

이 상 정, 홍 석 민, 윤 기 준
 충남대학교 전자공학과

Analysys of Computational Delay Effect on Digital PID Control System

S. J. Lee, S. M. Hong, and G. J. Yoon

Dept. of Electronics Engineering, Chungnam National University.

ABSTRACT

This paper treats the computational time delay issue in designing digital control systems. The computational time delay margin, within which the closed-loop stability is guaranteed, is analyzed using Rouché theorem. A PID control algorithm is proposed for compensating the computational time delay. Finally, the analyzed and the exact computational time delay margins are compared, and the performance of the proposed PID controller is shown through an illustrative example.

1. 서 론

디지털 제어 알고리즘 구현시 제어 시스템 성능에 가장 큰 영향을 미치는 두가지 제한 요소는 유한 단어길이(finite wordlength)와 계산시간 지연(computational time delay)이다. 이들의 영향으로 인해 실제 디지털 제어기의 성능은 이상적인 제어기의 성능에 비해 악화되기 마련이며, 이것은 마이크로 프로세서등으로 제어알고리즘을 실행할 경우에는 중요한 문제이다. 이 중에서 특히 제어기의 안정도에 영향을 미치는 것은 계산시간 지연이다.

본 논문에서 계산시간 지연은 제어 알고리즘을 계산하는 데 소요되는 시간에 A/D 변환기와 D/A 변환기의 변환시간을 더한 시간을 말하며, 그림 1에 기준신호와 출력의 오차를 A/D 변환하여 제어 알고리즘 계산후 D/A 변환기를 거쳐 플랜트에 제어 입력이 인가되기 까지 시간지연을 보였다. 계산시간 지연이 없다고 가정하여 설계된 제어기를 사용하였을 경우에 폐루프 안정도를 해치지 않는 계산시간 지연의 한계를 유도하며 이 한계를 계산시간 지연 여유라 칭하기로 한다. 플랜트 입력지연이 폐루프 시스템의 안정도에 미치는 영향은 El-Sakkary[1,2]에 의해 연속시간 시스템에서 연구되었으며, 본 연구에서는 디지털 제어 시스템의 경우로 확장한다. 계산시간 지연 여유는 small gain 정리[3,4]와 classical Rouché 정리[5] 및 symmetric Rouché 정리[5]를 이용하여 유도하며 이들 중 small gain정리를 이용하여 유도한 계산시간 지연 여유는 classical Rouché 정리를 이용하여 유도한 것과 동일한 결과를 낳는다는 것을 보인다.

본 논문에서는 단일 입출력 제어시스템을 다루며 구성은 다음과 같다. 제 2절에서 디지털 제어시스템에 대한 계산시간 지연 여유를 이론적으로 분석하였으며, 제 3절에서 계산시간 지연의 영향을 보살할 수 있는 디지털 PID제어기 자동동조 방법을 제시하고 제 4절에서 예제 시뮬레이션을

통해 제안된 방법의 유용성을 입증하였다. 마지막으로 제 5절에 결론을 서술하였다.

2. 계산시간 지연 여유 분석

연속시간 시스템을 제어하기 위해 디지털 제어기를 구성하였을 때 계산시간 지연을 가정한 시스템 구성도는 그림 2와 같다. 이와 같은 시스템에서 계산시간 지연 여유를 분석하기 위해선

첫째, 플랜트와 ZOH(zero-order-hold) 및 계산시간 지연항을 ZOH 등가 모델로 z 변환하여 이산 시스템의 주파수 영역에서 분석하는 방법과

둘째, 제어알고리즘 F(z)를 A/D 변환과 ZOH를 포함하여 연속시스템의 주파수 영역으로 변환하여 분석하는 방법을 생각할 수 있다.

이 두가지 접근 방법중에서 첫번째 방법을 사용하여 계산시간 지연 여유를 분석하기 위해선 상태방정식을 알아야 할 뿐 아니라 분석과정이 용이하지 않다. 따라서, 본 논문에서는 두번째 접근 방법을 택한다.

