

자기부상 베어링의 제어에 대한 연구

이 교 일 한 동 철 백 승 현 이 정 훈 장 인 배
 서울대학교 공과대학 기계설계학과

(A Study on the Stabilization of Magnetically Suspended Bearing System)

Kyo Il Lee Dong Chul Han SeungHeon Baik JungHoon Lee InBae Chang

Dept. of Mechanical Design & Production Eng.

Seoul National University

ABSTRACT

Optimal control systems for a radial magnetic bearing are proposed and tested. An electromagnet system model is developed to predict bearing forces as functions of changing coil currents and rotor position. Models of the multi-mass rotor supported by the magnetic bearings are developed and confirmed, and theoretical relationships are expressed in the form of state equation. As a result of computer simulation, the state feedback with optimal procedure is considered to be more effective for magnetic bearing systems than the classical method.

1. 서론

인간의 활동범위가 점차 확대되면서 가혹한 작업환경에서도 작동할 수 있는 기계시스템이 요구되고 있다. 예를 들면 무중력, 진공상태인 우주환경, 초고압 및 염수에 의한 화학반응이 있는 심해, 또는 흑서의 사막 등이 그것이다. 이러한 환경 속에서 원활한 동작을 하기 위해 자기 부상식 기계시스템 개발이 요구되고 있다.

자기부상 베어링은 회전하는 축을 전자기력으로 부상시켜 지지하고 축의 회전에 의한 진동을 능동적으로 제어하는 베어링 시스템이다.

자기부상 베어링은 비접촉 운동을 하게 되므로 기존의 베어링에 비하여 현격한 마찰감소가 이루어져 발열, 소음, 동력손실 면에서 우수한 기능을 발휘하며 앞서 열거한 모든 가혹조건에서도 원활히 작동되어 사용범위가 확대되고 있다.

부상운동 시스템의 최초 연구는 1869년 파리 만국 박람회에 발표되었던 Girard의 시스템을 들 수 있다. 이후로 연구는 주로 열차의 부상에 관심을 두고 진행되었고 20세기에 들어와서는 공기나 유체를 이용한 베어링 시스템의 연구가 진행되어 오고 있다. Beams는 1949년 1/64"의 로우터를 자기력으로 부상시켜 진공중에서 800,000 rps로 회전을 시켰다. [1] UVA에서는 1970년대부터 기초연구를 진행하여 최근에는 공진점 근처에서의 거동을 고찰하는 실험을 수행하였다. [7]

본 연구에서는 우선 전기 시스템과 기계 시스템을 각각 모델링한 다음 전체 상태방정식을 유도하였다. 1 자유도 모델에 대하여 그 특성을 고찰한 후, 3 자유도 모델을 설계하였다. 제시된 모델은 선형화하여 상태방정식의 형태로 나타냈다.

끝으로 시스템에 적합한 제어 알고리즘을 선정하여 시뮬레이션을 수행하였으며, 최적제어 알고리즘에 대해 고찰하였고 주어진 모델의 안정화에 적용가능함을 확인하였다.

2. 자기부상 베어링 해석

(1) 1 자유도 모델

누설되는 자기력은 무시될 수 있으며, 공극의 리럭턴스 (reluctance)가 철심부보다는 훨씬 크다는 가정하에 인덕턴스, 힘-전류, 힘-공극크기의 관계들이 다음식으로 주어진다.

$$L(l) = \frac{\mu_0 N^2 A}{l(t)}$$

$$F(i, l) = \frac{B^2 A}{\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left[\frac{i(t)}{l(t)} \right]^2$$

다음에 힘과 전류, 힘과 공극 사이의 관계를 도시하였다.

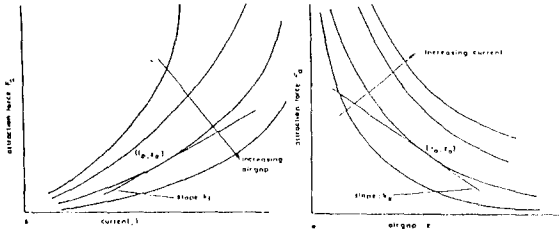


Fig.1 Force - Current Relation, Force - Air Gap Relation

Fig. 1 을 보면 힘과 공극은 서로 불안정한 관계에 있음을 알 수 있다. 즉, 공극이 감소하면 힘은 증가되어 공극이 더욱 감소되는 방향으로 배치가 이루어지고 공극이 증가하면 힘은 감소되어 공극이 더욱 증가되는 방향으로 전자석 시스템의 배치가 이루어짐을 알 수 있다.

