'90 韓國自動制御學術會議論文集 1990. 10.26~27

시변 장애물 회피 동작 계획을 위한 수학적 접근 방법

A Mathematical Approach to Motion Planning for Time-Varying Obstacle Avoidance

고 낙 용, 이 범 희, 고 명 삼.
서울 대학교 제어계측공학과 로보틱스및 지능 시스템 연구실.

Ko, Nak Yong Lee, Bum Hee Ko, Myoung Sam
Robotics & Intelligent Systems Lab.
Dept. of Control & Instrumentation Eng. Seoul National University

Abstract

A robot manipulator and an obstacle are described mathematically in joint space, with the mathematical representation for the collision between the robot manipulator and the obstacle. Using these descriptions, the robot motion planning problem is formulated which can be used to avoide a time varying obstacle. To solve the problem, the constraints on motion planning are discretized in joint space. An analytical method is proposed for planning the motion in joint space from a given starting point to the goal point . It is found that solving the inverse kinematics problem is not necessary to get the control input to the joint motion controller for collision avoidance.

1. 서론

로보트 매니퓰레이터는 주위의 로보트나 작업물등의 장애물과 충돌을 피해야한다. 그래서 두 대 이상의 고정 로보트가 공동 작업 공간을 가지며 작업할 때의 동작 조정에 관한 연구[1,2]와 한 대의 고정 로보트가 주변의 장애물을 피하기 위한 연구[3,4,5,6,7,8], 그리고 이동 로보트의 장애물 회피 동작 계획에 관한 연구[4,9]들이 이루어져왔다. 고정 로보트의 장애물 회피 동작 계획 문제는 장애물의 상태에 따라 고정 장애물을 피하는 경우[3,7]와 시변(Time Varying) 장애물을 피하는 경우[4,5,6]로 구분할 수 있으며, 로보트 몸체 전체와의 충돌을 고려하는 경우와 단지 로보트의 손(Hand, End Effector)만의 충돌을 고려하는 경우로 구분할 수도 있다.

장애물을 회피하기 위해서 On-line 으로 동작 계획을 하는 경우[4,7]와 Off-line 으로 동작 계획을 하는 경우[1,2,3,5]가 있는데, 시변 장애물 회피 동작 계획에 있어서는 현재까지 두 가지 경우 모두 충돌 회피가 보장되는 동작 계획 방법이 제시되어있지 않다.

[6]에서는 정해진 카테시안 공간상의 직선 경로를 따라 로보트의 손이 움직일 때 동작 계획 상의 제한 조건을 밝혔다. 그리고 [3]에서는 장애물을 회피하기 위해서, 형상 공간(Configuration Space)장애물을 구하여 형상 공간 상의 자유 공간(Free Space)을 따라 로보트가 움직이게하였다.

본 논문에서는 관절 좌표계상 에서 제한 조건들을 만족시키면서 시변 장애물을 회피하는 로보트 매니퓰레이터의 동작 계획을 위한 수학적인 접근 방법을 제시한다. 이를 위해서, 제한 조건들을 관절 좌표계(Joint Space)상에서 수학적으로 구하고, 관절 좌표계 장애물을 구하여 관절 좌표계상에서 이를 피하도록 한다. 이 방법은 경로를 미리 정하지 않고, 시변하는 장애물을 고려하여 경로를 적절히 수정하는 특징을 가진다. 2 장에서는 수학적으로 문제를 구성하고, 3 장에서는 제한 조건들을 관절 좌표계상에서 구하고, 4 장에서는 관절 좌표계 장애물을 구하여 충돌 제한 조건을 구하고, 5 장에서는 동작 계획 방법을 제시한다.

2. 문제 구성

2.1 표기법및 정의

(1) 표기법

N : 매니퓰레이터의 자유도.

$q_i(t)$: 시각 t 에서의 i 번째 일반화 관절 변수 값.

$q(t) = (q_1(t), q_2(t), \ldots, q_N(t))$

$q_{i,min}$: i 번째 일반화 관절 변수의 하한 값.

$q_{i,max}$: i 번째 일반화 관절 변수의 상한 값.

$\tau_i(t)$: 시각 t 에서 i 번째 관절의 토오크 값 .

$\tau(t) = (\tau_1(t), \tau_2(t), \ldots, \tau_N(t))$

$\tau_{min}(t)$: 시각 t 에서 각 관절이 발생시킬 수 있는 토오크 $\tau(t)$의 하한 값.

$\tau_{max}(t)$: 시각 t 에서 각 관절이 발생시킬 수 있는 토오크 $\tau(t)$의 상한 값.

