

# 수중운동체의 강인한 자동조종장치 설계

° 정 언 태\* 김 인 환\* 옥 질 표\*\* 권 순 홍\*\*\* 이 만 형\*\*\*\*  
 부산대학교 대학원 정밀기계공학과\*  
 부산대학교 대학원 조선공학과\*\*  
 부산대학교 공과대학 조선공학과\*\*\*  
 부산대학교 공과대학 정밀기계공학과\*\*\*\*

## Design of Robust Autopilot for Underwater Vehicle

° Youn-Tae Jung\* In-Whan Kim\* Zeel-Peio Ok\*\* Soon-Hong Kwon\*\*\* Man-Hyung Lee\*\*\*\*  
 Dept. of Graduate School Busan National University\* \*\*  
 Dept. of Naval Architure Eng. Busan National University\*\*\*  
 Dept. of Mechanical and Precison Eng. Busan National University\*\*\*\*

### ABSTRACT

Since linearized equations of motion have much modelling errors, robust controller for disturbances and noises is necessary for autopilot. In this paper, motion equations for underwater vehicle with six degree-of-freedom are derived and linearized. And robust autopilot for this system is designed by using LQG/LTR methodology.

직적인 제어이론은 1970년대 후반 Safonov에 의하여 강인성 문제의 중요성이 강조되기 시작하여 공학적 최적제어이론인 LQG/LTR이론이 1980년도 초에 개발되어 단일 입출력 및 다변수 시스템에 대하여 모델링 오차에 대한 강인성 문제를 설계단계에서 직접 고려할 수 있게 되었다[4,5].

본 논문에서는 축대칭 수중운동체에 대하여 6자유도 운동방정식을 유도하였고, 시스템의 특성상 실험으로부터 구해지는 유체역학적계수(hydrodynamic coefficient)들의 불확실성 혹은 수중에서 발생할 수 있는 여러가지 불확실성으로 인하여 큰 모델링오차를 내재하고 있는 수중운동체를 LQG/LTR방법으로 성능 및 안정도-강인성 문제를 설계단계에서 직접 고려하여 제어를 설계하였다.

### 1. 서 론

과거 수중운동체의 운동해석에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다. Schiff와 Davidson 그리고 Ninorsky에 의해 수중운동체의 운동문제가 연구되었고, 1950년대 Lopes에 의해 수중운동체의 6자유도(Six Degree of Freedom; 6DOF) 운동방정식이 유도되었다[1-3]. 또한 NSRDC(Naval Ship Research and Development Center)에 의해 6DOF 운동방정식의 표준화가 이루어진 이후 수중운동체의 운동에 대한 연구가 계속되어 오고있다.

수중운동체의 6DOF에 대한 고전적인 해석은 Smith, Zero, Lopes등에 의해 연구되었다. 그 특징으로서 Smith는 이동좌표계의 원점을 수중체의 무게중심이 아닌 기하학적 중심에 잡아 해석했고, Zero는 roll항을 고려치 않고 해석했다. 그리고 Lopes는 일반화된 방정식을 유도했다.

그러나 수중운동체의 6DOF 운동방정식은 실제 시스템에 대한 수학적 표현의 불완전으로 인하여 항상 모델링오차를 수반한다. 이 모델링오차로 인하여 설계된 제어시스템은 기대한 성능 및 안정도를 보장받지 못하는 경우가 많다. 안정도-강인성 문제에 대한 조

### 2. 선형화된 운동방정식의 유도

수중운동체의 운동은 뉴우론 계 2법칙으로 표현된다 [6]. 작용하는 외력과 모멘트는 유체력(hydrodynamic force), 중력, 부력, 추력의 합력이다. 관성좌표계에 대하여 물체에 고정된 이동좌표계는 다음 그림과 같다. 해석하기 위한 가정들은 다음과 같다.

<가 정>

1. 수중체는 강체이다.
2. 수중체내의 질량의 분포는 균일하다.
3. 이동좌표계는 질량중심에 고정되어 있다.
4. 수중체는 추진축에 대하여 대칭이다.
5. 평형상태(equilibrium condition)에서 각각의 속도, 가속도 성분의 섭동(perturbation)은 작다.