이와같이 인력식 자기부상 베어링은 기본적으로 불안정한 시스템이다. 이러한 시스템을 되먹임제어로서 안정화시키고 그 특성을 고찰하기위해 시스템을 선형화시키기로 한다.

Fig.2는 자기부상 베어링 시스템의 단면 개략도이다.

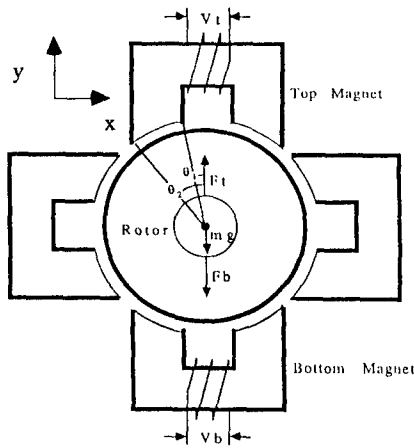


Fig.2 Magnetic Levitation Bearing - Cross Section View

외부의 힘을 상하운동에 대해서만 표시했는데 그것은 x 방향과 y 방향의 자기력이 독립적으로 작용하기 때문에 한 방향에 대해서 모델링을 해도 무관하기 때문이다.

상부전자석과 하부전자석은 로우터의 상하운동에 함께 영향을 주는데, 상부전자석에 흐르는 전류와 하부전자석에 흐르는 전류는 독립적으로 제어가 가능하므로, 이 시스템은 두 개의 입력을 가지는 다변수 시스템이 된다.

동작점에서의 공극을 $\Delta\delta_{t0}$, $\Delta\delta_{b0}$, 공극의 평균변화량을 $\Delta\delta_t$, $\Delta\delta_b$, y축에서 자극면의 중심까지의 각도를 θ_p 라 할 때 y축 방향으로의 로우터의 움직임과 공극의 변화량 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\alpha = \frac{1}{\cos \theta_p}$$

이 때 로우터의 좌우방향의 움직임은 공극의 평균변화량 계산에서 서로 상쇄되어 평균공극의 상하변동에 영향을 미치지 못하는 것을 알 수 있다. 또한 상하의 움직임은 좌우공극의 평균변화에 영향을 주지 못하게 되어 결국 이 부상시스템의 상하방향과 좌우방향의 운동은 완전히 분리(decoupling)되어 표현된다.

자극면에 수직으로 작용하는 힘이 상하로 작용하는 정도를 나타내는 형상계수를 β 라 하면 이 값은 다음과 같이 주어진다.

$$\beta = \frac{\sin \theta_2 - \sin \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}$$

여기서 θ_1, θ_2 는 Fig.2에 나타난 바와 같다.

상하방향의 운동에 대하여 다음과 같은 전자기력 관계식을 얻는다.

$$L(\delta_t) = \frac{\mu_0 N^2 A}{2 \delta_t}$$

$$L(\delta_b) = \frac{\mu_0 N^2 A}{2 \delta_b}$$

$$F_t(i_t \delta_t) = \beta \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left[\frac{i_t}{\delta_t} \right]^2$$

$$F_b(i_b \delta_b) = \beta \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left[\frac{i_b}{\delta_b} \right]^2$$

전자석에 흐르는 전류와 입력전압과의 관계식은 다음과 같다.

$$v_t(t) = R i_t(t) + \frac{\mu_0 N^2 A}{2} \frac{d}{dt} \left[\frac{i_t(t)}{\delta_t(t)} \right]$$

$$v_b(t) = R i_b(t) + \frac{\mu_0 N^2 A}{2} \frac{d}{dt} \left[\frac{i_b(t)}{\delta_b(t)} \right]$$

로터와 전자석간의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m \ddot{y} = F_t - F_b - mg$$

동작점에서의 관계식은 다음과 같이 유도된다.

