

국소 거리정보를 얻을수 있는 다중 이동로봇 환경에서의
Hopfield 신경회로 모델을 이용한 충돌회피 경로계획

° 권호열, 변중남

한국과학기술원 전기및전자공학과

A Collision-Free Path Planning for Multiple Mobile Robots
by Using Hopfield Neural Net with Local Range Information

H. Y. Kwon, Z. Bien

Dept. of Electrical Engineering, KAIST

ABSTRACT

In this paper, assuming that local range information is available, a collision-free path planning algorithm for multiple mobile robots is presented by using Hopfield neural optimization network. The energy function of the network is built using the present position and the goal position of each robot as well as its local range information. The proposed algorithm has several advantages such as the effective passing around obstacles with the directional safety distance, the easy implementation of robot motion planning including its rotation, the real-time path planning capability from the totally localized computations of path for each robot, and the adaptivity on arbitrary environment since any special shape of obstacles is not assumed.

1. 서론

산업현장에서 생산자동화를 추진하는 데 필수적인 장비중의 하나가 이동로봇이며, 이들은 임무 수행을 위하여 일반적으로 주행거리계와 함께 초음파, 레이저 또는 시각카메라등을 이용한 국소 거리정보 감지장치를 환경변화의 인식을 위하여 사용한다.[1] 이러한 국소 거리정보 감지능력을 갖춘 다수의 이동로봇이 동일한 작업 공간내에서 각각의 출발점에서 목표점을 향하여 동시에 이동하는 경우, 이들의 경로를 계획한다는 것은 작업공간내의 고정 장애물뿐만 아니라 다른 이동로봇들이라는 시간적으로 변화하는 다수의 장애물에 대한 복잡한 충돌회피 문제를 포함하게 된다.

이러한 문제에 대한 기존의 연구로서는 먼저 두 대의 로봇인 경우에 대해서, 우선순위에 의한 경로상의 시간지연 방법[2]과 각 로봇의 정규화된 이동거리를 표시하는 조정공간에서 충돌회피 제적을 구한 후 시간경로를 얻는 방법[3], 그리고 공간상의 이동 장애물을 공간 및 시간축으로 이루어진 확장공간상의 고정 장애물로 변환시킨 후 시간경로를 구하는 방법[4]등이 있다. 그러나, 이러한 방법들은 세 대이상의 로봇에 대해 직접 확장할 경우에 충돌이 표현되는 공간이 지나치게 커지고 복잡해지기 때문에 최적 시간경로를 해석적으로 구하기 어렵게 되는 문제점이 있다. 한편, 신경회로[5-7]를 이용하면 이와 같이 문제의 파악 및 서술이 복잡한 경우나 변수의 수가 아주 많은 경우등 기존의 해석적인 방법으로 해를 찾기가 곤란한

문제에도 어느정도 근사한 해를 제시할 수 있으므로, 신경최적화 회로[8]를 사용하여 Lee 와 Bien[9]은 여섯 대의 이동로봇이 여섯개의 고정장애물이 있는 작업공간에서 충돌회피 경로계획 및 제어를 할 수 있음을 보였다. 이 방법에서는 하나의 이동로봇에 대한 경로계획을 위하여 모든 장애물 및 로봇에 대한 위치정보를 항상 알수 있다고 가정하였고, 장애물 및 이동로봇을 일정한 안전반경을 갖는 점들로 단순화 하였으며, 이동로봇의 방향성에 대한 고려가 없었다. 또한, Park과 Lee[10]는 다면체로 근사화된 장애물 환경에 놓여진 한대의 로봇에 대해서 같은 신경회로 모델을 사용하여 로봇의 방향성까지 고려한 충돌회피 경로계획을 발표하였다. 그러나, 이 방법은 경로계획 초기에 작업환경에 대한 자세한 정보가 요구될뿐만 아니라, 다수의 이동로봇이 동시에 작업할 때처럼 이동하는 장애물이 있는 경우에는 적용하기 곤란하다.

