

Timoshenko beam 모델을 이용한 두개의 링크를 갖는

유연성 매니퓰레이터의 위치 제어

(Position Control of Two Link Flexible Manipulator
using Timoshenko Beam Model)

김기환, 강경운, 전홍태

Ki-Hwan Kim, Kyung-Un Kang, Hong-Tae Jeon

중앙대학교 전자공학과

ABSTRACT

In this paper, the dynamic modeling and tip position of rotating Timoshenko beam analyzed by means of FEM (finite element method) and Hyperstability MRAC(model referenced adaptive control) technique of each other.

The governing equations of the rotating beams are derived from Hamilton's principle. The dynamic model of this multi-link is derived by Lagrange approach. The shear deformation and rotary inertia are incorporated into a finite element model for determining the bending frequencies of the rotating beam. Simulation results for uniform cantilever beams by using the MRAC are compared with the available results. It will be shown that the proposed method offers an accurate and effective one to solve the free vibration problems of rotating beams' stability.

1. 서론

최근 미국, 일본등을 비롯한 선진기술국들에서는 유연성 (flexible)로봇의 개발을 차세대 로봇 개발 계획으로 삼아 그 연구활동에 많은 지원을 하고있는 실정이다. 이 유연성 로봇은 높은 stiffness를 갖는 강체들로 구성된

기존의 로봇 시스템과는 달리 AC등과 같은 가벼운 재질의 링크들로 구성된 매니퓰레이터로서, 이는 그 구조적인 특성으로 인하여 빠른 속도, 낮은 에너지 소비 그리고 높은 기동성등과 같은 장점들을 갖고 있다.

현재 활발히 이루어지고 있는 유연성 로봇의 연구는 크게 로봇 자체의 동적 모델링(dynamic modeling)과 위치 제어기술개발로 나뉘어 진다. 전자는 유연성 로봇의 구조적인 특성으로 인하여 발생하는 탄성변형(elastic deformation)을 고려한 동적 모델링을, 후자는 주행시 발생하는 진동을 최대한로 억제하면서, 말단장치(end-effector)에게 부여된 임무를 정확히 성취케 하기 위한 위치 제어를 개발하는데 역점을 두고 있다.

이러한 연구들은 단일링크(single-link) 혹은 다관절링크(multi-link)로봇을 대상으로 이루어질 수 있으며 링크의 모델에 따라 Bernoulli-beam모델과 Timoshenko-beam모델로 나뉘어 질 수 있다. 그 대표적인 예들은 다음과 같다.

Canon과 Schmitz[1]는 modal analysis에 의한 탄성변형의 근사화와 Lagrangian방식에 의한 동적 모델링, 그리고 LQG (Linear Quadratic Gaussian)방식을 이용한 제어를 제안하였고, Meng과 Chen[2]는 FEM에 의한 탄성 함수의 모델링, 그리고 LQG방식을 이용한 위치 제어를 제안하였다. 또한 B.Siciliano, Bruno S.Yuan과 W.J.Book[3]은 탄성 변형식을 recursive Lagrangian assumed mode method를 이용하여

나타냈으며, Lyapunov 함수를 이용한 MRAC 적응 제어를 제안하였다.

한편 최근에 다관절 유연성 매니퓰레이터에 대한 연구 결과들이 빈번히 발표되고 있으며 그 중 E.Schmitz[4]는 탄성변형을 Rayleigh-Ritz series로 나타내고 고전적인 PD 보상에 의한 제어 방식을 제안하였다. 또한 최근 Sabri Cetinkunt와 W.J.Book [7]이 두개의 링크에 대한 위치제어에 AMFC를 이용한 적응제어 시스템을 발표하였다.

그러나 이들은 Bernoulli-beam 모델을 이용한 까담에 고속에서의 위치제어에 많은 어려움을 갖고 있어 이를 보완하기 위한 한 방법으로 Timoshenko-beam 모델을 이용한 연구결과들이 점차로 증가하고 있는 추세이다[5][6].