$$i_t = i_{to}; i_b = i_{bo}; \delta_t = \delta_{to}; \delta_b = \delta_{bo}$$

$$v_{to} = i_{to} R$$

$$v_{bo} = i_{bo} R$$

$$F_{to} - F_{bo} = \frac{\mu_o N^2 A}{4} \left(\left[\frac{i_{to}}{\delta_{to}} \right]^2 - \left[\frac{i_{bo}}{\delta_{bo}} \right]^2 \right) = mg$$

위의 방정식들을 기하학적 관계와 형상계수를 고려하여 동작점 부근에서 선형화 시키면 다음의 상태방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \ddot{\delta} \\ \Delta i_t \\ \Delta i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{\delta t} + k_{\delta b}}{\mu \alpha} & 0 & -\frac{k_{it}}{\mu \alpha} & \frac{k_{ib}}{\mu \alpha} \\ 0 & \frac{k_{\delta t}}{k_{it}} & -\frac{R}{L_o} & 0 \\ 0 & -\frac{k_{\delta b}}{k_{ib}} & 0 & -\frac{R}{L_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \dot{\delta} \\ \Delta i_t \\ \Delta i_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_o} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_t \\ \Delta v_b \end{bmatrix}$$

$\Delta v_t \quad \Delta v_b$: 입력전압의 변화량

$$k_{\delta t} = \frac{\beta \mu_o N^2 A i_{to}}{2 \delta_{to}^2} \quad : \text{position stiffness의 절댓값}$$

$$k_{it} = \frac{\beta \mu_o N^2 A i_{to}^2}{2 \delta_{to}^3} \quad : \text{current stiffness}$$

$$L_o = \frac{\mu_o N^2 A}{2 \delta_{to}} \quad : \text{동작점에서의 인덕턴스}$$

R : 전체저항

(2) 3자유도 집중 파라미터 모델

Fig. 3은 앞절에서 제시된 1자유도 모델을 근거로 하여 도출된 자기부상 베어링의 집중 파라미터 모델의 개념도다.

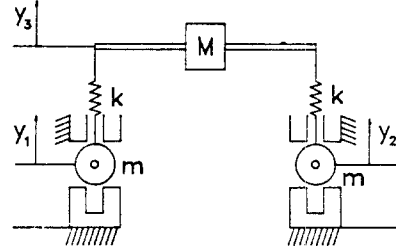


Fig. 3 Magnetic Bearing System - 3 DOF Lumped Parameter Model

무게 M의 로터에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$M \ddot{y}_3 = -k(y_3 - y_1) - k(y_3 - y_2) - mg$$

여기서 k는 축의 휨 강성이다.

무게 m의 양쪽에 위치한 로터의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m \ddot{y}_i = F_{it} - F_{ib} + k(y_3 - y_i) + mg$$

$i = 1, 2$

동작점에서의 힘관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\beta \mu_o N^2 A}{4} \left(\left[\frac{i_{to}}{\delta_{to}} \right]^2 - \left[\frac{i_{bo}}{\delta_{bo}} \right]^2 \right) = \bar{m} g$$

$$\delta_{to} = \delta_{bo} = \delta_o$$

$i = 1, 2$

$$\bar{m} = \frac{1}{2} (2m + M)$$

그리고, 동작점 부근에서 선형화된 상태방정식은 다음과 같다. (각 각의 행렬은 APPENDIX를 참조하라)

$$\dot{x} = A x + B u$$

3. 시스템 특성 및 제어 이론

(1) 시스템 특성

앞절에서 제시된 두가지 시스템 모두는 적어도 하나의 고유치를 복소수 평면의 우측에 가지고 있는 불안정한 시스템이다. 이 시스템은 비례-미분 제어 또는 시스템 상태변수들의 피드백 제어를 통해 안정화시킬 수 있다.

(2) 비례 미분 제어 (Proportional Derivative Control)

시스템을 안정화시키는 방안으로 비례 미분제어기를 고찰하였다. 제어기로 들어오는 신호는 전자기력이 전달되는 각 로우터의 변위로 정했고, 출력신호는 코일 양단에 걸리는 각각의 전압으로 정했다. 근궤적법을 이용하여 산출된 이득값은 다음과 같다.

$$K_p = 67000 \quad K_d = 70$$

(3) 최적 제어 이론 (Linear Optimal Regulator Control)

시스템의 상태방정식을 다음과 같이 정했을 때

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

시스템의 안정화를 위한 상태변수와 제어입력을 고려하면 최적제어의 목적함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\min J(x, u, t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \{ x^T Q x + u^T R u \} dt$$

위의 시스템에 대한 해가 존재하기 위해서는 다음의 조건이 만족되어야 한다.

