 같이 주어진다.

$$S(x_1, x_2) = x_1 + \frac{J_m x_2 |x_2|}{(IK_t + F_m)} \quad (3-10)$$

$$\text{여기서, } \frac{J_m}{(IK_t + F_m)} > \frac{J}{(I_{max}K_t + F)}$$

스위칭 함수인 식 (3-10)위에서 슬라이딩 모드가 존재하기 위해서는 식 (2-6)이 만족 되어야 한다.

제어 입력을 다음과 같이 두고,

$$u = -(\psi_1|x_1| + \psi_2|x_2| + \psi_3)sgn(S) \quad (3-11)$$

식 (2-6)을 만족하는 궤환 이득 ψ_i 를 구하면 다음과 같다.

$$\psi_1 > 0 \quad (3-12)$$

$$\psi_2 > 0 \quad (3-13)$$

$$\psi_3 > \frac{F_{max}}{K_t} \quad (3-14)$$

4. 시뮬레이션

표 4.1에 주어진 시스템에 대하여 종래의 슬라이딩 면과 제안된 슬라이딩 면을 시뮬레이션을 통하여 비교하였다.

표 4.1 시스템 변수

$R = 0.65 \Omega$	$L = 19 \text{ mH}$
$J = 0.2 \text{ Kg-m}^2$	$F = 0.5 \text{ N-m}$
$K_t = 0.4519 \text{ N-m/A}$	$K_r = 1.0$
$I_{max} = 20 \text{ A}$	$\omega_{max} = 170.4 \text{ rad/sec}$
$J_m = 0.34 \text{ Kg-m}^2$	$F_m = 0.7 \text{ N-m}$

시뮬레이션에서 사용한 제어 입력의 궤환 이득은 표 4.2에 주어진다.

표 4.2 제어 입력의 이득

	선형 슬라이딩 면	제안된 슬라이딩 면
ψ_1	4.5	4.5
ψ_2	4	4.5
ψ_3	7	7
외란	$F = 10\sin(100 t)$	

그림 3 으로 알수 있듯이 제안된 슬라이딩 면의 응답 특성이 종래의 것에 비해 매우 빠른 응답 특성을 가짐을 볼수있다.

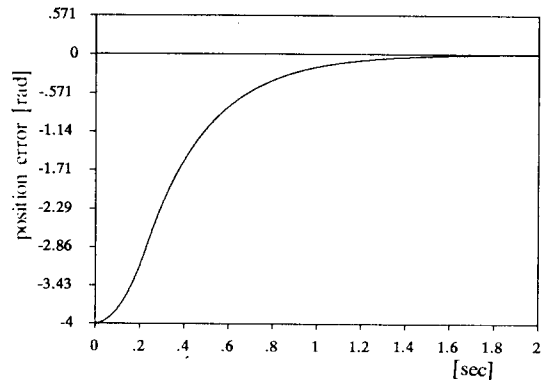


그림 3 (a) 선형 슬라이딩 면 (스텝 입력)

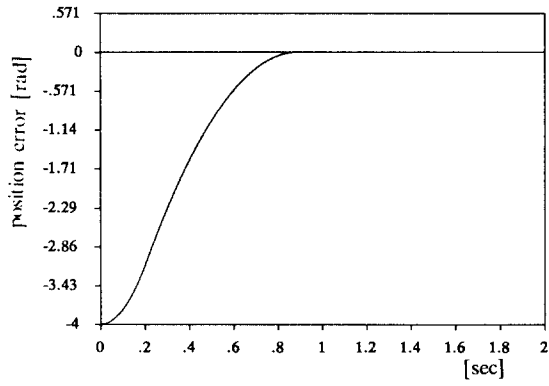


그림 3 (b) 제안된 슬라이딩 면 (스텝 입력)

또한 슬라이딩 모드 제어로 오우브 슈트가 없는 제어가 보장되었다.