본 논문에서는 위의 문제를 해결하기 위하여 장애물의 형상에 대해서 특정한 가정을 사용하지 않고 실제로 사용가능한 국소 거리감지장치에 의해 인식되도록 하였으며, 각 이동로봇의 현재위치 및 목표지점의 위치와 함께 주위 환경에 대한 국소 거리정보를 이용하여 에너지 함수를 정의하고, Hopfield의 신경최적화회로 [8]가 이 에너지함수를 최소화하도록 동작하게 함으로써 충돌회피와 아울러 각각의 목표지점에 도달할 수 있는 실시간 경로계획 방법을 제안하였다. 또한, 제안된 방법이 로봇의 위치이동뿐만 아니라, 방향전환 문제에도 유효하게 사용될 수 있음을 컴퓨터 모의실험을 통하여 보였다.

2. 신경회로망에 의한 이동로봇의 충돌회피 경로계획

2-1. 국소 거리정보에 의한 이동로봇의 경로계획 문제

전형적인 2차원 공간상의 이동로봇에 대한 국소 거리정보를 이용한 경로계획 문제는 그림 1과 같다. 여기서 로봇 $R_i, i=1,2,\dots,N$, 는 각각 초기위치 r_i^s 로부터 목표위치 r_i^g 를 향해 이동한다. 그리고, R_i 에 있어서 현재의 위치와 방향이 각각 r_i 와 θ_i 라고 하자. 만일 로봇 R_i 의 주위환경에 대한 국소 거리정보가

$$\theta_i^k = \theta_i + \frac{2\pi}{K}(k-1), \quad k = 1,2,\dots,K, \quad (1)$$

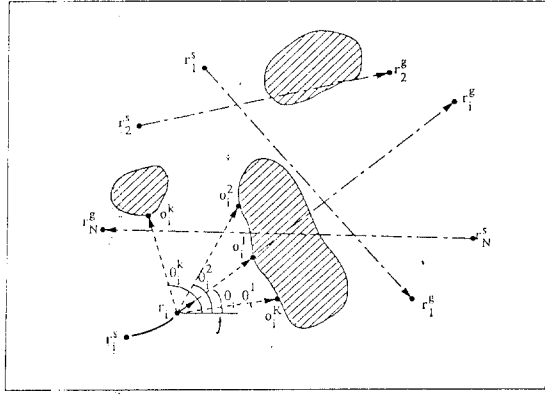


그림 1. 국소 거리정보에 의한 이동 로봇의 경로계획 문제
Fig. 1. Path planning problem for multiple mobile robots by using local range information

의 각 방향에 대해서 각각 d_i^k 로 감지되었다고 가정하면, θ_i^k 방향에서 검출된 장애물의 위치 o_i^k 는 다음과 같이 주어진다.

$$o_i^k = r_i + d_i^k a(\theta_i^k). \quad (2)$$

단, $a(\theta) = (\cos\theta, \sin\theta)^T$ 는 θ 방향의 단위 벡터이다. 또한 각 로봇 R_i 에 있어서 각 θ_i^k 방향에 대한 안전거리 즉, 방향성 안전거리 (Directional Safety Distance) 인 S_i^k 가 주어졌다고 하면, 로봇들의 주변환경에 대한 충돌회피 조건은 다음과 같다.

$$\|o_i^k - r_i\| \geq S_i^k, \quad i=1,2,\dots, N, \quad k=1,2,\dots, K. \quad (3)$$

그러면, 이러한 환경에서 다중 이동로봇의 충돌회피 경로계획 문제는 다음과 같다.

N 개의 이동로봇 $R_i, i=1,2,\dots, N$, 에 있어서 각각의 초기위치 r_i^s , 및 목표위치 r_i^g , 이 주어지고 고정 장애물 및 다른 이동로봇들이 식(2)와 같은 국소 거리정보 $d_i^k, k=1,2,\dots, K$ 로 감지될 수 있을 때, 식(3)의 충돌회피 조건을 만족하면서 r_i^s 부터 r_i^g 에 이르는 각 로봇의 시간에 따르는 위치 벡터 $r_i(t)$ 를 구하라.