- (A,B)는 완전 가제어 (completely controllable)
- (C,A)는 완전 가관측 (completely observable)
- Q는 positive semidefinite, R은 positive definite

시불변 시스템의 정상상태 응답에 대해서 최적 제어입력은 다음과 같이 계산된다.

$$u(t)_{op} = -R^{-1}B^T P x(t) = -Kx(t)$$

여기서 행렬 P는 다음 리카티방정식 (Riccati Eq.)의 해다.

$$0 = PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q$$

4. 시뮬레이션

2장에서 유도된 각각의 모델에 대해 3장의 안정화 제어를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

먼저 비례미분 제어기의 이득을 조사하였고, 산출된 이득으로 과도응답과 주파수응답을 고찰하였다.

Fig.4, Fig.5, Fig.6은 기준입력을 0으로하고 초기 공극값을 0.35mm로 하였을때 나타나는 과도응답인데, 근궤적법을 이용하여 선정된 제어기임에도 불구하고, 특정 주파수성분이 남아 진동이 계속되고 있음을 알 수 있다. Fig.7은 주파수응답으로서 공진주파수에서의 회전축 증상의 변위량이 60mm가량되는데 이는 시스템이 그 지점에서 극히 불안정해짐을 의미한다.

Fig.8, Fig.9, Fig.10, Fig.11은 최적제어를 수행한 결과다. 이때 Q행렬의 가중치와 시스템 파라미터의 영향을 각각 시행착오적으로 고찰하여 Q행렬과 R행렬을 결정했다. 그 결과 Q행렬에서 공극변화속도와 관련된 대각성분 가중치가 가장 민감한 반응을 보임을 알 수 있었다. 그리고, 고차 시스템으로 모델링이 복잡해질수록 고주파 성분의 영향이 증가되었다. 각 파라미터의 조절 또는 가중치의 조절로 시스템의 특성을 변화시킬 수 있었다. 이는 고유진동수를 능동적으로 변화시켜 시스템을 제어할 수 있음을 의미한다.

전반적으로 비례 미분 제어에 비해 최적제어가 자기부상 베어링 시스템을 상당히 안정시킴을 알 수 있다.

5. 결론

○ 자기부상 베어링 시스템의 1자유도 및 3자유도 집중질량 모델을 제시하였다. 각 관계식을 선형화하여 상태방정식의 형태로 나타내었다.

○ 기본적으로 불안정한 인력식 자기부상 베어링 시스템은 안정 영역에서 작동시킬 수있음을 최적제어 알고리즘을 적용하여 확인하였다.

○ 시뮬레이션 결과 시스템의 파라미터와 가중치행렬(Q,R)을 변화시켜 시스템 특성을 변화시킬수 있음을 알 수 있었다.

- PD Controller Response - Response to Initial Condition

- Nominal Air Gap = 0.7 mm

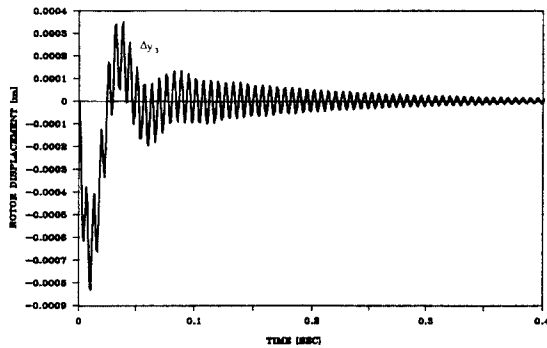


Fig.4 Middle Rotor Displacement Variation

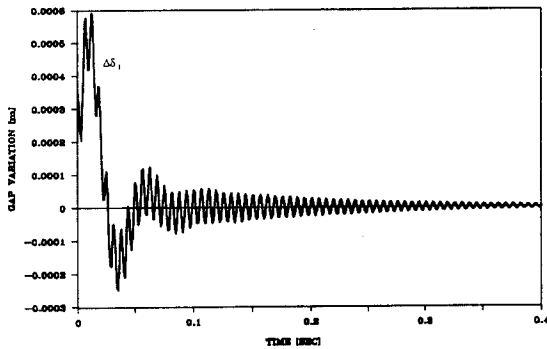


Fig.5 Air Gap Variation (Init. = 0.35 mm)