이에 본 연구에서는 다관절링크 유연성 로봇의 비선형 특성과 고진동 모우드에서의 탄성 변형을 고려한 정확한 동적 모델링과 강건한 위치제어 시스템을 개발하고자 한다. 즉 다관절링크 유연성 로봇이 주어진 경로를 주행할 때 그 비선형 특성과 탄성 변형, 그리고 구조적인 면에서도 보다 빠른 속도에서의 적용이 가능하며 진동으로 인한 말단 장치의 경로 이탈을 극소화하기 위하여 Timoshenko-beam 모델을 이용하고, 이의 동적 방정식을 유한 요소법(Finite Element Method)에 의해 유도한다. 아울러 링크 말단의 위치오차를 최소화하도록 하기 위해, Hyperstability MRAC (model referenced adaptive control) 적응 제어 기법을 응용한다.

I. 문제의 정식화

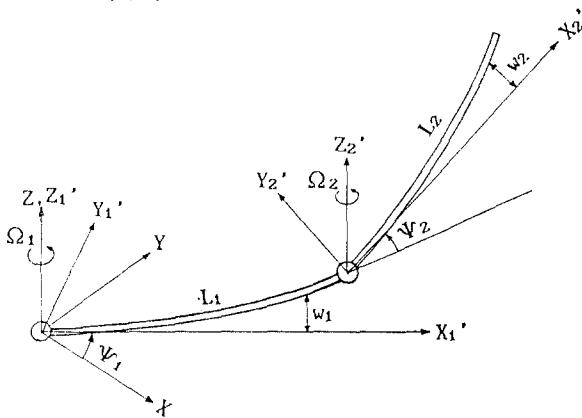


그림 1. 두개의 링크를 갖는 유연한 매니퓰레이터
Fig. 1. Two-link Flexible Manipulator

그림 1에서와 같이 각각의 요소들은 두개의 절점 i와 j로 이루어지며, transverse deflection w 와 bending rotation α 의 2 자유도를 갖는다. 링크의 특성을 정확히 하기 위하여 다음과 같은 가정을 둔다.

- 1) 두개의 링크 1과 2는 재질 및 특성이 같으며 단면은 일정하다.
- 2) 각각의 링크의 transverse displacement들은 충분히 작다. ($w_i \ll 0.1L_i$ ($i=1,2$))
- 3) 링크는 수평면으로만 움직이며, 수직으로의 변형은 무시한다. 이때 링크의 단면 내에서의 변형은 없다.
- 4) 변형전 링크의 중립축에 수직인 직선은 변형후에도 직선이고 중립축에 수직하다.
- 5) Coriolis 효과 및 tension, compression, torsion의 영향은 무시한다.

II.1 자유진동시 각 요소의 힘과 에너지 성분

그림 2와 같은 Timoshenko beam에서 가정 (3)과 (4)에 의해 링크의 휨(deflection)은 y 방향으로의 변위 $w(x,t)$ 뿐이다. 이때 이 변위 $w(x,t)$ 의 경사각은 다음과 같다.

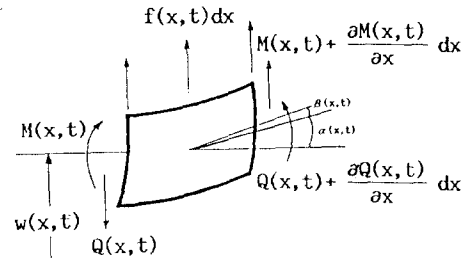


그림 2. Timoshenko beam 모델 ; 요소의 힘 성분

Fig. 2. The force component of element ; Timoshenko beam model

$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = \alpha(x,t) + \beta(x,t) \quad (1)$$

$$(\alpha \gg \beta)$$

여기서, α 는 굽힘에 의한 변형을, β 는 전단력에 의한 변형을 나타낸다.