다음 절에서는 본 문제를 풀기 위해 먼저 신경 최적화 회로를 간단히 서술한 뒤, 이에 근거하여 경로계획 문제의 에너지 함수를 정의하고, 이를 최소화시켜 문제의 해를 구하도록 한다.

2-2. 신경 최적화회로 모델

N 차원 공간의 벡터 A 및 $D_j, j=1,2,\dots, M$, 파스칼라방 $B_j, j=1,2,\dots, M$, 이 주어졌을 때, 목적 함수

$$\pi = A \cdot V \quad (4)$$

를 다음의 제약조건하에서 최소화 시키는 N 차원 벡터 V 를 구하는 문제를 생각해 보자.

$$\pi \geq 0 \quad (5-1)$$

$$D_j \cdot V \geq B_j, \quad j=1,2,\dots, M. \quad (5-2)$$

먼저, 그림 2와 같은 신경 최적화회로를 사용하면,

$i=1,2,\dots, N$ 에 대해서 다음과 같은 회로 방정식을 얻을 수 있다.

$$-C_i \frac{dU_i}{dt} = A_i + \sum_{j=1}^M D_{ji} f(D_j \cdot V - B_j) + \frac{U_i}{R} \quad (6-1)$$

$$V_i = g(U_i) \quad (6-2)$$

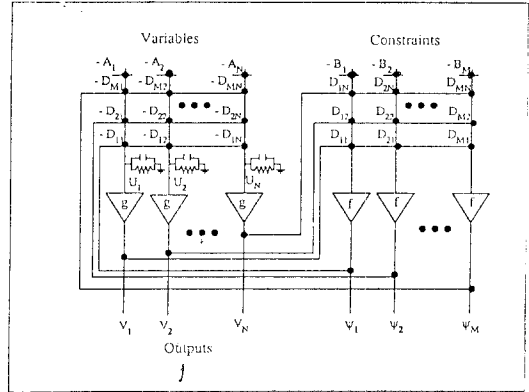


그림 2. 최적화 문제를 위한 신경 회로망 모델
Fig. 2. Neural network model for optimization problem

여기서 $f: R \rightarrow R^+$ 는 단위 계단함수 $u_s(z)$ 를 사용하여 $f(z) = zu_s(-z)$ 로 정의되는 함수이며, $g: R \rightarrow R$ 는 $g(0)=0$ 인 임의의 미분 가능한 단조 증가 함수이다. 또한, 함수 $F: R \rightarrow R$ 를 $f(z) = dF(z)/dz$ 과 같이 정의하자.

이제, 주어진 최적화 문제는 다음과 같은 에너지 함수의 최소화 문제로 변환될 수 있다.

$$E = (A \cdot V) + \sum_{j=1}^M F(D_j \cdot V - B_j) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{R} \int_0^{V_i} g^{-1}(v) dv \quad (7)$$

이 에너지를 최소화 하는 벡터 V 를 구하기 위해 식(7)을 시간 미분하면

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^N \frac{dV_i}{dt} \left[A_i + \sum_{j=1}^M D_{ji} f(D_j \cdot V - B_j) + \frac{U_i}{R} \right] \quad (8)$$

이 되고, 식(6)을 식(8)에 대입하면

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_{i=1}^N C_i \frac{dg^{-1}(V_i)}{dV_i} \left(\frac{dV_i}{dt} \right)^2 \leq 0 \quad (9)$$

이 되어 에너지는 시간에 따라 단조 감소하게 되므로, 최종적으로 이 에너지는 최소상태에 이르고, 이때의 벡터 V 가 최적화 문제의 해가 된다.