계산시간 지연이 없다고 가정한 개루프 시스템의 루우프 전달함수를 D(s)라 놓으면 다음과 같은 관계가 성립한다[6].

$$D(j\omega) = \frac{1}{T} F(e^{j\omega T}) G_{ZOH}(j\omega) G(j\omega) \quad \omega \in \omega_N \quad (1)$$

여기서, $k=0,1,2,\dots$ 이고 $\omega_N = \omega_s/2$ 이며 $\omega_s = 2\pi/T$ 이고 T는 표본주기이다. 즉, ω_N 는 Nyquist 주파수이며 식(1)은 Nyquist 주파수의 정수배인 주파수를 제외하고 모든 주파수 영역에서 성립하는 식이다.

정리 1 : $1+D(s)=0$ 의 근이 안정할 경우 $1+e^{-sh}D(s)=0$ 의 근이 안정할 h의 한계 즉, 계산시간 지연 여유는 다음과 같이 주어진다.

$$h_1 = \inf_{\omega \in B} \frac{2}{\omega} \sin^{-1} \frac{1}{2M(\omega)} \quad \omega \in B \quad (2)$$

여기서, $M(\omega) = |D(j\omega)| / |1+D(j\omega)|$ 이고 $B_1 = \{\omega | \omega > 0 \text{ and } M(\omega) > 0.5\}$ 이다.

증명 : Ω 를 Nyquist contour로 둘러싸인 평면이라 두면 $1+e^{-sh}D(s)$ 와 $1+D(s)$ 는 Ω 내에서 meromorphic 함수이므로 classical Rouché 정리[5]에 의해

$$|[1+e^{-j\omega h}D(j\omega)] - [1+D(j\omega)]| < |1+D(j\omega)| \quad (3)$$

을 만족하고 $1+D(s)=0$ 의 근이 안정하면 $1+e^{-sh}D(s)$ 의 근도 안정하다. 한편,

$$|1-e^{-jwh}| = |1-\cos wh + j\sin wh| = 2\sin(wh/2) \quad (4)$$

이고 부등식 (3)의 좌변이 $|1-e^{-jwh}||D(jw)|$ 이므로

$$h < (2/w)\sin^{-1}[|1+D(jw)|/(2|D(jw)|)] \quad (5)$$

이면 부등식 (3)을 만족한다. 따라서 계산시간 지연 여유는 식(2)로 주어진다. 이상으로 증명은 완료된다.

정리 1은 small gain 정리[3,4]를 이용하여도 증명할 수 있다. 즉,

$$1+e^{-sh}D(s) = 1+D(s)+(e^{-sh}-1)D(s) \\ = (1+D(s))(1+[(e^{-sh}-1)D(s)/(1+D(s))]) \quad (6)$$

으로 들 수 있으므로 small gain 정리로 부터 $1+D(s)=0$ 의 근이 안정한 경우

$$|(e^{-sh}-1)D(s)/(1+D(s))| < 1 \quad (7)$$

이면 $1+e^{-sh}D(s)=0$ 의 근도 안정함을 알 수 있다. 조건식 (7)은 조건식 (3)과 동일한 형태이므로 정리 1의 증명 과정과 동일하게 small gain 정리로 부터 동일한 계산시간 여유가 유도됨을 알 수 있다.

이제 symmetric Rouché 정리[5]를 이용하여 계산시간 지연 여유를 유도한다.

정리 2 : $1+D(s)=0$ 의 근이 안정할 경우 $1+e^{-sh}D(s)=0$ 의 근이 안정할 h의 한계 즉, 계산시간 지연여유는 다음과 같이 주어진다.

$$h_2 = \inf_w \frac{2}{w} \sin^{-1}N(w), \quad w \in B_2 \quad (8)$$

여기서

$$N(w) = \frac{|1+D(jw)| + |1-D(jw)|}{2|D(jw)|} \quad \text{이고} \\ B_2 = \{w | w > 0 \text{ and } N(w) < 1\} \text{ 이다.}$$