이 Timoshenko beam 모델에서의 굽힘 모멘트(bending moment) M 과 전단력(shearing force) Q 는 각각 다음과 같다.

$$M = EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2a)$$

$$Q = k'GA\beta = k'GA \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} - \alpha \right\} \quad (2b)$$

또한 굽힘 모멘트와 전단력과의 관계는 다음과 같다.

$$Q = -\frac{\partial M}{\partial x} \quad (3)$$

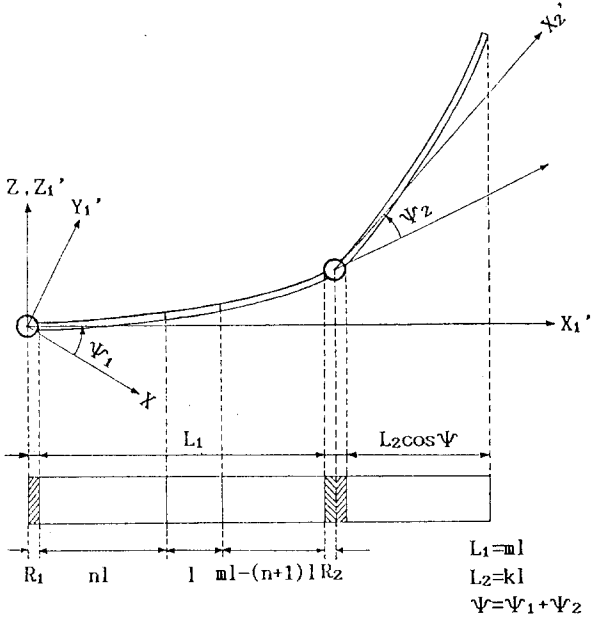


그림 3. 회전시 Timoshenko beam 모델

Fig. 3. Rotating Timoshenko beam model

한편 그림 3에서와 같이, 링크 1과 2에서 길이가 1인 n+1 번째 요소와 h+1 번째 요소의 각각의 에너지는 다음과 같다[5].

링크 1, 2의 Strain 에너지.

$$U_1^* = \frac{1}{2} \int_0^1 EI \left(\frac{\partial \alpha_{n+1}}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^1 k' GA \left(\frac{\partial w_{n+1}}{\partial x} - \alpha_{n+1} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^1 F_{1x} \left(\frac{\partial w_{n+1}}{\partial x} \right)^2 dx \quad (4a)$$

$$U_2^* = \frac{1}{2} \int_0^1 EI \left(\frac{\partial \alpha_{h+1}}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^1 k' GA \left(\frac{\partial w_{h+1}}{\partial x} - \alpha_{h+1} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^1 F_{2x} \left(\frac{\partial w_{h+1}}{\partial x} \right)^2 dx \quad (4b)$$

여기서,

$$F_{1x} = A \int_x^1 \rho \Omega_1^2 (R_1 + n_1 + x) dx + A \int_{(n+1)l}^{m_1+k_1 \cos \Psi} \rho \Omega_1^2 (R_1 + x) dx = A \rho \Omega_1^2 l^2 \left[\frac{R_1}{1} - (m-n+k \cos \Psi) + \frac{1}{2} (m^2 - n^2 + k^2 \cos^2 \Psi + 2mk \cos \Psi) - \left(\frac{R_1}{1} + n \right) \left(\frac{x}{1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{1} \right)^2 \right]$$

$$F_{2x} = A \int_x^1 \rho \Omega_2^2 (R_2 + k_1 + x) dx + A \int_{(h+1)l}^{k_1} \rho \Omega_2^2 (R_2 + x) dx = A \rho \Omega_2^2 l^2 \left[\frac{R_2}{1} (k-h) + \frac{1}{2} (k^2 - h^2) - \left(\frac{R_2}{1} + h \right) \left(\frac{x}{1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{1} \right)^2 \right]$$

단, x는 요소의 local coordinate이고, $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$ 이다.

상기 식 (4)에서 우변의 첫번째 항은 flexural strain 에너지를, 두번째 항은 shearing force에 의한 strain 에너지를, 세번째 항은 이 요소의 x축 방향(x_{n+1})으로의 원심력에 의한 strain 에너지를 나타낸다.

링크 1, 2의 운동 에너지는 다음과 같다.

$$T_1^* = \frac{1}{2} \int_0^1 \rho A \left(\frac{\partial w_{n+1}}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^1 \rho I \left(\frac{\partial \alpha_{n+1}}{\partial t} \right)^2 dx \quad (5a)$$

$$T_2^* = \frac{1}{2} \int_0^1 \rho A \left(\frac{\partial w_{h+1}}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^1 \rho I \left(\frac{\partial \alpha_{h+1}}{\partial t} \right)^2 dx \quad (5b)$$

우변의 첫번째 항은 병진(translational) 운동 에너지를, 두번째 항은 회전(rotational) 운동 에너지를 나타낸다.