$({}^ix, {}^iy, {}^iz)$: i 번째 링크 좌표계상에서 표현된 한 점.

(x, y, z) : 기초 좌표계상에서 표현된 한 점.

T : 로보트 매니퓰레이터가 장애물과 부딪히지 않고 정해진 시작점에서 목표점까지 동작하는데 소요되는 시간.

I : 정수의 집합.

$KIN(q_1, q_2, \ldots, q_N) = {}^0A_1(q_1) \cdot {}^1A_2(q_2) \cdot \ldots \cdot {}^{N-1}A_N(q_N)$

(2) 정의

<정의 1> 시각 t 에서 관절좌표계에서의 매니퓰레이터 형상 : ${}^JM(t)$

$${}^JM(t) = (\ q_1(t), q_2(t), \ldots, q_N(t)\ )$$

<정의 2> 관절좌표계에서의 매니퓰레이터 작업 공간 : ${}^JWS$

$${}^JWS = \{\ (\ q_1(t), q_2(t), \ldots, q_N(t)\ )\ |\ q_{i,min} \le q_i \le q_{i,max}\ ,\ i = 1, 2, \ \ , N\ \}$$

<정의 3> i 번째 링크에 의해서 직각 좌표계에서 형성되는 매니퓰레이터의 작업 공간 : ${}^CWSL_i$

$${}^CWSL_i = \{\ (x, y, z)\ |\ (x, y, z, 1)^T = KIN(q_1, q_2, \ldots, q_N) \cdot ({}^ix_l, {}^iy_l, {}^iz_l, 1)^T \cdot \text{ for all } q_{j,min} \le q_j \le q_{j,max}\ ,\ j = 1, 2, \ldots, i \text{ for all } ({}^ix_l, {}^iy_l, {}^iz_l) \in \text{the i-th link}\ \} \tag{1}$$

<정의 4> 직각 좌표계에서 매니퓰레이터 몸체의 작업 공간 : ${}^CWS_b$

$${}^CWS_b = \bigcup_{i=1}^{N} {}^CWSL_i \tag{2}$$

${}^JM(t)$와 ${}^JWS$ 로 매니퓰레이터의 형상과 작업 공간을 표현하면, 카테시안 공간에서의 매니퓰레이터 몸체 전체의 형상이 관절 좌표계 상에서는 한 점으로 표시 되므로, 직각 좌표계상에서 매니퓰레이터의 형상과 작업공간을 표현하는 것보다, 매니퓰레이터 몸체 전체와 장애물과의 충돌을 고려하기에 편리하다.

<정의 5> 시각 t 에서 직교 좌표계 상의 장애물 : ${}^COS(t)$

$${}^COS(t) = \{\ (x, y, z)\ |\ (x, y, z) \in \text{Obstacle}, (x, y, z) \in R^3\}$$

<정의 6> 시변 장애물 :

$${}^COS(t_1) \ne {}^COS(t_2) \text{ for some } t_1 \ne t_2,\ t_1, t_1 \in T$$

일 경우, ${}^COS(t)$는 시변 장애물이다.

<정의 7> 시각 t 에서 관절좌표계 상의 매니퓰레이터 손에 대한 장애물 : ${}^JOS_e(t)$

$${}^JOS_e(t) = \{\ (\ q_1(t), q_2(t), \ldots, q_N(t)\ )\ |\ KIN(q_1(t), q_2(t), \ldots, q_N(t)\ ) \cdot ({}^Nx_e, {}^Ny_e, {}^Nz_e, 1)^T = (x_{os}, y_{os}, z_{os}, 1)^T, \text{for all } (x_{os}, y_{os}, z_{os}) \in {}^COS(t)\ \} \tag{3}$$

여기에서 $({}^Nx_e, {}^Ny_e, {}^Nz_e)$: 매니퓰레이터 손의 좌표

<정의 8> 시각 t 에서 i 번째 링크에 대한 관절좌표계 상의 장애물 : ${}^JOS_i(t)$

$${}^JOS_i(t) = \{\ (\ q_1, q_2, \ldots, q_N\ )\ |\ KIN(q_1, q_2, \ldots, q_N) \cdot ({}^ix_l, {}^iy_l, {}^iz_l, 1)^T = (x_{os}, y_{os}, z_{os}, 1)^T, \text{ for all } (x_{os}, y_{os}, z_{os}) \in {}^COS(t), \text{ for all } ({}^ix_l, {}^iy_l, {}^iz_l) \in \text{the i-th link}\ \} \tag{4}$$

<정의 9> 시각 t 에서 관절좌표계 상의 매니퓰레이터 몸체에 대한 장애물 : ${}^JOS_b(t)$

$${}^JOS_b(t) = \bigcup_{i=1}^{N} {}^JOS_i(t) \tag{5}$$

<정의 10> 관절 좌표계 상에서의 충돌:

$${}^JM(t) \in {}^JOS_b(t),\ t \in T$$

인 경우, 관절 좌표계 상에서 시각 t 에서 로보트 매니퓰레이터와 장애물간에 충돌이 일어났다고 정의한다.