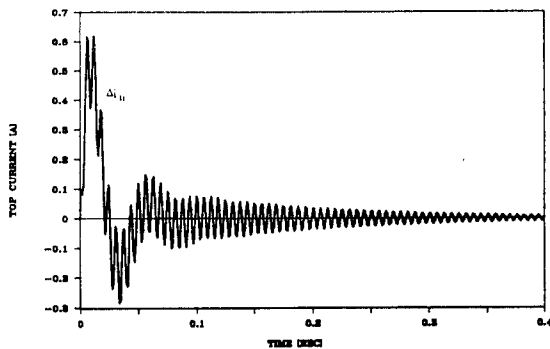


Fig.6 Current Variation (Nom. = 0.64 A)

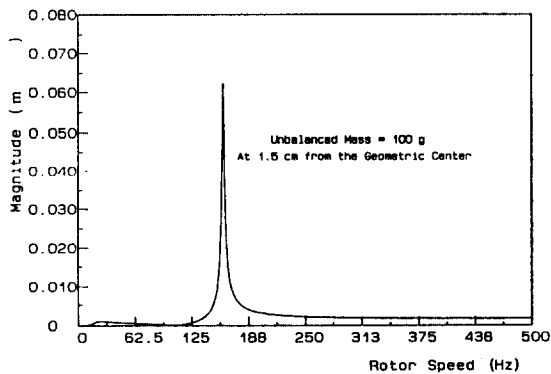


Fig.7 Frequency Response - Middle Rotor Displacement

- Optimal Regulator Response - Response to Initial Condition

- Nominal Air Gap = 0.7 mm

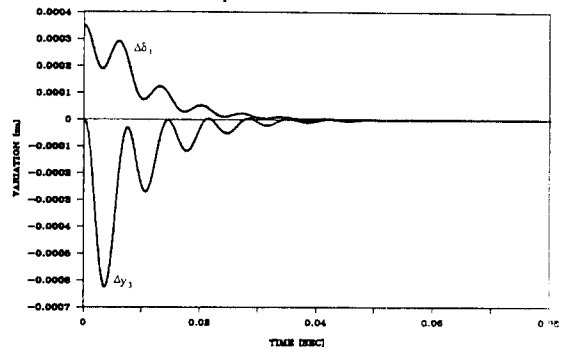


Fig.8 Displacement Variations (Init. Air Gap = 0.35 mm)

- Optimal Regulator Response - Impulse Response

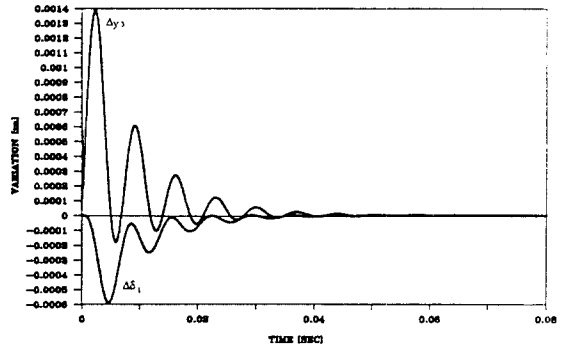


Fig.9 Displacement Variations

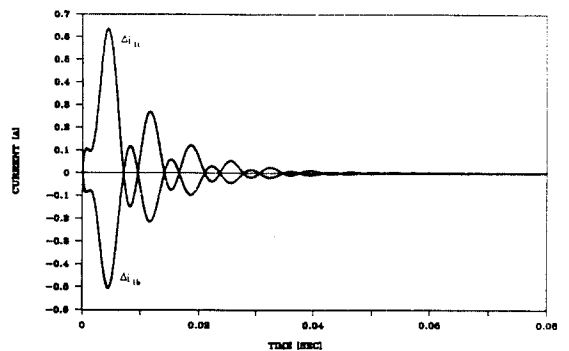


Fig.10 Current Variation (Top Nom.=0.64A, Bot. Nom.=0.52A)