증명 : Ω 를 Nyquist contour로 둘러싸인 평면이라 두면 $1+e^{-sh}D(s)$ 와 $1+D(s)$ 는 Ω 내에서 meromorphic 함수이므로 symmetric Rouché 정리[5]에 의해

$$|[1+e^{-jwh}D(jw)]-[1+D(jw)]| < |1+e^{-jwh}D(jw)| + |1+D(jw)| \quad (9)$$

이면 $1+D(s)=0$ 의 근이 안정할 때 $1+e^{-sh}D(s)=0$ 의 근도 안정하다. 복소함수에 대한 삼각 부등식

$$|a+b| \geq ||a|-|b|| \text{ 을 이용하면}$$

$$|1+e^{-jwh}D(jw)| \geq |1-e^{-jwh}D(jw)| = |1-D(jw)| \quad (10)$$

이므로 식 (4) 및 (10)을 이용하면 식 (9)로부터

$$h < \frac{2}{w} \sin^{-1} \frac{|1+D(jw)| + |1-D(jw)|}{2|D(jw)|} \quad (11)$$

이면 $1+e^{-sh}D(s)=0$ 의 근은 안정함을 알 수 있다. 이상으로 증명은 완료된다.

여기서 symmetric Rouché 정리에 의한 조건식 (9)가 classical Rouché 정리에 의한 조건식 (3)보다 큰 상한을 나타내므로 식 (8)로 주어지는 계산시간 지연 여유가 식 (2)로 주어지는 것 보다 실제에 가까운 계산시간 지연 여유가 된다.

정리 3 : symmetric Rouché 정리에 의해 유도되는 계산 시간 지연한계 h_2 가 classical Rouché 정리에 의해 유도되는 계산지연 한계 h_1 보다 정확하다.

증명 : 모든 w에 대하여

$$N(w) - \frac{1}{2M(w)} = \frac{|1-D(jw)|}{2|D(jw)|} \geq 0 \quad (12)$$

이므로 계산시간 지연을 계산하는 w의 범위내에서

$$N(w) \geq 1/2M(w) \quad (13)$$

이 성립한다. 또, $N(w) < 1$ 이고 $M(w) > 0.5$ 를 만족하는 w에 대해 \sin^{-1} 는 단조증가함수 이므로 관계식 (13)으로부터

$$\sin^{-1}N(w) \geq \sin^{-1}\frac{1}{2M(w)} \quad (14)$$

의 관계가 성립함을 알 수 있다. 관계식 (14)로부터 $w > 0$ 에 대해

$$\frac{2}{w} [\sin^{-1}N(w) - \sin^{-1}\frac{1}{2M(w)}] \geq 0 \quad (15)$$

가 성립함을 알 수 있으므로 $h_2 - h_1 \geq 0$ 이 성립한다. 이상으로 증명은 완료된다.

본 논문에서 계산시간 지연여유를 구하기 위해 식 (1)과 같이 sampled-data 시스템의 루우프 전달함수를 연속시간 시스템의 주파수 영역으로 등가화 시켰는데, 이 식은 Nyquist 주파수의 정수배인 주파수에서는 성립하지 않는다. 그러나, 거의 모든 시스템의 전달함수는 충분히 작은 표본주기 T에 대해 주파수가 w_N 즉, π/T 에 도달하면 그 크기가 충분히 작아지므로 $M(w)$ 는 충분히 작아지고 $N(w)$ 는 충분히 커져 정리 1과 정리 2에서 고려하는 주파수 영역 B_1 과 B_2 는 일반적으로 $0 \sim w_N$ 범위내에 포함될 것이다. 따라서, 본 논문에서 유도한 계산시간 지연 여유 분석 방법은 매우 유용하게 사용될 수 있으리라 판단된다.

3. 계산시간 지연 보상 PID 제어기

본 논문에서는 계산 시간 지연을 정확히 알려진 플랜트 입력시간 지연으로 간주하여 새로운 위상 통과 주파수 w_c 에서의 $G(jw)e^{-jwh}$ 값을 알아내어 새로운 위상여유 PID 자동동조기와 이득 여유 PID 자동 동조기를 설계한다.

즉, 그림 3과 같은 식별 시스템을 통해 Nyquist 상의 한 점인

$$G(jw)e^{-jwh} \text{ at } w=w_c \quad (16)$$

를 알아내었다고 가정하여

$$u(k) = K_p\{e(k)+T/T_i \sum_{i=1}^k e(i) + T_d/T (e(k)-e(k-1))\} \quad (17)$$

형태의 표준형 PID 계수 K_p , T_i 및 T_d 를 동조하는 것이다.