2-3. 충돌회피 경로계획을 위한 에너지 함수

충돌회피 경로계획 문제에서 최소화해야 할 에너지 함수는 목적함수로서 각 로봇이 목표지점으로 도달하게 하기 위한 에너지항, 제한조건으로서 각 로봇이 장애물과의 충돌회피를 위한 에너지항, 그리고 신경회로의 내부 에너지에 관한 항의 세부분에 대한 가중함으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
E = & W_1 \sum_{i=1}^N \|r_i^g - r_i\| \\
& + W_2 \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K F(\|o_i^k - r_i\| - S_i^k) \\
& + W_3 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^2 \frac{1}{R} \int_0^{r_{ij}} g^{-1}(z) dz \quad (10)
\end{aligned}$$

여기서 $W_i, i=1,2,3$, 은 가중계수이고, r_{ij} 는 $r_i = (r_{i1}, r_{i2})^T$ 와 같이 정의되는 2차원 공간의 좌표이며, $\|\cdot\|$ 는 벡터의 크기 (Euclidean Norm) 이다. 식(10)의 처음 두 항에서 보는 것처럼, 낮은 에너지는 대략적으로 각 로봇트가 각자의 목표지점에 대해 좀더 접근하였다는 것과 함께 주변 장애물에 대해 보다 많이 떨어져 있다는 것을 의미한다.

이제, 에너지 E 의 시간 미분을 구하면

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dt} = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^2 \frac{dr_{ij}}{dt} \left[W_1 \frac{r_{ij} - r_{ij}^g}{\|r_i^g - r_i\|} \right. \\
& + W_2 \sum_{k=1}^K f(\|o_i^k - r_i\| - S_i^k) \frac{r_{ij} - o_{ij}^k}{\|o_i^k - r_i\|} \\
& \left. + W_3 \frac{g^{-1}(r_{ij})}{R} \right] \quad (11)
\end{aligned}$$

가 되므로, $i = 1, 2, \dots, N$ 및 $j = 1, 2$ 에 대해서

$$\begin{aligned}
-C_i \frac{dr_{ij}}{dt} = & W_1 \frac{r_{ij} - r_{ij}^g}{\|r_i^g - r_i\|} \\
& + W_2 \sum_{k=1}^K f(\|o_i^k - r_i\| - S_i^k) \frac{r_{ij} - o_{ij}^k}{\|o_i^k - r_i\|} \\
& + W_3 \frac{g^{-1}(r_{ij})}{R} \quad (12)
\end{aligned}$$

가 되도록 dr_{ij}/dt 를 선택하면, 식(11)로부터

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^2 C_i \left(\frac{dr_{ij}}{dt} \right)^2 \quad (13)$$

가 일어나므로, 각 로봇트의 위치벡터의 변화에 따라 에너지 E 가 단조 감소하게 되어 최종적으로 최소 에너지가 구해지고 이 과정에서 일어나지는 위치벡터 $r_i(t)$, $i=1, 2, \dots, N$, 들의 궤적이 충돌회피 경로계획의 해가 된다.

2-4. 이동로봇트의 방향회전 및 장애물 우회

앞 절에서 제안된 경로 계획 방법의 또다른 장점으로서 이동로봇트의 방향회전 및 장애물 우회 문제를 효율적으로 처리할 수 있다는 점이 있다. 먼저, 이동로봇트의 방향회전 문제를 생각해 보자.

앞 절에서는 각 이동로봇트에 대해서 진행방향에 무관하게 자체 회전은 고려하지 않았다. 여기서는 간단한 기구학적 모형을 사용하여 이동로봇트의 자체 회전을 구현할 수 있음을 보인다.

사용된 이동로봇트의 기구학적 모형은 그림 3과 같다. 로봇트 R_i 의 이동중의 m 번째 스텝에서의 위치와 방향을 각각 $r_i(m)$ 과 $\theta_i(m)$ 라고 하자. 국소 거리감지 장치의 위치 $r_i^F(m)$ 은 $r_i(m)$ 으로부터 $\theta_i(m)$ 방향으로 거리 l_i 만큼 떨어진 곳에 있다.