한편 단위 체적당 z방향으로의 원심력에 의해 발생하는 위치 에너지(potential energy)는 다음과 같다.

$$W_1^* = -\frac{1}{2} \int_0^1 F_{1z} w dx \quad (6a)$$

$$W_2^* = -\frac{1}{2} \int_0^1 F_{2z} w dx \quad (6b)$$

여기서,

$$F_{1z} = \rho \Omega_1^2 w \sin^2 \Psi_1$$

$$F_{2z} = \rho \Omega_2^2 w \sin^2 \Psi_2$$

이때 각 링크들의 변수값은 가정 1)에 의해 같다.

2. 유한 요소법을 이용한 동적 방정식의 해석

유연성 매니퓰레이터는 링크의 폭과 길이에 비해 길이가 훨씬 길기 때문(가정 2)에 통상적으로 1차원의 부제로서 간주하여, i번째 요소의 transverse deflection $w_i(x_i)$ 는 cubic shape function으로 정의된다. 또한 균일(uniform)한 bending stiffness에 대한 변위 $w(x)$ 에 관계하는 미분방정식은 다음과 같다[9].

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = 0, \quad 0 < x < l \quad (7)$$

식 (7)에서, $w(x)$ 는 다음과 같은 형태의 generalized coordinate와 관계를 갖게 된다.

$$w(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (8)$$

여기서, $a_i(i=0,1,2,3)$ 는 generalized coordinate이다.

식(3)에 식(2a), (2b) 및 (8)을 대입하면,

$$k'GA\beta = -\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -6EIa_3 \quad (9a)$$

$$-\beta = \frac{6EI}{k'GA} a_3 \quad (9b)$$

따라서 α 는 식 (8)의 x 에 대한 편미분과 식 (9b)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha = \frac{\partial w}{\partial x} - \beta = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \frac{6EI}{k'GA} a_3 \quad (10)$$

식 (8)과 (10)으로부터 그림 4에서와 같이 1번째 요소에서의 w 와 α 의 관계는 다음과 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} x=0 \text{ 에서, } \\ x=1 \text{ 에서, } \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} w_i = 0 \\ \alpha_i = a_1 + \frac{6EI}{k'GA} a_3 \\ w_j = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \\ \alpha_j = a_1 + 2a_2 + \left[3 + \frac{6EI}{k'GA} \right] a_3 \end{array} \right. \quad (11)$$

여기서 w_i, w_j 는 nodal displacement이고, α_i, α_j 는 nodal rotation(or nodal angular displacement)이다.

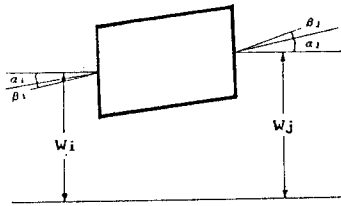


그림 4. Timoshenko beam 모델 ; 요소의 변형 성분

Fig. 4. The deformation component of element ; Timoshenko beam model

결국 w 와 α 는 다음과 같이 나타낸다.

$$w = [N_{w1}, N_{w2}, N_{w3}, N_{w4}] \begin{Bmatrix} w_i \\ \alpha_i \\ w_j \\ \alpha_j \end{Bmatrix} = [N_w] \{\delta\} \quad (12a)$$

$$\alpha = [N_{\alpha 1}, N_{\alpha 2}, N_{\alpha 3}, N_{\alpha 4}] \begin{Bmatrix} w_i \\ \alpha_i \\ w_j \\ \alpha_j \end{Bmatrix} = [N_{\alpha}] \{\delta\} \quad (12b)$$