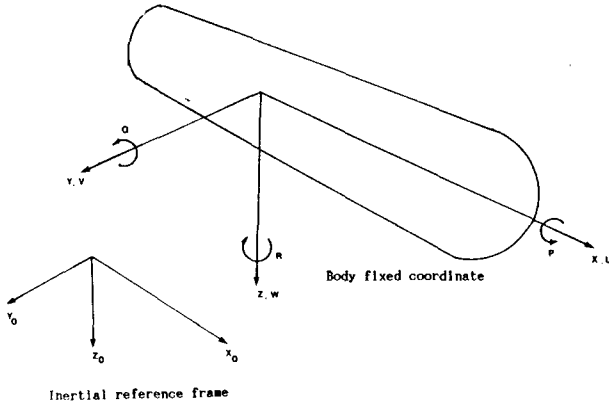


Fig 1. Coordinate system.

### 2.1 관성력의 표현

오일러 방정식으로부터 관성력과 관성모멘트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \Sigma X &= m(\dot{U} + QW - RV) \\
 \Sigma Y &= m(\dot{V} + RU - PW) \\
 \Sigma Z &= m(\dot{W} + PV - QU) \\
 \Sigma K &= \dot{P}I_x - \dot{R}I_{xz} + QR(I_z - I_y) - PQI_{xz} \quad (1) \\
 \Sigma M &= \dot{Q}I_y + PR(I_x - I_z) - R^2I_{xz} + P^2I_{xz} \\
 \Sigma N &= \dot{R}I_z - \dot{P}I_{xz} + PQ(I_y - I_x) - PQI_{xz}
 \end{aligned}$$

여기서 가정 5에 의해  $p = \dot{\phi}$ ,  $q = \dot{\theta}$ ,  $r = \dot{\psi}$ 로 된다. 또한 속도, 가속도 성분은 평형상태에서의 속도, 가속도 성분과 외란에 의한 변화량의 합으로 표현되고, 평형상태에서는  $U_0, W_0, \theta_0, \delta_{00}$ 만이 값을 가진다고 가정한다. 이때 식 (1)은 다음과 같이 선형화 된다.

$$\begin{aligned}
 \Sigma X &= m\dot{u} \\
 \Sigma Y &= m(\dot{v} + \varphi \cos \theta_0) \\
 \Sigma Z &= m(\dot{w} - \theta \cos \theta_0) \\
 \Sigma K &= I_x \ddot{\phi} \\
 \Sigma M &= I_y \ddot{\theta} \\
 \Sigma N &= I_z \ddot{\psi}
 \end{aligned} \quad (2)$$

### 2.2 유체역학적 힘의 표현

유체역학적 힘과 모멘트는 수중체와 유체 상호간의 반작용력에 의해 발생한다. 이러한 힘들은 속도, 가속도, 타경사(fin deflection)의 함수이다.

$$F = f(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, u, v, w, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}, p, q, r, \delta_r, \delta_o) \quad (3)$$

가정 4에 의해 수중체가 XY평면과 XZ평면에 대칭이고 가정 5에 의해 식(3)을 Taylor급수전개 하여 2차이상

의 항을 무시하면, 유체역학적 힘과 모멘트는 평형상태에서 다음과 같이 선형화 된다.

$$\begin{aligned}
 X_h &= X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{uu} \\
 Y_h &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{vv} + Y_{\dot{p}}\ddot{\phi} + Y_{p\dot{p}} + Y_{\dot{r}}\ddot{\psi} + Y_{r\dot{r}} + Y_{\delta_r}\delta_r \\
 Z_h &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{ww} + Z_{\dot{q}}\ddot{\theta} + Z_{q\dot{q}} + Z_{\delta_o}\delta_o \\
 K_h &= K_{\dot{v}}\dot{v} + K_{vv} + K_{\dot{p}}\ddot{\phi} + K_{p\dot{p}} + K_{\dot{r}}\ddot{\psi} + K_{r\dot{r}} + K_{\delta_r}\delta_r \quad (4) \\
 M_h &= M_{\dot{u}}\dot{u} + M_{uu} + M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{ww} + M_{\dot{q}}\ddot{\theta} + M_{q\dot{q}} + M_{\delta_o}\delta_o \\
 N_h &= N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{vv} + N_{\dot{p}}\ddot{\phi} + N_{p\dot{p}} + N_{\dot{r}}\ddot{\psi} + N_{r\dot{r}} + N_{\delta_r}\delta_r
 \end{aligned}$$