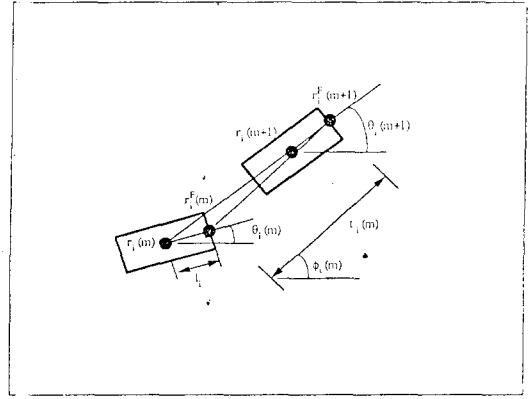


그림 3. 이동로봇트의 방향회전에 대한 기구학적 구조
Fig. 3. The kinematics for rotation of mobile robot

$$r_i^F(m) = r_i(m) + l_i a(\theta_i(m)) \quad (14)$$

이동로봇트 R_i 의 구동은 일종의 전륜구동형으로서 식(12)의 dr_{ij}/dt , $j=1,2$, 에 비례하는 구동력 벡터 $t_i(m)a(\phi_i(m))$ 가 얻어지고, 이것이 $r_i^F(m)$ 에 작용한다고 하자.

$$r_i^F(m+1) = r_i^F(m) + t_i(m)a(\phi_i(m)) \quad (15)$$

그러면, $m+1$ 번째 스텝에서의 이동로봇트의 위치와 방향은 다음과 같이 얻어진다.

$$r_i(m+1) = r_i^F(m+1) - l_i \frac{(r_i^F(m+1) - r_i(m))}{\|r_i^F(m+1) - r_i(m)\|} \quad (16-1)$$

$$\begin{aligned}
\theta_i(m+1) = & \theta_i(m) \\
& + \cos^{-1} \left(\frac{(r_i^F(m+1) - r_i(m)) \cdot a(\theta_i(m))}{\|r_i^F(m+1) - r_i(m)\|} \right) \quad (16-2)
\end{aligned}$$

그러면, 새로 정의된 로봇트의 위치 및 진행 방향에 대해서 얻어진 국소 거리정보로부터 다음 스텝을 위한 경로계획이 실행되므로 이러한 과정을 반복함에 의하여 자연스러운 이동로봇트의 방향 회전이 얻어지게 되는 것이다.

다음으로, 장애물 우회 문제를 생각해 보자. 2-1절에 소개된 방향성 안전거리 S_i^k 개념은 로봇트 R_i 를 중심으로 하여 각 방향 θ_i^k , $k=1, 2, \dots, K$, 에 대해 최소한으로 확보되어야 할 주변 장애물들과의 거리를 의미하는 것을 상기하자. 이러한 방향성 안전거리는 이동로봇트의 형상과 이동속도에 관련하여 결정할 수 있다. 즉, 만일 로봇트 R_i 의 속도가 매우 느리다면, S_i^k 는 거리감지장치의 위치로부터 각 방향으로 로봇트 R_i 의 최외각 경계선에 이르는 거리에 비례하도록 하고, 속도가 점점 빨라지면 이에 따라 이동로봇트의 진행방향의 안전거리를 보다 크게 확보하도록 하는 것이다.

하나의 예로서, 이동로봇트 R_i 가 한 번의 길이가 R 인 정사각형이고 거리감지장치가 사각형의 중앙에 있으며 속도 v_i 로 이동하는 경우에 $k=1, 2, \dots, K$, 에 대해서 아래와 같은 방향성 안전거리를 사용할 수 있다.

$$\begin{aligned}
S_i^k = & W_1 \frac{R}{2} (1 + \tan^2 \Phi \left(\frac{2\pi}{K} (k-1) \right)) \\
& + W_2 \|v_i\| (1 + \cos \frac{4\pi}{K} (k-1)) \quad (17)
\end{aligned}$$

단,

$$\Phi(\theta) = \begin{cases} |\theta| - \pi/2 & \text{if } \pi/4 \leq |\theta| < 3\pi/4 \\ |\theta| & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

이며, W_1, W_2 는 음수가 아닌 적당한 상수이다. 그림 4에서 식(17)에 의한 방향성 안전거리를 사용하여, 고정된 원형장애물에 대하여 로봇의 이동속도에 따라 변하는 충돌회피 경로계획의 예를 보였다.