여기서 $[N_w], [N_{\alpha}]$ 는 shape function으로서, 다음과 같다[5]

$$N_{w1} = \left[1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(1 - \frac{x}{l}\right)\Pi \right] / (1+\Pi)$$

$$N_{w2} = \left[x - 2\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} + \left(x - \frac{x^2}{l}\right)\Pi/2 \right] / (1+\Pi)$$

$$N_{w3} = \left[3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)\Pi \right] / (1+\Pi)$$

$$N_{w4} = \left[-\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} - \left(x - \frac{x^2}{l}\right)\Pi/2 \right] / (1+\Pi) \quad (13a)$$

$$N_{\alpha 1} = 6\left[-\frac{x}{l^2} + \frac{x^2}{l^3}\right] / (1+\Pi)$$

$$N_{\alpha 2} = \left[1 - 4\frac{x}{l} + 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(1 - \frac{x}{l}\right)\Pi \right] / (1+\Pi)$$

$$N_{\alpha 3} = 6\left[-\frac{x}{l^2} - \frac{x^2}{l^3}\right] / (1+\Pi)$$

$$N_{\alpha 4} = \left[-2\frac{x}{l} + 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)\Pi \right] / (1+\Pi) \quad (13b)$$

여기서,

$$\Pi = 12EI / (k'GA l^2)$$

요소내의 curvature κ 와 shear strain β 는 다음과 같다.

$$\kappa = \frac{\partial \theta}{\partial x} = [B_b] \{\delta\} \quad (14)$$

$$\beta = \frac{\partial w}{\partial x} - \alpha = [B_w] \{\delta\} \quad (15)$$

여기서,

$$[B_b] = \frac{\partial}{\partial x} [N_{\alpha}]$$

$$[B_w] = \frac{\partial}{\partial x} [N_w] - [N_{\alpha}] = [B_w] - [N_{\alpha}]$$

이제, 식(13)-(15)를 이용하여 앞 절에서 주어진 에너지 들을 요소 변위 벡터 $\{\delta\}$ 의 항으로 유도한다.

$$U^* = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K_b] \{\delta\} + \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K_w] \{\delta\} + \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K_c] \{\delta\}$$

$$T^* = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [M_t] \{\delta\} + \frac{1}{2} \{\delta\}^T [M_r] \{\delta\}$$

$$W^* = -\frac{1}{2} \{\delta\}^T \Omega^2 \sin^2 \psi_1 [M_i] \{\delta\} \quad (16)$$

이상의 요소에 대한 에너지 항들을 전체 링크에 적용하여 Lagrangian 방정식을 이용하면 다음과 같은 하나의 동적 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$[M_r] \{\ddot{\delta}\} + [K_r] \{\delta\} = \{0\} \quad (17)$$

$$[M_r] = \sum_{i=1}^n [M_c]_i + [M_r]_i$$

$$[K_r] = \sum_{i=1}^n [K_b]_i + [K_s]_i + [K_c]_i$$

이때 n 은 전체 요소의 갯수이다.

이상을 구동기 1, 2에서 공급된 토크 τ_1, τ_2 에 의해 Ψ_1, Ψ_2 만큼 회전한 상태의 동적 방정식으로 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_r & M_{rf} \\ M_{rf}^T & M_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\Psi} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서,

$$\Psi = [\Psi_1, \Psi_2]^T$$

$$\delta = [w_{10}, \alpha_{10}, w_{11}, \alpha_{11}, \dots, w_{1n}, \alpha_{1n}, w_{20}, \alpha_{20}, w_{21}, \alpha_{21}, \dots, w_{2n}, \alpha_{2n}]^T$$

여기서 $M_r(2 \times 2)$ 은 강체 매니퓰레이터의 질량행렬(mass matrix)이고, $M_r(4n \times 4n)$ 은 유연성 매니퓰레이터의 질량행렬이며, 또 $M_{rf}(2 \times 4n)$ 은 강체-유연성 상관(coupling) 질량행렬이다. 또한 $K_r(4n \times 4n)$ 은 유연성 매니퓰레이터의 강성행렬(stiffness matrix)이다.

III. MRAC-Hyperstability Design

III.1 기준 모델의 설계

기준 모델은 매니퓰레이터가 원하는 동작을 하도록 설계한다. 즉 선형 시 불변의 2계 미분 방정식으로 모델을 선택함으로써 상승시간(rising time), 퍼센트 오버슈트(percent overshoot) 등의 수행특성이 최소의 파라미터(즉 자연주파수 ω_n 과 감쇠비 ξ)들로 표시될 수 있도록 한다.