여기서  $X_u$ 는 다음과 같이 표현되는 유체역학적 계수(hydrodynamic coefficient)로서 속도  $u$ 의 변화에 대한 힘  $X$ 의 변화를 나타낸다.

$$X_u = \left( \frac{\partial X}{\partial u} \right)_0$$

이 계수들은 static test, rotating-arm test, forced oscillation test 등의 실험기법에 의해 산출되며<sup>(3)</sup>, 본 식에서는 무차원화 된 양을 사용한다.

### 2.3 중력과 부력에 의한 힘의 표현

평형상태에서 선형화 된 중력과 부력에 의한 힘과 모멘트는 같다.

$$\begin{aligned}
 X_{GB} &= -(W-B)\cos\theta_0 \\
 Y_{GB} &= (W-B)\cos\theta_0 \\
 Z_{GB} &= -(W-B)\sin\theta_0 \\
 K_{GB} &= Bz_B \cos\theta_0 \\
 M_{GB} &= B(z_B \cos\theta_0 - x_B \sin\theta_0) \\
 N_{GB} &= -Bx_B \cos\theta_0
 \end{aligned} \quad (5)$$

### 2.4 수중체 전체의 운동방정식

식 (2), (4), (5)로부터 수중운동체의 선형화 된 6 자유도 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 m\dot{u} &= X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{uu} - (W-B)\cos\theta_0 \\
 m(\dot{v} + \varphi \cos \theta_0) &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{vv} + Y_{\dot{p}}\ddot{\phi} + Y_{p\dot{p}} + Y_{\dot{r}}\ddot{\psi} \\
 &\quad + Y_{r\dot{r}} + Y_{\delta_r}\delta_r + (W-B)\cos\theta_0 \\
 m(\dot{w} - \theta \cos \theta_0) &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{ww} + Z_{\dot{q}}\ddot{\theta} + Z_{q\dot{q}} + Z_{\delta_o}\delta_o \\
 &\quad - (W-B)\sin\theta_0 \\
 I_x \ddot{\phi} &= K_{\dot{v}}\dot{v} + K_{vv} + K_{\dot{p}}\ddot{\phi} + K_{p\dot{p}} + K_{\dot{r}}\ddot{\psi} + K_{r\dot{r}} + K_{\delta_r}\delta_r \\
 &\quad + Bz_B \cos\theta_0 \\
 I_y \ddot{\theta} &= M_{\dot{u}}\dot{u} + M_{uu} + M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{ww} + M_{\dot{q}}\ddot{\theta} + M_{q\dot{q}} + M_{\delta_o}\delta_o \\
 &\quad + B(z_B \cos\theta_0 - x_B \sin\theta_0) \\
 I_z \ddot{\psi} &= N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{vv} + N_{\dot{p}}\ddot{\phi} + N_{p\dot{p}} + N_{\dot{r}}\ddot{\psi} + N_{r\dot{r}} + N_{\delta_r}\delta_r \\
 &\quad - Bx_B \cos\theta_0
 \end{aligned} \quad (6)$$

### 3. 자동조종장치의 설계

LQG/LTR방법은 크게 다음과 같은 두가지 단계로 이루어진다. 안정도-강인성 및 시스템의 주파수역 성능을 만족하는 목표필터루프(Target Filter Loop:TFL)를 설계하고, 루프전달회복(Loop Transfer Recovery:LTR)방법을 이용하여 보상된 시스템의 루프전달함수 행렬의 특이값 형상으로 회복시킴으로써 제어시스템 설계를 마친다. 그 기본구조는 모델기준보상기(model based compensator)와 같으며 분리특성을 이용하여 필터계인행렬 H는 목표필터루프를 설계할때, 제어계인행렬 G는 루프전달회복 절차를 행할 때 선정된다.