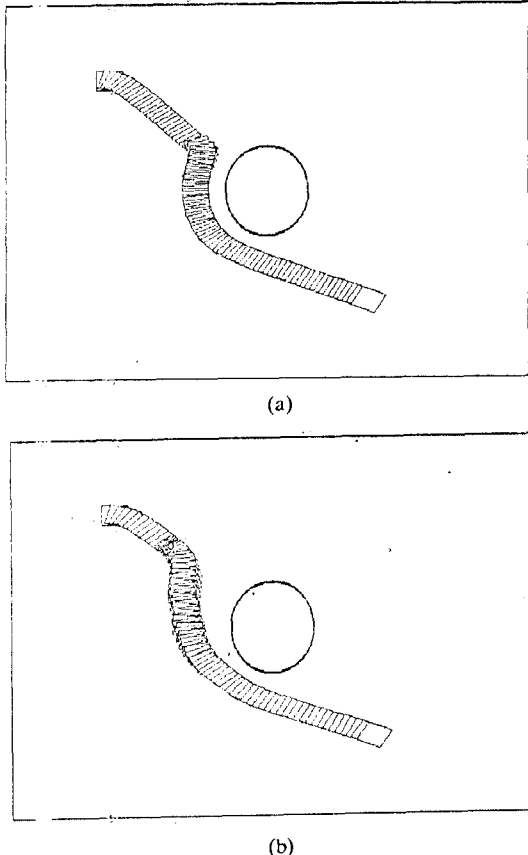


그림 4. 로봇의 이동속도에 적응하는 충돌회피 경로의 구현 (a) 진행방향에 대한 안전거리 보상이 없는 경우 (b) 진행방향에 대한 안전거리 보상이 있는 경우
Fig. 4. Collision-free path is adapted on the moving velocity of mobile robot (a) the moving directional safety distance is not compensated (b) the moving directional safety distance is compensated

3. 컴퓨터 모의실험 결과 및 검토

제한된 경로계획 방법의 타당성을 보이기 위한 컴퓨터 모의실험이 IBM PC/AT 에서 C 언어를 사용하여 수행되었다. 실험에서 각 이동로봇의 초기위치 및 목표위치는 미리 주어지지만, 장애물에 대한 국소 거리정보는 허큘리스 그래픽 화면에 고정장애물과 다른로봇들을 그린후 이동로봇 주위의 16방향에 대해서 그래픽 메모리상의 화소 정보를 이용하여 계산하였다. 본 실험에서 매 스텝마다 로봇들은 순번적으로 이동하도록 했으며, 따라서 다수의 로봇들이 서로 마주칠 때 갖는 우선순위는 고정되지 않으며 그 상황에 먼저 들어온 순서에 따른다.

