

로터-베어링/로터-베어링-스테이터로 구성된 회전체 진동에 관한 연구

주 성 현,* 김 광 식,** 김 창 호,*** 이 성 철****

(A Study on the Vibration of Rotordynamic System Structured Rotor-Bearing and Rotor-Bearing-Stator.)
(Sung-Hyun Joo, Kwang-Sic Kim, Chang-Ho Kim, Sung-Chul Lee)

1. 서 론

로터-베어링축계는 증기 및 가스터빈, 터보 발전기, 압축기등 거의 모든 산업 기계류에서 동력 전달의 기본 도구로서 사용되고 있다. 즉 회전체에 의한 동력의 전달은 비교적 간단히 대용량의 동력을 효율적으로 전달할 수 있다. 이에따라 회전기계류에 대한 연구는 산업 혁명 이후 꾸준히 발전되어 온바, 특히 근래에 들어와 산업기계류의 경장이 치밀하여짐에 따라 산업기계류의 고정밀화, 고속화, 고신뢰화 요구가 증대하고 있는 현실을 비추어 볼 때, 산업 기계류의 근간을 이루고 있는 로터-베어링 축계의 안정성을 포함한 진동에 관한 문제는 회전기계류 설계의 주요 기술로서 연구·개발의 필요성이 매우 높다 하겠다.

회전축계 진동관련 연구는 두 분야로 대별될 수 있는데 언밸런스(Unbalance)에 의한 Synchronous진동과 여러가지 원인에 의해 계의 불안정성을 유발시키는 Nonsynchronous진동으로 나눌 수 있다.

본 연구에서는 이들 연구의 기본이 되는 회전축-베어링계 동특성 해석 프로그램을 개발하였다. 여러 가지 방법이 있으나 여기서는 Holzer가 비틀림진동에 적용하고, Mykiestad(2)와 Prohl(3)에 의하여 회전축의 횡진동에 적용된 이후 Lund(4)등에 의하여 베어링의 영향 등이 첨가된 전달 매트릭스(Transfer Matrix)방법을 이용하여 임계속도(Critical Speed), 모우드 형태(Mode shapes)를 예측하고 불안정 판정(Instability Criteria)등을 할 수 있는 프로그램을 개발 하였다. 특히 Murphy(1)의 다항식 방법(Polynomial Method)에 기본을 두어 기존의 전달 매트릭스가 가지고 있던 반복, 수렴 시간 문제와 따르는 임계속도 예측에 대한 개선을 이루었으며 기존 논문과 실험 결과와의 비교 검토를 통하여 개발된 프로그램의 신뢰성을 검토하였다. 특히, 각종 회전 기계의 소형화, 경량화추세에 따라 지반이나 케이싱이 경량이거나 유연하여 회전축과 동적으로 연성된 경우 회전축-베어링-지반 으로 이루어진 2중구조의 회전축계 동특성을 해석할 수 있는 프로그램을 개발

하므로써 회전 기계류의 진동 전반에 걸친 문제점에 대한 그 원인과 현상을 명확히 분석하여 국내회전기계류의 보다 신뢰성있는 설계및 제작자료를 확보하는데 기여할 수 있게 하였다.

2. 이론 해석

본 논문에서는 회전체 진동 해석을 위해 Myklestad(2)와 Prohl(3)에 의하여 회전축의 횡진동에 적용된 이후에 Lund(4)등에 의하여 베어링에 의한 영향등이 첨가된 전달 매트릭스법을 사용하였다.

2.1 Rotor-Bearing계에 대한 동특성 해석

Fig.1 과 같이 모델링된 로터-베어링계를 해석하였다.

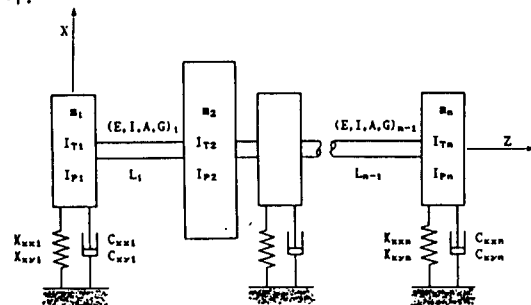
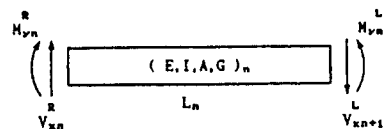


Fig.1 An n-Inertia Rotor-Bearing System

회전축의 Shaft Matrix



Shaft Properties

- E = Young's Modulus
- I = Cross-sectional transverse moment of inertia of shaft
- A = Cross-sectional area
- G = Shear modulus
- L = Shaft length

Fig.2 A Single Shaft Station

* 한양대학교 정밀기계공학과 대학원
** 한양대학교 정밀기계공학과 교수
*** KIST Tribology Lab.
**** KIST Tribology Lab.