2.2 문제 구성을 위한 개념들

매니퓰레이터가 장애물과 충돌하지않고 정해진 작업을 수행하는 동작 계획을 하기위해서 작업 공간, 장애물, 매니퓰레이터와 장애물의 충돌, 그리고 동작 계획상의 제한 조건들을 수학적으로 표현한다.

매니퓰레이터의 동작은 각 관절의 동작을 부드럽게 유지하기 위한 평활 제한조건, 관절의 토오크를 허용범위 내로 제한하기 위한 토오크 제한 조건, 그리고 장애물과의 충돌을 방지하기 위한 충돌 제한 조건에 의해서 제한된다.

평활 제한 조건은

$${}^JM(t) \in {}^JCN_S(t), \quad \text{for all } t \in T$$

이고, 여기에서

$${}^JCN_S(t) = \{\ (q_1(t), q_2(t), \ldots, q_N(t))\ \ |\ |\dot{q}_i(t)| \le VB_i,\ |q_i^{(2)}(t)| \le AB_i,\ |q_i^{(3)}(t)| \le JB_i,\ i = 1, 2, \ldots, N\ \}$$

이며, VB_i, AB_i 그리고 JB_i 는 각각 i 번째 관절의 각 속도, 각 가속도, 그리고 저크(Jerk)의 한계값이다.

토오크 제한 조건은

$${}^JM(t) \in {}^JCN_T(t) \quad \text{for all } t \in T$$

이고, 여기에서

$${}^JCN_T(t) = \{\ (q_1(t), q_2(t), \ldots, q_N(t))\ \ |\ \tau_{min}(t) \le \tau(t) \le \tau_{max}(t)\ \ \}$$

으로 나타나고, $\tau(t) = (\tau_1(t), \tau_2(t), \ldots, \tau_N(t))$

$$= D(q(t))\ q^{(2)}(t) + h\ (q(t), \dot{q}(t)\ ) + c\ (q(t))$$

이고, $\tau_{min}(t)$, $\tau_{max}(t)$는 각각 시각 t 에서 각 관절이 발생시킬 수 있는 토오크 $\tau(t)$의 하한값, 상한값이다.

충돌 제한 조건은

$${}^JM(t) \in {}^JCN_C(t) \quad \text{for all } t \in T$$

이고, 여기에서

$${}^JCN_C(t) = \{\ (q_1(t), q_2(t), \ldots, q_N(t))\ \ |\ q(t) \in {}^JWS,\ q(t) \notin {}^JOS_b(t)\ \} = {}^JWS - {}^JOS_b(t)$$

이다.

2.3 문제 정의

전술한 기호와 정의들을 사용하여 본 논문에서 구성한 문제를 표현한다.

문제 : ${}^JOS_b(t_1) \ne {}^JOS_b(t_2)$, for some $t_1, t_2 \in T$, $t_1 \ne t_2$, 인 상황에서 ${}^JM(t) \in {}^JCN_S(t)$, ${}^JM(t) \in {}^JCN_T(t)$, ${}^JM(t) \in {}^JCN_C(t)$, for all $t \in T$ 가되도록 ${}^JM(t)$ 를 계획한다.

3. 매니퓰레이터(Manipulator) 제한 조건

매니퓰레이터 제한 조건 에는 평활 제한 조건, 토오크 제한 조건이있다. 관절 좌표계에서 동작 계획을 하기 위해서

각 제한 조건들을 관절 좌표계에서의 조건으로 변환한다. 그리고 각 샘플링(Sampling) 시각에서의 제한 조건을 알기 위해서 제한 조건들을 시간에 대해서 이산화한다. 이를 위하여 시간 t 를

$t = t(k) = k \cdot Ts, \quad M \cdot Ts = T$

로 이산화하고, 편의상 t(k) 대신 k 를 사용한다. 그리고 연속 시간에서의 미분을 식(6)에서와 같이 이산 시간에서는 전방 오일러 식(Forward Euler Difference)으로 근사함으로서, $q_i(k)$에 대한 허용 최대값과 최소값의 형태로 구한다.