가. 이득 여유 자동 동조기

이득여유 자동 동조기는 그림 4와 같이 계산시간 지연을 고려한 플랜트 전달함수 $G(s)e^{-sh}$ 의 Nyquist 선도상의 위상 통과 주파수 w_c 일때의 점 $(-1/K_c, 0)$ 을 페루우프 시스템의 이득여유가 원하는 이득여유 A_m 이 되도록 점 $(-1/A_m, 0)$ 로 이동시키는 PID 계수를 정하는 것이다. 식 (17)과 같은 PID 제어기의 전달함수는

$$F(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{K_p(1+T/T_i+T_d/T) - K_p(1+2(T_d/T))z^{-1} + K_p(T_d/T)z^{-2}}{1-z^{-1}} \\ = \frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1-z^{-1}} \quad (18)$$

와 같으므로 $z=e^{jwT}$ 를 대입하면

$$F(jw) = \frac{b_0-b_1-b_2(1+2\cos wT)}{2} - j \frac{(b_0+b_1-b_2+2b_2\cos wT)\sin wT}{2(1-\cos wT)} \quad (19)$$

가 된다. 이득 여유 자동 동조기에서는 $w=w_c$ 에서

$F(j\omega)G(j\omega)e^{-j\omega h} = (-1/A_m, 0)$ 가 되도록 K_p, T_i 및 T_d 를 정해주는 것이므로

$$\frac{b_0 - b_1 - b_2(1 + 2\cos\omega_c T)}{2} \left(-\frac{1}{K_c}\right) = -\frac{1}{A_m} \quad (20)$$

$$b_0 + b_1 - b_2 + 2b_2\cos\omega_c T = 0 \quad (21)$$

의 두가지 식을 얻게 된다. 따라서 T_i 를 임의의 값으로 두었을 때 디지털 PID 자동 동조기 계수의 결과는 표 1과 같다.

나. 위상 여유 자동 동조기

위상 여유 자동 동조기는 그림 4와 같이 계산시간 지연을 고려한 플랜트 전달함수 $G(s)e^{-sh}$ 의 Nyquist 선도상에서 위상 통과 주파수 ω_c 일때의 점이 원하는 위상여유 ϕ_m 를 갖는 점으로 이동 되도록 PID 제어기 계수를 정하는 것이다. 이때의 조건식은

$$\frac{(b_0 + b_1 - b_2 + 2b_2\cos\omega_c T)\sin\omega_c T}{(1 - \cos\omega_c T)\{b_0 - b_1 - b_2(1 + 2\cos\omega_c T)\}} = -\tan\phi_m \quad (22)$$

$$|G(j\omega_c)| \left\{ \frac{K_p \{2 + T/T_i + (2T_d/T)(1 - \cos\omega_c T)\}}{2} \right\} |1 + j\tan\phi_m| = 1 \quad (23)$$

의 두가지 이고 이로부터 얻어진 디지털 PID 위상여유 자동 동조기 계수 결과도 표 1에 보였다. 표 1에서 $\beta = \tan\phi_m \tan(\omega_c T/2)$ 이고 $\gamma = 1 - \cos\omega_c T$ 이다.

4. 시뮬레이션 및 검토

다음과 같은 전달함수를 갖는 연속시간 시스템을 대상으로 하여 위상여유 자동동조 디지털 PID 제어기를 구성할 때 계산 시간 지연의 여유와 계산시간 지연이 위상 여유에 미치는 영향을 살펴본다.