그림 4, 그림 5 는 제안된 슬라이딩 면의 추적 성능을 나타낸 것으로 빠른 목표물 접근과 정상 상태 오차가 없음을 보여준다.

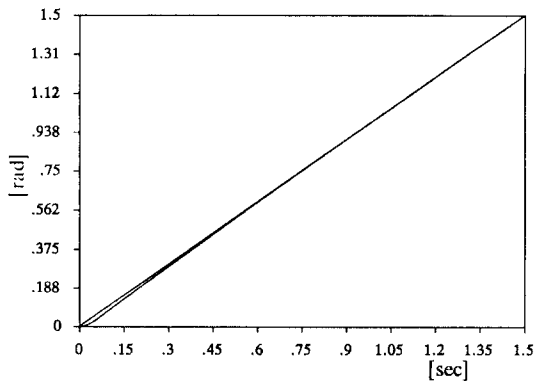


그림 4 (a) 선형 슬라이딩 면

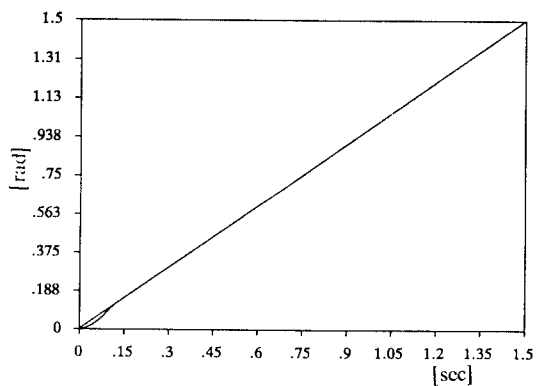


그림 4 (b) 제안된 슬라이딩 면

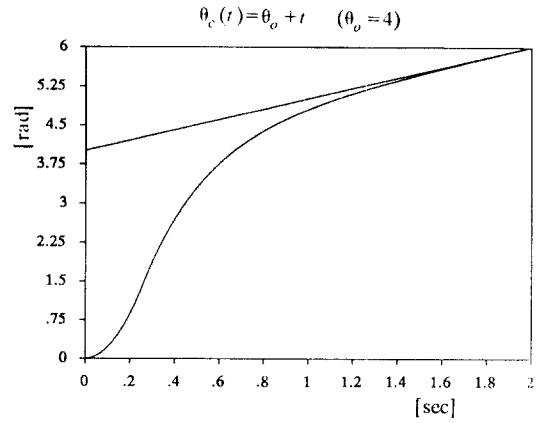


그림 5 (a) 선형 슬라이딩 면

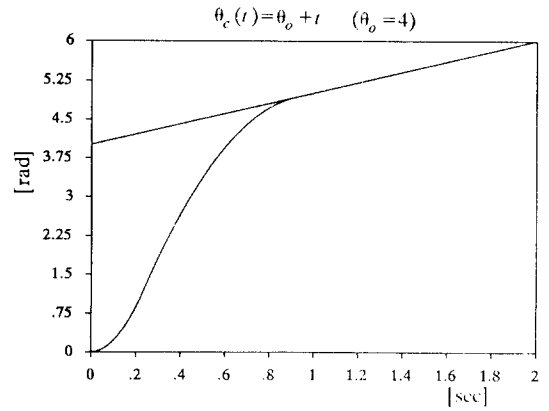


그림 5 (b) 제안된 슬라이딩 면

그림 6 은 스텝 명령에 대한 제어 입력을 보여준다.