$$\dot{q}_i(k) = \{ q_i(k+1) - q_i(k) \} / T_s \qquad (6)$$

3.1 평활 제한 조건

평활 제한 조건을 만족시키기 위해서는

$$|\dot{q}_i(t)| \leq VB_i \qquad (7)$$

$$|q_i^{(2)}(t)| \leq AB_i \qquad (8)$$

$$|q_i^{(3)}(t)| \leq JB_i \qquad (9)$$

이어야한다. (6) 에서

$$q_i^{(3)}(k-1) = \{ q_i^{(2)}(k) - q_i^{(2)}(k-1) \} / Ts \qquad (10)$$

이고, (9),(10) 로부터

$$q_i^{(2)}(k-1) - T_s \cdot JB_i \leq q_i^{(2)}(k) \leq q_i^{(2)}(k-1) + T_s \cdot JB_i \qquad (11)$$

이 된다. 그러므로 (8),(11)에서

$$q_{i,min}^{(2)}(k) \leq q_i^{(2)}(k) \leq q_{i,max}^{(2)}(k) \qquad (12)$$

이고, 여기에서

$$q_{i,min}^{(2)}(k) = \mathrm{Max}\{ -AB_i,\ q_i^{(2)}(k-1) - T_s \cdot JB_i \} \qquad (13)$$

$$q_{i,max}^{(2)}(k) = \mathrm{Min}\{ AB_i,\ q_i^{(2)}(k-1) + T_s \cdot JB_i \} \qquad (14)$$

이다. 그리고 (6) 에서 유도되는

$$q_i^{(2)}(k-1) = \{ \dot{q}_i(k) - \dot{q}_i(k-1) \} / T_s \qquad (15)$$

과 식 (8),(7)으로부터 다음 식 (16)을 얻는다.

$$\dot{q}_{i,min}(k) \leq \dot{q}_i(k) \leq \dot{q}_{i,max}(k) \qquad (16)$$

여기에서

$$\dot{q}_{i,min}(k) = \mathrm{Max}\{ -VB_i,\ \dot{q}_i(k-1) + T_s \cdot q_{i,min}^{(2)}(k-1) \} \qquad (17)$$

$$\dot{q}_{i,max}(k) = \mathrm{Min}\{ VB_i,\ \dot{q}_i(k-1) + T_s \cdot q_{i,max}^{(2)}(k-1) \} \qquad (18)$$

이다. 그리고 식(6),(16)에서 $q_i(k)$의 허용 최대, 최소값에 관해서

$$q_{i,min}(k) \leq q_i(k) \leq q_{i,max}(k) \qquad (19)$$

여기에서

$$q_{i,min}(k) = q_i(k-1) + T_s \cdot \dot{q}_{i,min}(k-1) \qquad (20)$$

$$q_{i,max}(k) = q_i(k-1) + T_s \cdot \dot{q}_{i,max}(k-1) \qquad (21)$$

를 얻는다. 식(13),(14),(17),(18)에서 $q_{i,min}$과 $q_{i,max}$는 $VB_i, AB_i, JB_i, q_i(k-1), q_i(k-2), q_i(k-3)$의 함수임을 알 수있다.

결과적으로 평활 제한 조건은

$$^JM(k) \in {}^JCN_S(k), \quad k=1,2,\ldots,M \qquad (22)$$

여기에서 $^JCN_S(k)$는

$$^JCN_S(k) = \{ (q_1, q_2, \ldots, q_N) \mid q_{i,min}(k) \leq q_i(k) \leq q_{i,max}(k),\ i=1,2,\ldots,N \} \qquad (23)$$

이고 $q_{i,min}(k)$는 식(20),(17),(13)에서 구해지고, $q_{i,max}(k)$는 식(21),(18),(14)에서 구해진다.

3.2 토오크 제한 조건

토오크 제한 조건을 만족시키기 위해서

$$\tau_{min}(t) \leq \tau(t) \leq \tau_{max}(t) \qquad (24)$$

이어야하고, 토오크 τ는 라그랑제-오일러(Legrange-Euler) 방정식에 의해서

$$\begin{aligned} \tau(t) &= (\tau_1(t), \tau_2(t), \ldots, \tau_N(t)) \\ &= D(q(t))\, q^{(2)}(k) + h(q(t), \dot{q}(t)) + c(q(t)) \end{aligned} \qquad (25)$$