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)}$$

이 시스템의 지배적인 극점(dominant pole)이 -1 이므로 이것의 크기를 시스템 시정수의 근사값으로 보아 표본주기들의 1/10인 0.1초로 하여 ZOH 등가 모델을 구하면

$$G(z) = \frac{0.0453(z+0.904)}{(z-0.905)(z-0.819)}$$

와 같다. $z=e^{j\omega T}$ 를 대입하여 위상 통과 주파수 ω_c 와 한계이득 k_c 및 위상 여유를 각각 구하면 $\omega_c=7.7$ [rad], $k_c=6.34$ 와 같으며 위상 여유는 47.9° 임을 알 수 있다. 원하는 위상여유 ϕ_m 를 60° 로 두고 위상여유 자동동조법에 의해 디지털 PID 제어기를 구하면 [7]

$$F(z) = \frac{8.889 - 16.803z^{-1} + 7.941z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

이 된다. 정리 1 및 정리 2를 이용하여 계산시간 지연 여유를 구하면 그림 5에서와 같이 classical Rouché 정리에 의하면 0.0794 초, symmetric Rouché 정리에 의하면 0.132 초 임을 알 수 있다. 실제 플랜트를 z 변환하여 $F(z)G(z)$ 에 대한 페투우프 안정도를 시행 착오 방식에 의해 h를 변화시켜 판별한 결과 안정도가 유지되는 최대 계산시간 지연이 0.134초로 나타나 정리 2의 결과가 실제 계산시간 지연 한계에 거의 근사함을 알 수 있다. 그러나 계산시간 지연이 안정도가 유지되는 범위라고 하더라도 그 영향으로 설계된 위상여유나 이득여유가 약화되기 마련이므로 계산시간 지연을 각각 0, 0.05, 0.1 및 0.15로 두었을 때 위상 통과 주파수, 이득 여유 및 위상 여유를 표 2에 보이고 Nyquist 선도를 그림 6에 보였으며 각 경우에 제어 결과 출력을 그림 7에 보였었다.

다음으로 계산시간 지연을 반영한 플랜트를

$$G_d(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)} e^{-sh}$$

로 놓고 계산시간 지연 $h=0.05, 0.1$ 및 0.15에 대하여 ZOH 등가모델을 구한 뒤 원하는 위상여유 ϕ_m 를 60° 로 하여 위상여유 자동동조법에 의해 디지털 PID 제어기의 이득을 각각 구하면 표 3과 같은 결과를 얻는다.

이와 같이 구성된 페투우프 시스템의 Nyquist 선도를 그림 8에 보이고, 각 경우의 위상여유와 이득 여유는 표 4에 보였으며, 각각의 계산시간 지연에 대해 새로이 설계된 시간 지연보상 PID 제어기와 시간 지연을 고려하지 않은 기존의 PID 제어기의 성능을 그림 9 ~ 그림 12에 보였었다.

결과 그래프들을 보면 보상 PID 제어기를 사용하면 계산 시간 지연 여유 0.134에 대한 계산시간 지연의 대소에 관계없이 페투우프 시스템이 안정도를 유지하게 되고 위상여유 목적값 60° 를 갖게 되며, 출력파형에서도 계산시간 지연이 잘 보상됨을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 디지털 PID 제어기를 구현할 때 제어 알고리즘 계산시간 지연이 페투우프 제어 시스템 안정도에 미치는 영향을 분석한 후, 계산시간 지연의 영향을 보상할 수 있는 제어 알고리즘을 제시하고 그 성능을 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

첫째, 복소함수의 불안정근(unstable roots)의 위치 판정에 사용될 수 있는 Rouché 정리를 사용하여 페투우프 시스템의 안정도를 해치지 않는 계산시간 지연의 한계를 유도하였으며, 예제 시뮬레이션을 통해 이론적 한계가 실제 한계와 거의 일치함을 보임으로써 본 연구의 결과로 매우 엄밀한 계산 시간 지연 여유를 분석할 수 있음을 보였다.