본 논문에서 수중운동체의 조종방식은 STT(Skid-to-Turn)방식을 채택하였고, 수중체의 운동방정식 (6)에 대하여 횡방향 운동(lateral motion)과 종방향 운동(longitudinal motion)이 서로 독립적으로 이루어지므로 각각에 대해 서로 독립인 상태방정식을 유도하여 LQG/LTR제어기를 설계하였다.

시스템의 설계사양은 다음과 같다.

1. 일정 명령입력과 외란에 대한 0-정상상태오차
2. 다음의 안정도-강인성을 만족하는 시스템

$$E(j\omega) < W/3.5$$

#### 3.1 횡방향 운동

선형화된 상태방정식은 식(6)으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (7-1)$$

여기서

$$x_p = [v \ \phi \ \dot{\phi} \ \ddot{\phi}]^T, \quad u_p = \delta r$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.66313 & 0.052511 & 0 & 0 & -0.266709 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.435897 & -15.794872 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2.194113 & -0.024586 & 0 & 0 & -1.624256 \end{bmatrix}$$

$$B_p = [0.047389 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0.271074]^T$$

$$C_p = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

횡방향 운동 플랜트의  $A_p$ 행렬에 자유적분요소가 존재하므로  $A_p^{-1}$ 를 구할 수 없고 목표필터루프를 저주파와 고주파에 동시에 일치시키기 어렵다. 따라서 플랜트내의 자유적분요소를 제거한 플랜트를 고려해본다.

다음은 자유적분요소를 제거한 플랜트를 가계어성 표준형(controllability canonical form)의 상태방정식으로 표현한 것이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{p1}(t) &= A_{p1} x_{p1}(t) + B_{p1} u_{p1}(t) \\ y(t) &= C_{p1} x_{p1}(t) \end{aligned} \quad (7-2)$$

여기서

$$A_{p1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.21441 & -8.766572 & -37.05675 & -18.08226 \end{bmatrix}$$

$$B_{p1} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$$C_{p1} = [-0.123674 \ -4.5997 \ -4.565313 \ -0.271074]$$

그리고 시스템의 정상상태 오차를 0으로 하기위해 적분요소를 첨가한 설계플랜트모델은 식 (5)에 의하 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{p1} & A_{p1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ C_p]$$

시스템의 대역폭이 대략 0.5 Hz 를 만족하도록 설계 파라메타  $\mu = 0.1013$  으로 하여 목표필터루프를 구성하고 제어가중 파라메타를  $\rho = 10^{-8}$ 으로 했을 때의 필터계인행렬 H와 제어계인행렬 G는 다음과 같다.

$$H = \begin{bmatrix} -7.068819E-02 \\ 9.269163E-02 \\ -4.763766E-04 \\ 3.142280E+00 \\ 1.127593E-03 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 3.137294E+01 \\ 2.235844E-13 \\ -1.453068E+02 \\ -9.999437E+03 \\ -1.108877E+03 \end{bmatrix}^T$$

#### 3.2 종방향 운동

상태벡터와 선형화 된 플랜트행렬은 다음과 같다.

$$x_p = [u \ w \ \theta \ \dot{\theta}]^T$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.106576 & 0 & 0.095829 & 0 \\ 0 & -0.683071 & -0.00238 & 0.257421 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2.078811 & -0.007716 & -1.6764 \end{bmatrix}$$

$$B_p = [0 \ -0.075915 \ 0 \ -0.433863]^T$$

$$C_p = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

시스템의 정상상태오차를 0으로 하기위해 적분요소를 첨가한 설계플랜트모델의 행렬은 다음과 같이 나타내

어진다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{p1} & A_{p1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad C_p]$$

설계 파라메타  $\mu = 0.1013$  으로 하여 목표필터루프를 구성하고, 과도한 제어입력으로 인한 액츄에이터의 포화를 고려하여 제어가중 파라메타를  $\rho = 10^{-6}$  으로 했을 때의 필터계인행렬 H와 제어계인행렬 G는 다음과 같다.