이다. 식 (25)의 q(t)에 식 (6)을 대입하고 q(t)에

$$\begin{aligned} q^{(2)}(k) &= \{ \dot{q}(k+1) - \dot{q}(k) \} / T_s \\ &= \{ (q(k+2) - q(k+1)) / T_s - (q(k+1) - q(k)) / T_s \} / T_s \\ &= \{ q(k+2) - 2\, q(k+1) + q(k) \} / T_s^2 \end{aligned} \qquad (26)$$

을 대입하면

$$\begin{aligned} \tau(k) &= (\tau_1(k), \tau_2(k), \ldots, \tau_N(k)) \\ &= D(q(k)) \cdot q^{(2)}(k) + h(q(k), \dot{q}(k)) + c(q(k)) \\ &= D(q(k)) \cdot \{ q(k+2) - 2\, q(k+1) + q(k) \} / T_s^2 \\ &\quad + h(q(k), \{ q(k+1) - q(k) \} / T_s) + c(q(k)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ \tau(k-2) &= D(q(k-2)) \cdot \{ q(k) - 2\, q(k-1) + q(k-2) \} / T_s \\ &\quad + h(q(k-2), \{ q(k-2) - q(k-1) \} / T_s) + c(q(k)) \end{aligned} \qquad (27)$$

이고,

$$\tau_{min}(k-2) \leq \tau(k-2) \leq \tau_{max}(k-2) \qquad (28)$$

이므로, 식(27)를 식(28)에 대입하고 q(k) 에 관해서 정리하면

$$q_{min}(k) \leq q(k) \leq q_{max}(k) \qquad (29)$$

여기에서,

$$\begin{aligned} q_{min}(k) &= Ts^2 \cdot D^{-1}(q(k-2)) \cdot [\ \tau_{min}(k-2) + h\{ q(k-2), \\ &\quad (q(k-1) - q(k-2)) / Ts \} - c(q(k-2))] \\ &\quad + 2\, q(k-1) - q(k-2) \end{aligned} \qquad (30)$$

$$\begin{aligned} q_{max}(k) &= Ts^2 \cdot D^{-1}(q(k-2)) \cdot [\ \tau_{max}(k-2) + h\{ q(k-2), \\ &\quad (q(k-1) - q(k-2)) / Ts \} - c(q(k-2))] \\ &\quad + 2\, q(k-1) - q(k-2) \end{aligned} \qquad (31)$$

가 된다. 식(30),(31)에서 $q_{min}(k)$는 $\tau_{min}(k-2)$, $q(k-2)$, 그리고 $q(k-1)$의 함수이고, $q_{max}(k)$는 $\tau_{max}(k-2)$, $q(k-2)$, 그리고 $q(k-1)$의 함수임을 알 수 있다. 그리고 경우에 따라서 식(29),(30),(31)을 만족하는 q(k)가 존재하지 않을 수가 있다.

결과적으로 토오크 제한 조건은

$$^JM(t) \in {}^JCN_T(k), \quad k = 1,2,\ldots,M$$

이고, 여기에서

$$ {}^{J}CN_{T}(k) = \{ (q_1(k), q_2(k), \ldots, q_N(k)) \mid q_{min}(k) \leq q(k) \leq q_{max}(k) \} \quad (32) $$

이며, $q_{min}(k), q_{max}(k)$는 각각 식(30),(31)과 같다.

4. 충돌 제한 조건

충돌 제한 조건은

$$ {}^{J}M(k) \in {}^{J}CN_{C}(k) \quad k = 1, 2, \ldots, M $$

이고 여기에서

$$ {}^{J}CN_{C}(k) = \{ (q_1(k), q_2(k), \ldots, q_N(k)) \mid q(k) \in {}^{J}WS,\ q(k) \in {}^{J}OS_b(k) \} $$
$$ = {}^{J}WS - {}^{J}OS_b(k) \quad (33) $$

이다. 따라서 ${}^{J}OS_b(k)$를 구하면 ${}^{J}CN_C(k)$를 구할 수 있다. ${}^{J}OS_b(k)$를 구하기 위해서 ${}^{C}WS_b$를 적절히 분할하고, 순환적인 계산방법을 사용한다.

4.1 ${}^{C}WS_b$의 분할

${}^{J}OS_b(k)$ 는 식(4),(5)와 같이 구해진다. 그러나 식(5)에서 $i = 1, 2, \ldots, N$ 모두에 대해서 합집합을 구하지않고, 1 ~N 중 필요한 부분들에 대하여 합집합을 구한다. 1~N 중 필요한 것들을 구하기 위해서, ${}^{C}WS_b$ 를 ${}^{C}WSL_i (i=1 \sim N)$ 들로 구성할 수 있는, 모든 서로 분리된(disjoint) 집합으로 분할한다.