둘째, 계산시간 지연을 제어기 설계 문제 설정에 포함시켜 계산시간 지연의 영향을 보상할 수 있는 디지털 PID 제어기 자동동조 방법을 제시하고 그 유용성을 예제 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

참 고 문 헌

- [1] A. K. El-Sakkary, "A new criterion for estimating robust time delays for closed-loop stability," IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-35, no. 2, pp. 209-210, Feb. 1990.
- [2] A. K. El-Sakkary, "Estimating the robust dead time for closed-loop stability," IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-33, no. 6, pp. 599-601, Jun 1988.
- [3] G. Zames, "On the input-output stability of nonlinear time-varying feedback systems, Part I & II," IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-11, pp. 465-477, 1966.
- [4] M. Morari and E. Zafiriou, Robust Process Control. N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1989.
- [5] J. B. Conway, Functions of One Complex Variable. 2nd. ed., Springer-Verlag, 1978.
- [6] K. J. Åström and B. Wittenmark, Computer Controlled system: Theory and Design. N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1984.
- [7] 이상정, 홍석민, 윤기준, "디지털 PID 제어기에서의 계수 양자화 오차 영향 분석," 제 4회 한국 자동제어 학술회의 논문집, vol. 1, pp. 477-482, Oct. 1989.

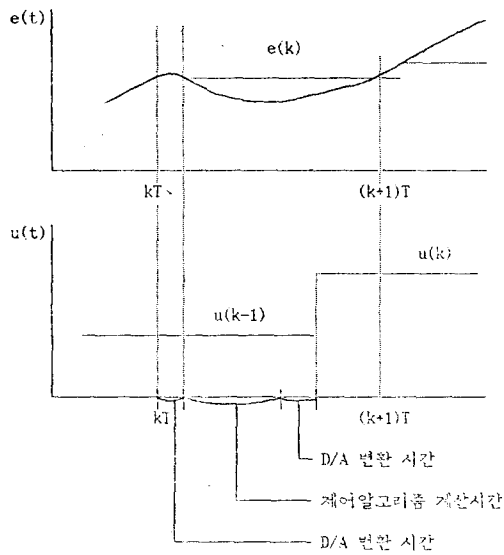


그림 1. 계산 시간 지연.

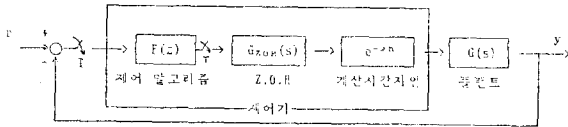


그림 2. 계산시간 지연이 있는 디지털 제어 시스템.

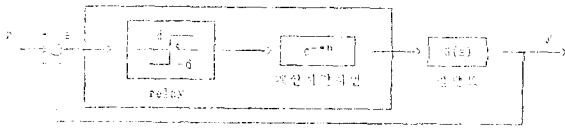


그림 3. 계산시간 지연을 고려한 식별 시스템 구성도.

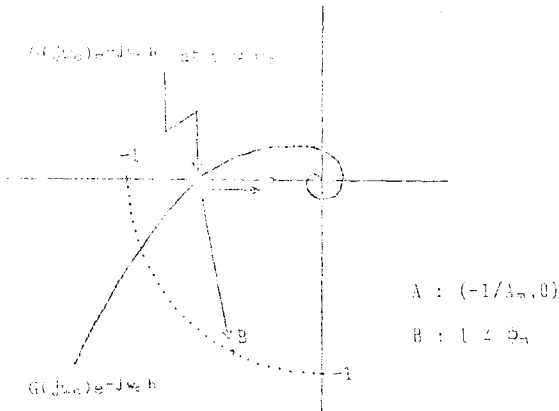


그림 4. 계산시간 지연을 고려한 안정도 여유 자동동조.

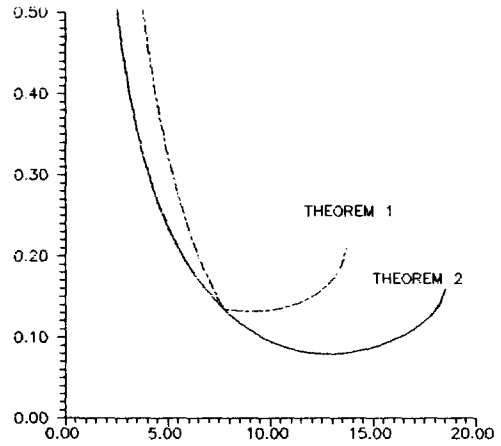


그림 5. 계산시간 지연 여유 분석 결과.