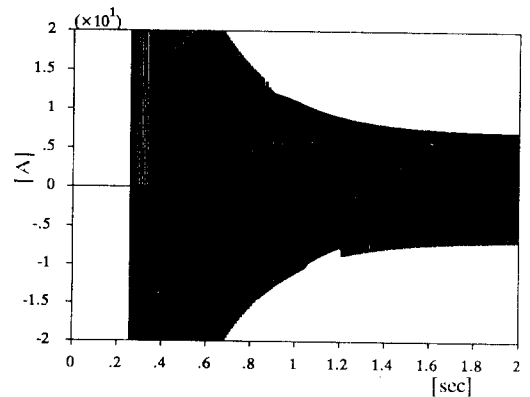


그림 6 (a) 선형 슬라이딩 면

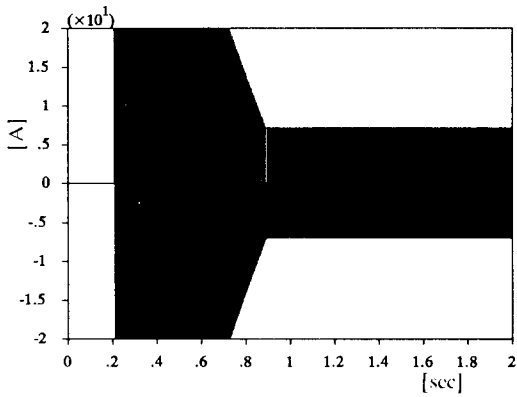


그림 6 (b) 제안된 슬라이딩 면

그림 7 에서는 외란이 존재할때의 응답 특성을 보여준다.

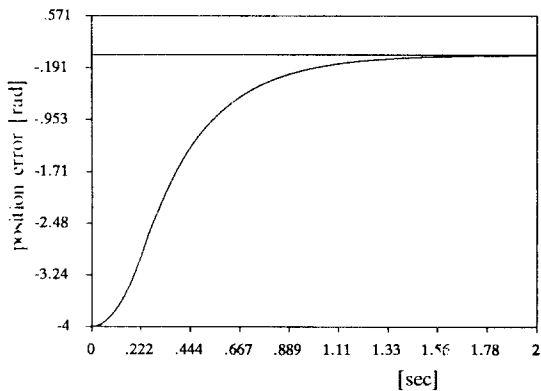


그림 7 (a) 선형 슬라이딩 면

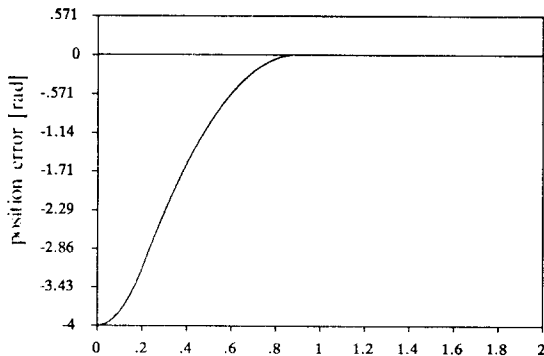


그림 7 (b) 제안된 슬라이딩 면

5. 결 론

제안한 슬라이딩 면은 시스템의 실질적인 문제들을 고려하여 빠른 응답과 오버슈트 슈우트가 없는 특성을 얻을수 있도록 설정하였다. 종래의 선형 슬라이딩 면보다 빠른 응답 특성과 추적 성능이 뛰어남을 보였다. 그러나 실 시스템에 적용시 입력의 불연속성 때문에 떨림이 생기며 이것은 실질적으로 매우 심각한 문제를 야기하므로 떨림을 줄여 주는 연구가 계속 될 필요가 있겠다.

참고 문헌

- [1] E. Bryson, Jr. Yu-Chi Ho , *Applied Optimal Control*, 1975
- [2] 박 회 정 "직류 서보모터를 이용한 최적 시간 위치 제어의 성능개선에 관한 연구", 한국과학기술원 1986
- [3] B.Drazenovio, "The Invariance Condition in Variable Structure System", *Automatica*, Pergamon Press, pp. 287-295, 1969
- [4] V.I.Utkin, "Variable Structure Systems with Sliding Modes", *IEEE Trans, Automatic Control*, vol. AC-22, no.2, pp. 212-222, 1977
- [5] Zinober, "Adaptive relay Control of Second-Order Systems", *Int. J. Contr.*, 21, pp. 81-98, 1975