$h_i \in I, h_i \in [1,N], h_i < h_j$ if $i<j$ 인 $(h_1, h_2, \ldots, h_n)$ 에 대하여 ${}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n)$을 다음과 같이 정의한다.

$$ {}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n) = \left[\bigcap_{i=1}^{n} {}^{C}WSL_{h_i} \right] - \left[\bigcup_{j=n+1}^{N} {}^{C}WSL_{h_j} \right] \quad (34) $$

여기에서 h_j ($j = n+1 \sim N$) 는 집합 $\{ 1, 2, \ldots, N \} - \{ h_1, h_2, \ldots, h_n \}$ 의 원소들이다. ${}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n)$는 물리적으로 h_1번째 링크, h_2번째 링크, ..., h_n번째 링크들만이 지나갈 수 있는 직교 좌표 공간 상의 영역이다. 그리고 A 를

$$ A = \{ (h_1, h_2, \ldots, h_n) \mid h_i \in [1,N],\ h_i \in I,\ h_i < h_j \text{ if } i<j,\ i,j = 1,2,\ldots,n,\ n = 1,2,\ldots,N, \} \quad (35) $$

이라 정의한다. 그러면 모든 ${}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n)$ 들은 서로 분리되어있고,

$$ {}^{C}WS_b = \bigcup_{(h_1, h_2, \ldots, h_n) \in A} {}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n) \quad (36) $$

가 된다. 즉, ${}^{C}WS_b$ 는 서로 분리된 ${}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n)$, $(h_1, h_2, \ldots, h_n) \in A$ 들로 분리된다.

${}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n)$는 물리적으로 h_1번째 링크, h_2번째 링크, ..., h_n번째 링크들만이 지나갈 수 있는 직교 좌표 공간 상의 영역이므로, ${}^{C}OS(k) \in {}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n)$ 이면 ${}^{C}OS(k)$가 h_1번째 링크, h_2번째 링크, ..., h_n번째 링크들과의 충돌 가능성이있다. 그러므로 식(5)에서 $i = 1, 2, \ldots, N$ 모두에 대해서 합집합을 구하지 않고, $i = h_1, h_2, \ldots, h_n$ 에 대하여 합집합을 구하면 된다. 즉,

$$ {}^{C}OS(k) \in {}^{C}WS(h_1, h_2, \ldots, h_n) \quad (37) $$

이면

$$ {}^{J}OS_b(k) = \bigcup_{i=1}^{n} {}^{J}OS_{h_i}(k) \quad (38) $$

이다. 만일 ${}^{C}OS(k)$가 분할된 작업 공간 상의 여러 영역에 동시에 속해있을 경우에, ${}^{C}OS(k)$를 각 영역들의 경계에서 분리하여 각각의 분리된 장애물에 대해 식 (37),(38)을 적용한다. 결과적으로 ${}^{J}OS_{h_i}(k)$ 를 구하면 ${}^{J}OS(k)$를 구할 수 있다. ${}^{J}OS_{h_i}(k)$를 구하기 위해서 다음과 같이 순환적인 계산 방법을 사용한다.

4.2. ${}^{J}OS_{h_i}(k)$ 의 순환적 계산 방법

${}^{J}OS_{h_i}(k)$는 식(4)에서 역 기구학식의 해를 풀어서 구할 수 있으나, 계산량이 많고 복잡하여 비효율적이다. 이러한 단점을 제거하기 위해서 순환적 계산 방법을 사용한다.

m = 1 부터 다음 과정 "충돌각(m)"을 수행한다.

"충돌각(m)"

단계 1) ${}^{C}OS(k)$와 h_i 번째 링크가 충돌 가능한 q_m의 "충돌 가능 영역"을 구한다.

단계 2) 만일 $m = h_i$ 이면 과정을 마친다 : 그렇지 않으면 q_m의 충돌 가능 영역내에서 정해진 간격으로 q_m값을 추출(Sampling)한다. 그리고 추출된 q_m값에 대하여 "충돌각(m+1)"을 수행한다.