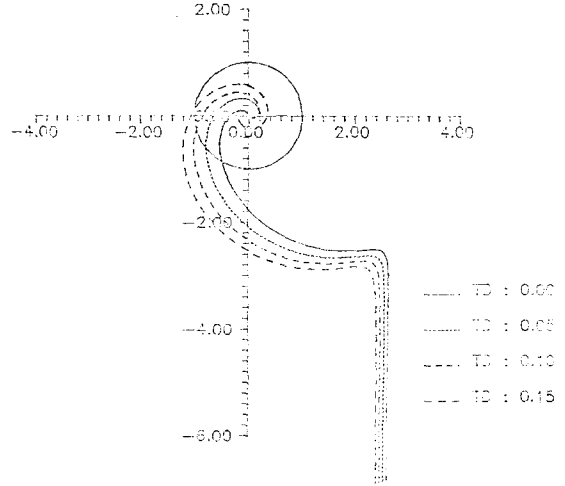
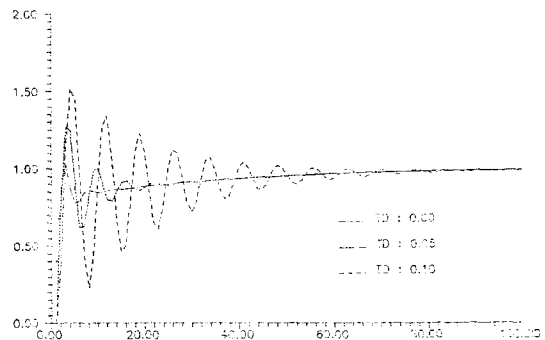


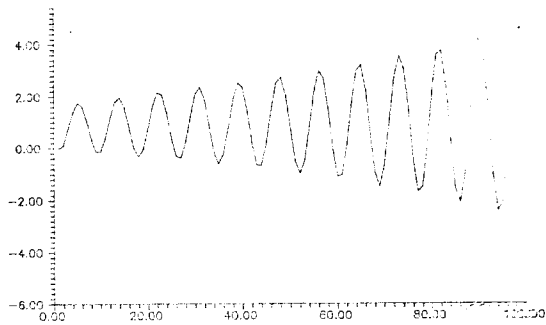
그림 6. 계산 시간 지연이 있는 경우의 패루우프 시스템 Nyquist선도.

표 1. 디지털 PID 제어기의 자동 동조 계수

계수구분	이득 여유 자동 동조기	위상 여유 자동 동조기
K_p	$\frac{2k_0}{A(2+(T/T_i)+(2T_d/T)\gamma)}$	$\frac{2k_0 \cos \phi_m}{2+T/T_i+(2T_d/T)\gamma}$
T_i	임의의 값	αT_d (α : 임의의 값)
T_d	$\frac{T^2}{2T\gamma}$	$\frac{\alpha\beta T + \gamma(\alpha\beta T)^2 + 2\alpha T\gamma(1-\beta^2)}{2\alpha(1-\beta)\gamma}$



(a) 계산시간지연 < 계산시간지연 여유



(b) 계산시간지연 > 계산시간지연 여유
 그림 7. 계산시간지연이 있는 경우 제어시스템 출력
 표 2. 계산 시간 지연에 따른 성능 지수.

계산시간 지연 h	위상 통과 주파수 ω_c	폐루우프 위상여유	폐루우프 이득여유	비 고
0	17.1	60.0°	8.78dB	안 정
0.05	11.6	37.6°	3.86dB	안 정
0.1	8.9	16.2°	1.37dB	안 정
0.15	7.3	-6.7°	0.51dB	불 안 정

표 3. 시간지연 보상 디지털 PID 제어기.