매니퓰레이터의 각각의 자유도에 대한 선형 2계 미분 방정식은 다음과 같이 표현된다[10].

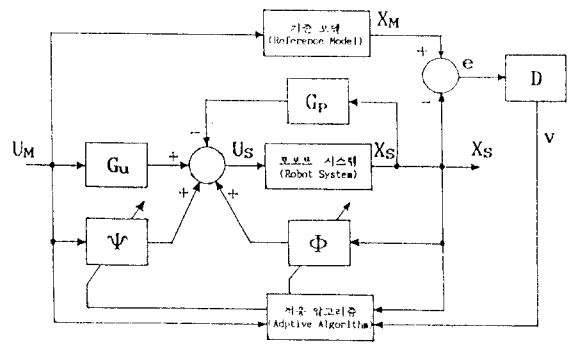
$$\ddot{x}_i + 2\xi_i \omega_{ni} \dot{x}_i = \omega_{ni}^2 r_i(t), \quad i=1,2 \quad (19)$$

따라서 기준 모델 방정식(reference model eq.)은 다음과 같은 상태방정식으로 유도된다.

$$\dot{X}_m = A_m X_m + B_m U_m \quad ; \quad X_m \in \mathbb{R}^{2k}, \quad U_m \in \mathbb{R}^k \quad (20)$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & I^k \\ -\Lambda_1 & -\Lambda_2 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ \Lambda_1 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_1 = \text{diag}(\omega_{ni}^2), \quad \Lambda_2 = \text{diag}(2\xi_i \omega_{ni})$$



III.2 적응규칙(adaptation law)과 적응제어 알고리즘

유연성 매니퓰레이터의 시변 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{X}_s = A_s(x_s, t)X_s + B_s(x_s, t)U_s \quad (21)$$

여기에서,

$$X_s = [\Psi, \delta, \dot{\Psi}, \dot{\delta}] \quad U_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}$$

여기서 X_s, U_s, A_s, B_s 는 각각 $2N \times 1, N \times 1, 2N \times 2N, 2N \times N$ 의 차수를 갖는다. 단 $N=4n+2$ 이고 n 은 요소의 갯수이다.

위에서 $A_s(x_s, t)$ 와 $B_s(x_s, t)$ 의 변화(variation)는 적응(adaptation)의 속도보다는 더 늦어야 한다.

선형 보상기 D와 일반화된 상태 오차 $e (= X_m - X_s)$ 로서 $v (= D \cdot e)$ 를 정의하고 이 매니퓰레이터의 입력을 다음과 같이 정의한다.

$$U_s = \Phi(v, X_s, t)X_s - G_p X_s + \Psi(v, U_m, t)U_m + G_u U_m \quad (22)$$

여기서 Φ 와 Ψ 는 적응 메카니즘으로부터 발생하는 가변 이득행렬이고, G_p, G_u 는 각각 feedback, feedforward 고정 이득이다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{X}_m - \dot{X}_s = A_m X_m + B_m U_m - A_s(x_s, t)X_s - B_s(x_s, t)U_s + A_m X_s - A_m X_s \\ &= A_m e + (\bar{B}_s(x_s, t)[B_s(A_m - A_s) - \Phi + G_p]X_s \\ &\quad + \bar{B}_s(x_s, t)[B_s B_m - \Psi - G_u]U_m) \end{aligned} \quad (23)$$

즉 MRAC시스템은 다음과 같은 상태오차의 항으로 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{e} = A_m e + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} w_1 \\ v = D \cdot e \\ w_1 = -w = -\bar{B}_m(x_m, t)[B_m(A_m - A_m) - \Phi + G_p]x_m \\ \quad + \bar{B}_m(x_m, t)[B_m^+ B_m - \Psi - G_u]U_m \end{cases} \quad (24)$$

여기서 $t \rightarrow \infty$ 일때 $e(t) \rightarrow 0$ 가 되는 Erzberger의 "완전 모델 추적 조건"이 만족되고, 등가의 feedback block이 Popov 적분부등식을 만족하는 선형보상기 D와, 적응이득행렬 Φ 와 Ψ 가 다음과 같이 선택된다면, 이는 거시적으로 볼 때 점근적으로 안정을 이룬다.

$$\eta(0, t_1) \approx \int_0^{t_1} v^T w dt \geq -\gamma^2, \text{ for all } t_1 \geq 0 \quad (25)$$

여기에서 γ^2 은 임의의 positive finite constant이다.