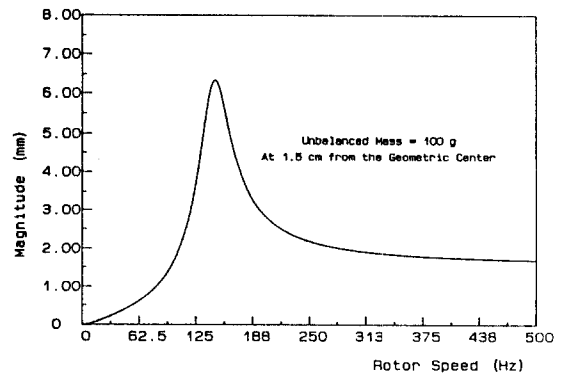


Fig.11 Frequency Response - Middle Rotor Displacement

5. APPENDIX - 시스템모델의 행렬요소

A :

$$\begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{2k}{M} & 0 & \frac{k\alpha}{M} & 0 & 0 & 0 & \frac{k\alpha}{M} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{k}{m\tau} & 0 & \frac{k\delta_b + k_{ib}}{m\tau} & 0 & \frac{k_{ih}}{m\tau} & \frac{k_{ib}}{m\tau} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{k_{ih}}{I_o} & \frac{R}{I_o} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{k_{ib}}{k_{ih}} & 0 & \frac{R}{I_o} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 \frac{1}{m\tau^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{ih} + k_{ib}}{m\tau} & 0 & \frac{k_{ih}}{m\tau} & \frac{k_{ib}}{m\tau} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{ih}}{I_o} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{ib}}{I_o} & 0
 \end{pmatrix}$$

B :

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{1}{I_o} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{1}{I_o} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{1}{I_o} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_o}
 \end{pmatrix}$$

x :

$$\begin{pmatrix}
 \Delta y_1 \\
 \Delta y_2 \\
 \Delta \delta_1 \\
 \Delta \delta_2 \\
 \Delta u_1 \\
 \Delta u_2 \\
 \Delta \delta_3 \\
 \Delta \delta_4 \\
 \Delta u_3 \\
 \Delta u_4
 \end{pmatrix}$$

u :

$$\begin{pmatrix}
 V_{11} \\
 V_{12} \\
 V_{21} \\
 V_{22}
 \end{pmatrix}$$

6. 참고 문헌

- [1] J.W.Beams, " Magnetic Suspension for Small Rotors," The Review of Scientific Instruments, Vol.21, No.7, 1949.
- [2] Stanway, R. and Burrows, " Active Vibration Control of a Flexible Rotor on Flexibly-Mounted Journal Bearings," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 103, 1981.
- [3] V. Gondhalekar and R. Holmes, " Design of a radial electromagnetic bearing for the vibration control of a supercritical shaft," Proc. Instr. Mech. Engrs., Vol. 198, 1984.
- [4] 백승현, " 자기베어링의 비례-미분제어에 대한 연구," 석사 학위논문, 서울대학교, 1990.
- [5] Thomas Lange, " Optimal Magnetic Bearing Control for High-Speed Momentum Wheels," American Int. of Aeronautics and Astronautic, Inc., 1985
- [6] Humphris, R.R., Kelm, R. D., Lewis, D.W., and Allaire, P. E., "Effect of Control Algorithms on Magnetic Journal Bearing Properties," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 108, 1986.
- [7] F.J.Keith, R.D.Williams, and P.E.Allaire, " Digital Control System Design for Active Magnetic Bearings," Report No. UVA/643092/MAE88/375, 1988.
- [8] Chong-Won, Lee and Jong-Sun Kim, " Suboptimal Vibration Control of Flexible Rotor Bearing System by Using a Magnetic Bearing," 89.KACC.Vol.2.1989.
- [9] P.K.Sinha, "Electromagnetic Suspension - Dynamics and Control," IEE. Control Eng. Series. 30.1987.
- [10] John M. Vance, " Rotordynamics of Turbomachinery, " Wiley Interscience. 1987.
- [11] L.Meirovitch, " Elements of vibration Analysis," McGraw-Hill , 1986.
- [12] P.K.Sinha, " Multivariable Control ," Dekker, 1984.
- [13] Daniel J. Inman, "Vibration with Control Measurement and Stability," Prentice-Hall International, 1989.