계산 시간 지연	변화된 플랜트 $G(s)e^{-sh}$	보상 PID 제어기 $F(z)$
0.05	$\frac{0.0119(z^2+5.434z+0.819)}{z(z-0.905)(z-0.819)}$	$\frac{6.314-11.767z^{-1}+5.482z^{-2}}{1-z^{-1}}$
0.1	$\frac{0.0453(z+0.904)}{z(z-0.905)(z-0.819)}$	$\frac{5.230-9.769z^{-1}+4.562z^{-2}}{1-z^{-1}}$
0.15	$\frac{0.0119(z^2+5.434z+0.819)}{z^2(z-0.905)(z-0.819)}$	$\frac{4.610-8.645z^{-1}+4.053z^{-2}}{1-z^{-1}}$

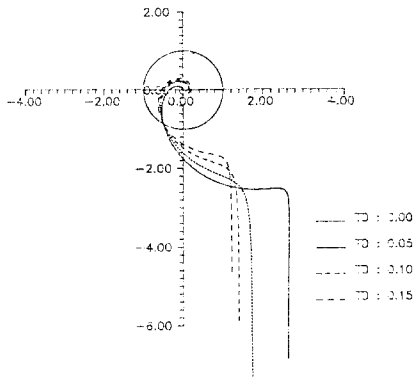


그림 8. 보상 PID 제어기를 사용한 폐루우프 시스템의 Nyquist 선도.

표 4. 폐루우프 시스템의 안정도 여유.

계산시간 지연 h	위상 통과 주파수 ω_c	폐루우프 위상여유	폐루우프 이득여유	비 고
0.05	11.46	60.1°	6.82dB	안 정
0.1	8.82	59.9°	5.94dB	안 정
0.15	7.23	59.6°	5.17dB	안 정

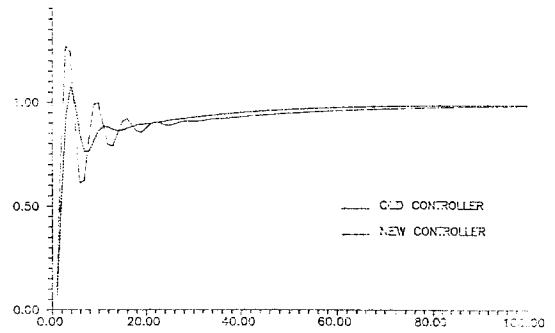


그림 9. 제어시스템 출력 (계산시간지연 = 0.05).

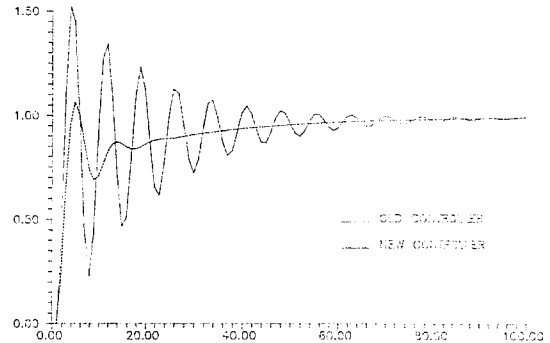


그림 10. 제어시스템 출력 (계산시간지연 = 0.1).

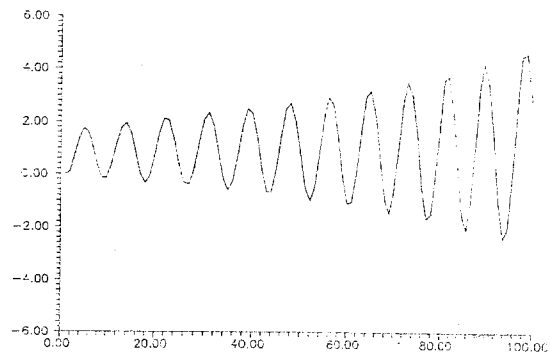


그림 11. 제어시스템 출력 (계산시간지연 = 0.15, 기존 PID 제어기 사용).

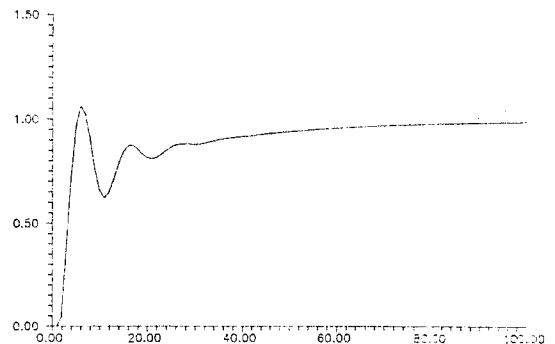


그림 12. 제어시스템 출력 (계산 시간 지연 = 0.15, 보상 PID 제어기 사용).