식 (25)을 만족하는 변수들은 다음과 같이 결정한다[10].

$$D = (0 : I) P$$

$$A_m^T P + P A_m = -H$$

$$\Phi = q \frac{v}{\|v\|} (\text{sgn } X_m)^T$$

$$\Psi = p \frac{v}{\|v\|} (\text{sgn } U_m)^T$$

$$q \geq \frac{[\lambda_{\max}(RR^T)]^{1/2}}{\lambda_{\min}(B_m)}$$

$$p \geq \frac{[\lambda_{\max}(SS^T)]^{1/2}}{\lambda_{\min}(B_m)}$$

$$R = \bar{B}_m B_m (A_m - A_m) + B_m G_p$$

$$S = \bar{B}_m B_m B_m - \bar{B}_m G_u$$

여기에서 P는 Lyapunov 방정식의 "양의 정의 행렬 해 (positive definite matrix solution)"이고, 여기서 행렬 H, G_p , G_u 와 scalar p, q는 설계자에 의해 선택된다.

IV. 결 론

최근까지의 유연성 매니플레이터에 대한 연구 결과들은 그 구조적 특성에 따른 동적 특성의 복잡성으로 인해 효율적인 제어 방식이 제안되지 못했다.

이에 본 연구에서는 구조적인 면에서도 보다 빠른 속도에서의 적응이 가능한 Timoshenko-beam 모델을 이용하였고, 컴퓨터 시뮬레이션의 편리를 위해 동적 방정식은 유한 요소법에 의해 유도하였다. 또한 링크 말단의 위치 오차를 최소화 할 수 있는 Hyperstability MRAC 적응 제어 기법을 응용하였으므로 기존의 연구 방식들에 비해 더욱 효과적이고 강건한 방식이라 할 수 있다. 이의 효율성은 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 입증 될 것이다.

참고 문헌

- [1] Cannon, R.H. and Schmitz, E., "Initial Experiments on the End-point Control of a Flexible One-Link Robot", International Journal of Robotics Research, Vol.3, NO.3, PP. 62-75, Fall 1984.
- [2] Chia-Hsiang Meng and Jian-shiang Chen, "Dynamic Modeling and Payload Adaptive Control of a Flexible Manipulator", in Proc. of 1988 IEEE International conference on Robotics and Automation, Vol. 1, PP.488-493, 1988.
- [3] Bruno Siciliano, Bau-Sau Yuan and W.J.Book, "Model Reference Adaptive Control of a One Link Flexible Arm" in Proc. of 25th Conference on Design and Control, PP. 91-95, December 1986.
- [4] Eric Schmitz, "Dynamics and Control of a Planar Manipulator with Elastic Links", Proceedings of 25th Conference on Decision and Control, PP. 1135-1139, December 1986.
- [5] T.Yokoyama, "Free Vibration Characteristics of Rotating Timoshenko Beams", Int. J. Mech. Sci. Vol.30, NO.10, PP. 743-755, 1988.
- [6] Bayo, E., "Computed Torque for the position control of open-chain flexible robots", Proceedings of 1988 IEEE International conference on Robotics and Automation, Vol. 1, PP.316-321, 1988.
- [7] Sabri Cetinkunt and W.J.Book, "Performance Limitations of Joint Variable Feedback Controllers Due to Manipulator Structural Flexibility", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol.6, NO.2, PP. 219-231, April 1990.
- [8] Meirovitch, L., "Analytical Method in Vibrations", The McMillan Co., N.Y., 1967.
- [9] Meirovitch, L., "Elements of Vibration Analysis", McGraw-Hill Co., N.Y., 1986.
- [10] T.C.Hsia, "Adaptive Control of Robot Manipulators-A Review" in Proc. IEEE Robotics Automation. Conf. (San Francisco, CA), PP. 183-189, 1986.