${}^{C}WSL_{m,n}$을 다음과 같이 정의하여 "충돌각(m)"에서 단계 1) 의 q_m의 충돌 가능 영역을 구하는데 이용한다.

$$ {}^{C}WSL_{m,n}(q_1, q_2, \ldots, q_m) = \bigcup_{i=m+1}^{n} \{ (x,y,z) \mid (x,y,z,1)^T = KIN(q_1, q_2, \ldots, q_m, q_{m+1}, q_{m+2}, \ldots, q_i) \cdot ({}^{i}x_1, {}^{i}y_1, {}^{i}z_1, 1)^T, $$
$$ q_{j,min} \leq q_j \leq q_{j,max} \text{ when } j = m+1, m+2, \ldots i $$
$$ \text{for all } ({}^{i}x_1, {}^{i}y_1, {}^{i}z_1) \in \text{the i-th link} \} \quad (39) $$

${}^{C}WSL_{m,n}(q_1, q_2, \ldots, q_m)$은 물리적으로 1 번째, 2 번째, ..., m 번째 관절 변수값들이 각각 $q_1, q_2, \ldots q_m$ 일때, m번째 링크부터 n 번째 링크들에 의해 형성되는 동작 공간이다. ${}^{C}WSL_{m,n}(q_1, q_2, \ldots, q_m)$은 식 (39)에서의 기구학 식을 풀지 않고, 기하학적인 방법을 사용하여 구할 수 있다.

${}^{C}WS_{m,n}(q_1, q_2, \ldots, q_m)$을 위와 같이 정의했을 때, ${}^{C}OS(k)$와 h_i 번째 링크가 충돌 가능한 q_m의 "충돌 가능 영역"은 다음 충돌 가능 조건을 만족하는 q_m 의 영역이다.

<충돌 가능 조건>

$$ {}^{C}OS(k) \cap {}^{C}WSL_{m,h_i}(q_1, q_2, \ldots, q_m) \neq \phi \quad (40) $$

여기에서, $q_i (i=1,2,\ldots,m-1)$들은 모두 q_i 의 충돌 가능 영역에서 추출되어 고정된 값이다. 따라서 1 번째, 2 번째, ..., m-1 번째 관절 변수값들이 각각 $q_1, q_2, \ldots, q_{m-1}$ 일때 위의 조건을 만족하는 q_m의 범위를 구하여, h_i 번째 링크와 충돌 가능한 q_m의 "충돌 가능 영역"을 구한다.

5. 장애물 회피 동작 계획 방법

로보트 매니퓰레이터가 정해진 경로(Path)을 따라서 동작할 때, 그 시간 궤적(Trajectory)에 따라서 시변 장애물과의 충돌 발생 여부가 달라진다. 그리고 정해진 경로를 따라 동작할 때 시변 장애물과의 충돌을 회피할 수 있는 시간 궤적이 존재하지 않는 경우도 있다. 따라서 시변 장애물과의 충돌을 피하기위해서는 장애물의 동작에 따라서, 동작하는 경로와 시간 궤적을 동시에 고려해야한다. 이를 위하여 "관측 시간(View Time)"과 "지나간 부피(Swept Volume)"개념을 도입하여 동작 계획에 이용한다.

"관측 시간(View Time)"은 시변 장애물을 고정 장애물로 취급하는 시간 단위로서 다음과 같이 정의한다.

<정의 11> i 번째 관측 시간:(iL,(i+1)L)

$$(iL,(i+1)L)=\{\ t \mid i \cdot T_v \le t \le (i+1) \cdot T_v\ \} \qquad (41)$$

여기에서 T_v는 관측 시간 주기이며, T_s의 자연수 배이다.

$$T_v = L \cdot T_s, \quad L \in \text{자연수} \qquad (42)$$

그리고 관측 시간 동안 장애물이 지나간 공간상의 부피를 "지나간 부피(Swept Volume)"로 정의한다.

<정의 12> $^{C}OS(t)$가 관측 시간(iL,(i+1)L) 동안 지나간 부피 :$^{C}OS(iL,(i+1)L)$

$$^{C}OS(iL,(i+1)L) = \{\ (x,y,z) \mid (x,y,z) \in {^{C}OS(t)},\ i \cdot T_v \le t \le (i+1) \cdot T_v\ \} \qquad (43)$$

시변 장애물과의 충돌을 회피하기 위하여, 각 관측 시간(iL,(i+1)L)에서, $^{C}OS(iL,(i+1)L)$에 대한 관절 좌표계상의 장애물인 $^{J}OS_b(iL,(i+1)L)$를 그 관측 시간에서의 고정 장애물로 취급하여 이를 피하도록 동작 계획한다.

6. 결론및 향후 연구 방향

· 관절 좌표계상 에서 제한 조건들을 만족시키면서 시변 장애물을 회피하는 로보트 매니퓰레이터의 동작 계획 문제는 다음과 같이 수학적으로 표현된다.

문제 : $^{J}OS_b(t_1) \ne {^{J}OS_b(t_2)}$, for some $t_1, t_2 \in T$, $t_1 \ne t_2$, 인 상황에서 $^{J}M(t) \in {^{J}CN_S(t)}$, $^{J}M(t) \in {^{J}CN_T(t)}$, $^{J}M(t) \in {^{J}CN_C(t)}$, for all $t \in T$ 가되도록 $^{J}M(t)$ 를 계획한다.