$$H = \begin{bmatrix} 3.486231E+00 \\ 5.512596E-03 \\ -7.174769E-08 \\ -3.262335E-06 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 3.834385E+01 \\ 8.088298E+06 \\ 8.520087E+05 \\ 7.351256E+02 \end{bmatrix}^T$$

#### 4. 결과 및 고찰

그림 2와 그림 3으로부터 회복된 각 방향의 시스템은 저주파에서 큰 계인값을 가지므로 외란제거능력이 우수하고, 본리도가 횡방향에서  $-40 \text{ dB/dec}$ , 종방향에서  $-60 \text{ dB/dec}$  로 롤-오프 하므로, 안정도-강인성 및 고주파수역에서 에너지를 갖는 잡음을 제거하는 성능이 좋음을 알 수 있다. 그리고 횡방향 운동은  $10 \text{ rad/sec}$ , 종방향 운동은  $30 \text{ rad/sec}$  까지 안정도를 보장받음을 볼 수 있다.

그림 4와 그림 5에서 단위스텝입력에 대한 응답이 오버슈트가 발생하지 않고 정상상태오차가 0임을 알 수 있다. 또한 안정도 강인성 조건  $E(j\omega) < W/3.5$ 를 만족하므로 고주파에서 에너지를 갖는 모델링 오차에 대하여 강인함을 볼 수 있다.

그림 6과 7에 단위 계단 입력에 대한 시스템의 시간응답을 나타내었다.

#### 5. 결 론

본 논문에서는 수중운동체를 횡방향과 종방향의 독립적으로 제어되는 단일 입출력 제어시스템으로 가정하여 선형화 된 6DOF 운동방정식을 유도하고, 상태방정식으로 수정하였다.

본 논문에서는 수중운동체와 같이 큰 모델링오차를 갖는 시스템에 대하여 LQG/LTR방법을 사용하여 자동조종장치를 설계하였다. 또한 고주파수와 저주파수역에서 외란과 잡음제거성능이 우수함을 보였고 모델링 오차에 강인함을 시뮬레이션을 통하여 보였다.

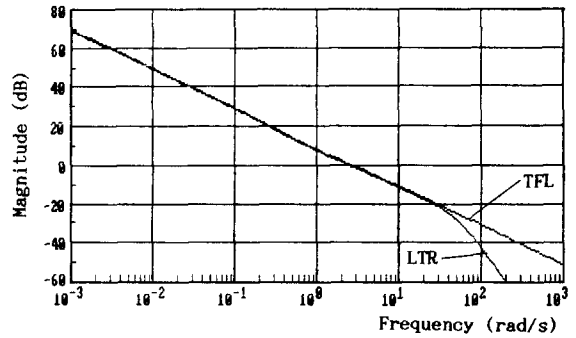


Fig 2. Bode plot of TFL and LTR for lateral motion.

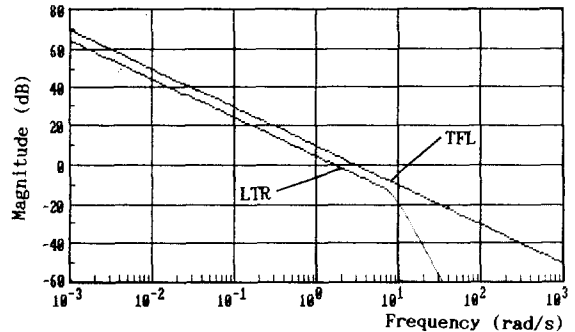


Fig 3. Bode plot of TFL and LTR for longitudinal motion.

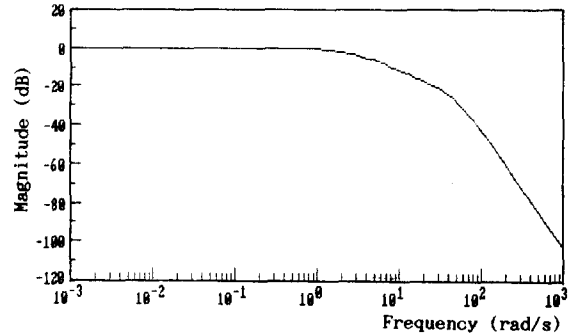


Fig 4. Bode plot of closed loop Transfer Function for lateral motion.