먼저, Lee와 Bien[9] 이 사용한 다중로봇과 다수의

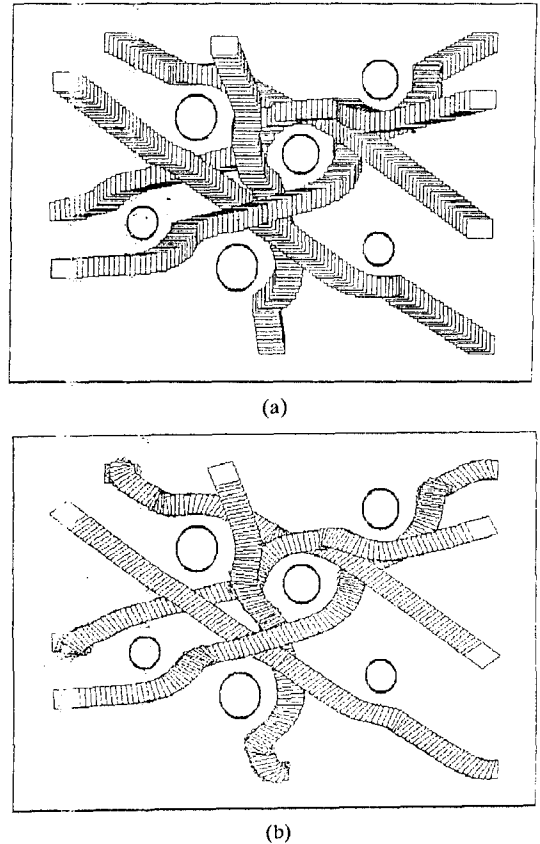


그림 5. 다중로봇과 다수의 원형 고정장애물 환경에 대한 국소 거리정보를 이용한 경로계획 (a) 이동로봇의 방향회전이 없는 경우 (b) 이동로봇의 방향회전이 있는 경우
Fig. 5. Path planning for multiple robots with circular shaped obstacles by using local range information (a) translation motion only (b) translation and rotation motion

고정장애물 환경에 대하여 행한 경로계획을 이동로봇의 방향회전의 유/무인 경우에 대하여 그림 5에 나타내었다. 또한, Lee와 Park[10] 이 사용한 것과 같은 단일 이동로봇과 다각형 장애물 환경에 대하여 역시 경로 계획을 행한 것을 그림 6에 나타내었다. 주목할 점은 위의 두가지 환경에 대하여 전혀 동일한 방법으로 경로 계획이 수행되었으며, 이것은 두 종류의 환경의 혼합 형태에도 제안된 방법이 효과적일 것이라는 것을 보여준다. 또한, 제안된 방법은 각 이동로봇에 대하여 완전히 독립적으로 적용되므로써, 작업 공간내에 존재하는 로봇의 수가 늘어나더라도 각각에 있어서 경로계획을 위한 계산 시간은 일정하다는 특징을 갖는다.

한편, 본 알고리즘에서 사용한 에너지 함수가 갖는 국소 최소점에 의하여 로봇들과 장애물들 사이의 상호 배치가 평형을 이루는 경우와 같이 이동로봇이 목표지점에 도달하지 못하는 경우도 일어날 수도 있는 바, 이런 경우에는 Lumelsky와 Stepanov[11] 가 제안한 방법을 부분적으로 인용하여 일단 장애물의 경계선을 따라 이동하여 국부 최소점보다 목표지점에 가까우면서 목표를 향해 진행할 수 있는 위치에서 다시 국소 거리정보를 이용한 경로계획을 수행하기 시작하면 된다.

4. 결 론

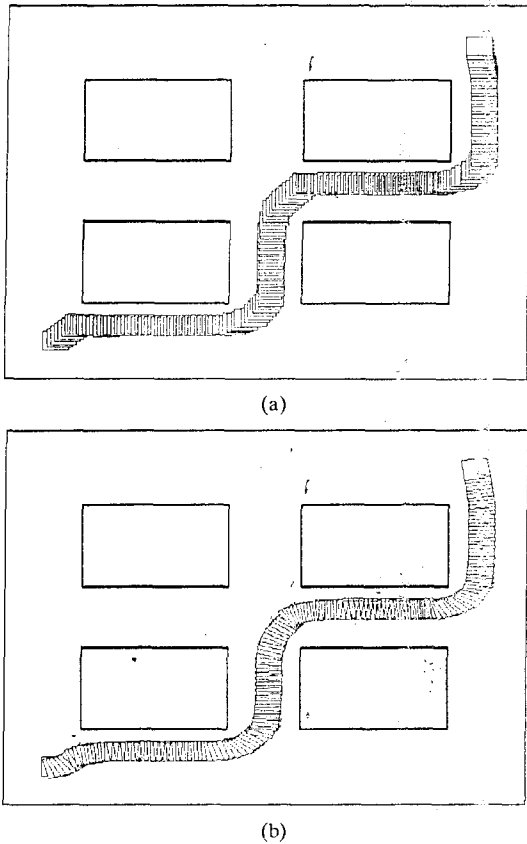


그림 6. 단일 로봇과 다수의 다각형 고정장애물 환경에 대한 국소 거리정보를 이용한 경로계획 (a) 이동로봇의 방향회전이 없는 경우 (b) 이동로봇의 방향회전이 있는 경우
 Fig. 6. Path planning for a single robot with polygonal obstacles by using local range information (a) translation motion only (b) translation and rotation motion