· 평활 제한 조건과 토오크 제한 조건은, 연속 시간대에서의 미분을 이산 시간대에서는 식(6)에서와 같이 전방 오일러 식으로 근사함으로서,

$$q_{i,min}(k) \le q_i(k) \le q_{i,max}(k), \quad i=1,2,\dots,N$$

의 형태로 구해진다.

· 충돌 제한 조건에서

$$^{J}CN_C(k) = {^{J}WS} - {^{J}OS_b(k)}$$

인데, $^{J}OS_b(k)$ 를 식(4)에서 역기구학 식을 풀어서 구하는 경우 계산량이 많아서 비능률적이므로 $^{C}WS_b$를 $^{C}WS(h_1,h_2,\dots,h_n)$, $(h_1,h_2,\dots,h_n) \in A$ 들로 분할하고, $^{C}OS(k) \in {^{C}WS(h_1,h_2,\dots,h_n)}$ 이면,

$$^{J}OS_b(k) = \bigcup_{i=1}^{n} {^{J}OS_{h_i}(k)}$$

으로 구한다. 이때 $^{J}OS_{h_i}(k)$는 $^{C}WSL_{m,n}(q_1,q_2,\dots,q_m)$을 기하학적으로 계산하고, "충돌각(m)"을 순환적으로 계산하여 구한다.

· 각 관측 시간(iL,(i+1)L)에서, $^{J}OS_b(iL,(i+1)L)$을 그 관측 시간에서의 고정 장애물로 취급하여 이를 피하도록 관절 좌표계상에서 동작 계획한다.

· 카테시안 공간에서의 로보트 매니퓰레이터 몸체 전체의 형상이 관절 좌표계에서는 한 점 $^{J}M(k)$로 표현되므로 장애물과의 충돌 회피를 고려하기에 편리하다.

· 카테시안 공간의 직교 좌표계상에서 동작 계획을 하면, 역 기구학식을 풀어서 관절 구동을 위한 값들을 구해야 하나, 관절 좌표계 상에서 동작 계획을 하면, 계획된 각 이산 시간에서의 관절 변수값들을 직접 관절을 구동하기 위한 관절 제어기의 제어 입력으로 사용할 수 있다.

· 앞으로 본 논문의 4 장에서 제안한 방법에 의해서 $^{J}OB_b(k)$를 구하고, 5 장에서 제안한 방법에 따라 충돌 회피 동작 계획 알고리즘을 개발하여, 이에 따른 여러 가지 경우에 대한 충돌 회피 동작 계획의 결과에 대해 검증(Simulation)할 것이 요구된다.

참고 문헌

[1] B.H.Lee, C.S.G.Lee,"Collision-Free Motion Planning of Two Robots," IEEE Trans. on SMC, Vol.17, No.2, 1987, pp.21-32

[2] 남 윤석,이 범희,고 명삼,고 낙용,"View Time 개념을 이용한 시변 조인트 제한 지도(JCM) 상에서의 두 로보트의 충돌 회피에 관한 연구, 대한 전자 공학회 논문지, Vol.26, No.11, 1989.11

[3] T.Lozano-Perez, "A Simple Motion-Planning Algorithm for General Robot Manipulators," IEEE Jourrnal of RA., Vol.RA-3, No.3, 1987, pp.224-238

[4] O. Khatib, "Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots," The Int. Journal of Robotics Research, Vol.5, No.1, 1986, PP.90-98

[5] B.H.Lee,Y.P.Chien,"Time-Varying Obstacle Avoidance for Robot Manipulators: Approaches and Difficulties," Proc. IEEE Int. Conf. on RA, North Carolina, 1987, pp.1610-1615

[6] B.H.Lee,"Constraints Identification in Time-Varying Obstacle Avoidance for Robot Manipulators," IEEE Trans. on SMC, Vol.19, No.1, 1989, pp.140-143

[7] Vladimir J. Lumelsky, "Dynamic Path Planning for a Planar Articulated Robot Arm Moving Amidst Unknown Obstacles," Automatica, Vol.23, No.5, 1987, pp.551-570

[8] John F. Canny, Ming C. Lin, "An Opportunistic Global Path Planner," IEEE Conf. on RA, 1990, pp.1554-1559

[9] Paul Jacobs, John Canny,"Robust Motion Planning for Mobile Robots," IEEE Conf. on RA, 1990, pp.2-7