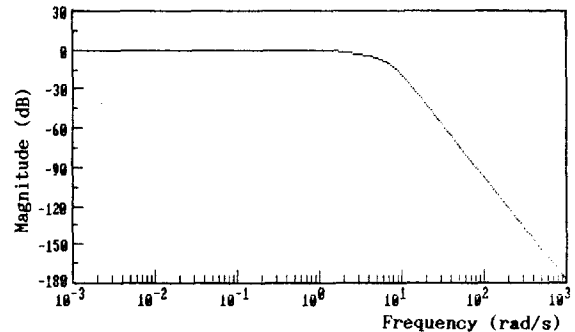


Fig 5. Bode plot of closed loop Transfer Function for longitudinal motion.

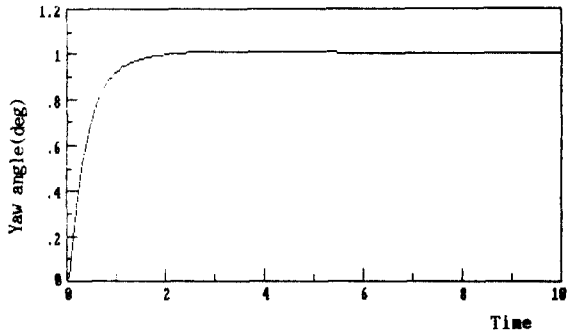


Fig 6. Unit step response of control system for lateral motion

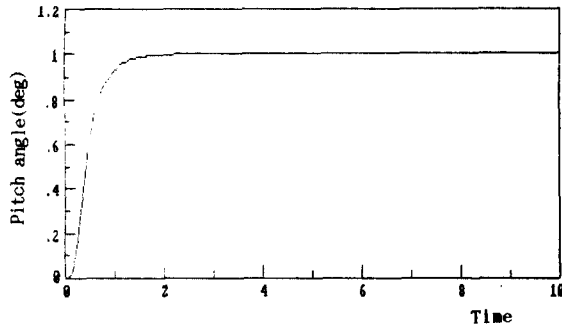


Fig 7. Unit step response of control system for longitudinal motion

[부 록]

- $u, v, w$  : 이동좌표계의  $x, y, z$  방향 속도(m/s)
- $\phi, \theta, \psi$  : roll, pitch, yaw angle(deg)
- $p, q, r$  : roll, pitch, yaw rate(deg/s)
- $\delta_r, \delta_e$  : elevator, rudder의 변형량(deg)
- $X_h, Y_h, Z_h$  : 유체력에 의한 힘 성분(kgm/s)
- $K_h, M_h, N_h$  : 유체력에 의한 모멘트 성분(kgm/s)
- $X_{GB}, Y_{GB}, Z_{GB}$  : 중력과 부력에 의한 힘 성분
- $K_{GB}, M_{GB}, N_{GB}$  : 중력과 부력에 의한 힘 성분
- $W, B$  : 중력, 부력
- $x_B, z_B$  : 무게중심에서 부력중심까지의 거리(m)

6. 참고 문헌

- [1] Davidson, K. S. N. and Leonard I. Schiff, "Turning and Course-Keeping Qualities," Soc. of Naval Arch. Marine Eng., Trans. 1946.
- [2] Minorsky, N., "Directional Stability of Automatically Steered Bodies," An Soc. Naval Eng., Vol. 34, 1922.
- [3] Lopes, L.A., "Motion Equation for Torpedoes," NAVORD Rep. 2090, Feb., 1954.
- [4] Safonov, M. G., "Robustness and Stability Aspects of Stochastic Multivariable Feedback System Design," Ph. D. Thesis, Dept. of EECS, M.I.T., 1979.
- [5] Stein, G., "The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-31, pp. 105-114, Feb., 1987.
- [6] Humphreys, D. E., "Development of the Equations of Motion and Transfer Functions for Underwater Vehicles," NCSL TR 287-76, Jul., 1976.