본 논문에서는 다수의 이동 로봇트가 동일한 작업 공간내에서 각각의 출발점에서 목표점을 향하여 동시에 이동하는 경우에 장애물 및 다른 이동로봇과 충돌하지 않고 목표점에 도달할 수 있는 방법이 연구되었다. 이들의 경로를 계획하기 위하여 생체 신경모델인 Hopfield의 신경 최적화회로를 이용하였으며, 각 이동로봇의 주위 환경에 대한 국소 거리정보와 함께 현재위치 및 목표지점의 위치를 이용하여 이 회로의 에너지 함수를 정의함으로써 충돌회피와 아울러 각각의 목표지점에 도달할 수 있는 실시간 경로계획 방법을 제안하였다. 또한, 충돌회피를 위하여 이동로봇의 형상과 진행방향을 고려한 방향성 안전거리 개념을 도입함으로써 장애물 우회를 효과적으로 실현하였으며, 이동로봇의 구동위치와 기구학적 특성을 고려함으로써 제안된 방법이 로봇의 위치이동뿐만 아니라, 방향전환 문제에도 유효하게 사용될 수 있음을 보였다. 끝으로, 컴퓨터 모의실험을 통하여 본 연구의 타당성을 보였다.

제안된 경로계획 방법의 장점은 각 로봇트의 경로계획이 독자적으로 이루어지는 비집중 제어방식을 취할 뿐 아니라, 이동로봇의 환경인식에 있어서 실제적인 중요성을 갖는 국소 거리정보를 충돌회피에 이용하며, 장애물에 대한 특정한 기하학적 모델을 사용하지 않으므로 임의의 형상을 갖는 장애물 및 작업환경에도 잘 적용할 수 있다는 점이다.

- [1] Tsumura, "Survey of Automated Guided Vehicle in Japanese Factory", *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Autom.*, San Francisco, Cal., pp. 1329-1334, 1986.
- [2] B. H. Lee and C. S. G. Lee, "Collision-Free Motion Planning of Two Robots", *IEEE Trans. on Syst., Man, and Cybern.*, Vol. SMC-17, No. 1, pp. 21-32, Jan/Feb. 1987.
- [3] Y. S. Shin and Z. Bien, "A Novel Method of Collision-Free Trajectory Planning for Two Robot Arms", *Proc. IEEE Int. Conf. on Syst., Man, and Cybern.*, Vol. 2, pp. 791-794, 1988.
- [4] K. Fujimura, and H. Samet, "A Hierarchical Strategy for Path Planning Among Moving Obstacles", *IEEE Trans. on Robotics and Autom.*, Vol. 5, No. 1, pp. 61-69, Feb. 1989.
- [5] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, *Parallel Distributed Processing*, Vol. 1, MIT Press, pp. 318-364, 1986.
- [6] J. J. Hopfield and D. W. Tank, "Computing with Neural Circuits: A Model", *Science*, Vol. 233, pp. 625-633, Aug. 1986.
- [7] K. Tsutsumi and H. Matsumoto, "Neural Computation and Learning Strategy for Manipulator Position Control", *Int. Conf. on Neural Network*, Vol. 4, pp. 525-534, 1987.
- [8] D. W. Tank and J. J. Hopfield, "Simple "Neural" Optimization Networks: An A/D Converter, Signal Decision Circuit, and a Linear Programming Circuit", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol. CAS-33, No. 5, pp. 533-541, May 1986.
- [9] J. Lee and Z. Bien, "Collision-free Trajectory Control for Multiple Robots Based on Neural Optimization Network", *Robotica*, Accepted for publication.
- [10] J. Park and S. Lee, "Neural Computation for Collision-free Path Planning", *Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Network*, Vol. 2, pp. 229-232, Washington DC, Jan. 15-19, 1990.
- [11] V. J. Lumelsky and A. A. Stepanov, "Dynamic Path Planning for a Mobile Automaton with Limited Information on the Environment," *IEEE Tr. on Autom. Contr.*, Vol. AC-31, No.11, pp.1058-1063, Nov. 1986.