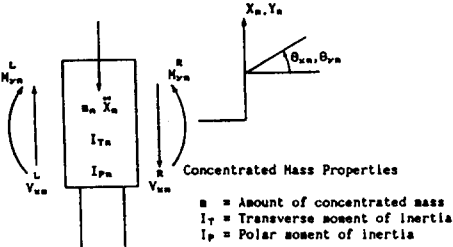
Fig.2 에서 힘의 평형 관계식을 유도하여 매트릭스 형태로 정리하면

$$\begin{bmatrix} X \\ \theta_x \\ M_y \\ V_x \\ Y \\ \theta_y \\ M_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L & L^2/2EI & L^3/6EI-L/aAG & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & L/EI & L^2/2EI & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L & L^2/2EI & L^3/6EI-L/aAG \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L/EI & L^2/2EI \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_n \\ \theta_{xn} \\ M_{yn} \\ V_{xn} \\ Y_n \\ \theta_{yn} \\ M_{xn} \\ V_{yn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

이 되고 식(1)을 간단히 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{X\}_{n+1}^R = [T_A]_n(X)_n^R \quad (2)$$

베어링 성분이 포함된 Mass Matrix



Bearing Properties

- K_{xx}, K_{yy} Bearing stiffness coefficients
- K_{yx}, K_{xy} Bearing stiffness coefficients
- C_{xx}, C_{xy} Bearing damping coefficients
- C_{yx}, C_{yy} Bearing damping coefficients
- ; First subscript is direction of force
- ; Second subscript is displacement direction

Fig.3 A Single Mass Station with Bearing Parameter

베어링 지지부의 강성(Stiffness)와 댐핑(Damping)이 포함된 Fig.3으로부터 힘의 평형 관계식을 유도하면

$$M_y^R = M_{yn}^L + I_{Tn} \omega \theta_{xn}^L + I_{Pn} \omega \theta_{yn}^L \quad (3)$$

$$V_{xn}^R = -m_n \ddot{X}_n - C_{xxn} \dot{X}_n - C_{xy} \dot{Y}_n - K_{xxn} X_n - K_{xy} Y_n + V_{xn}^L \quad (4)$$

$$M_{xn}^R = M_{xn}^L + I_{Tn} \omega \theta_{yn}^L + I_{Pn} \omega \theta_{xn}^L \quad (5)$$

$$V_{yn}^R = -m_n \ddot{Y}_n - C_{yy} \dot{Y}_n - C_{yx} \dot{X}_n - K_{yyn} Y_n - K_{yx} X_n + V_{yn}^L \quad (6)$$

이 되며 해를 다음과 같은 형태로 가정할 수 있다.

$$X_n = X_n e^{St} \quad (S = \lambda + i\Omega) \quad (7)$$

식(7)에서 해의 실수부는 계의 안정성 여부를 표현해 주며, 허수부로 부터 고유진동수 및 임계속도를 구할 수 있다. 식(7)을 식(3),(4),(5),(6)에 대입할

어 매트릭스 형태로 정리하면

$$\begin{bmatrix} X \\ \theta_x \\ M_y \\ V_x \\ Y \\ \theta_y \\ M_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_T \omega^2 & 1 & 0 & 0 & I_P \omega & 0 & 0 \\ -m_n S^2 & 0 & 0 & 1 & -C_{xy} S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -I_P \omega & 0 & 0 & 0 & I_T \omega^2 & 1 & 0 \\ -C_{yx} S & 0 & 0 & 0 & -m_n S^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_n \\ \theta_{xn} \\ M_{yn} \\ V_{xn} \\ Y_n \\ \theta_{yn} \\ M_{xn} \\ V_{yn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

이 되고 식(8)을 간단히 표시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{X\}_{n+1}^R = [T_B]_n(X)_n^L \quad (9)$$

2.2 Rotor-Bearing-Stator (Foundation or Casing) 계에 대한 동특성 해석

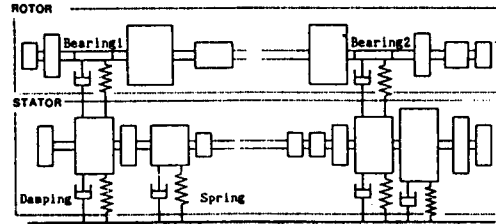


Fig.4 2-Story Rotor-Bearing-Stator System

Fig.4와 같이 2층구조로 된 Rotor-Bearing-Stator계를 Rotor-Bearing계에 대해 확장된 개념으로 해석했다.

2층 구조에서의 Shaft Matrix

Fig.2로부터 평형 관계식을 유도하여 Rotor와 Stator에 대하여 각각 정리하여 매트릭스 형태로 나타내면

$$\begin{bmatrix} X \\ \theta_x \\ M_y \\ V_x \\ Y \\ \theta_y \\ M_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L & L^2/2EI & L^3/6EI-L/aAG & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & L/EI & L^2/2EI & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L & L^2/2EI & L^3/6EI-L/aAG \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L/EI & L^2/2EI \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_n \\ \theta_{xn} \\ M_{yn} \\ V_{xn} \\ Y_n \\ \theta_{yn} \\ M_{xn} \\ V_{yn} \end{bmatrix} \quad (10)$$

이 되며 다음과 같이 간단하게 표시할 수 있다.

$$\{X\}_{n+1}^L = [T_C]_n(X)_n^R \quad (11)$$

2중 구조에서의 Mass Matrix

Fig.5로 부터 Rotor와 Stator에 대하여 평형관 계식을 유도하여 각 각 정리하면 다음과 같다.

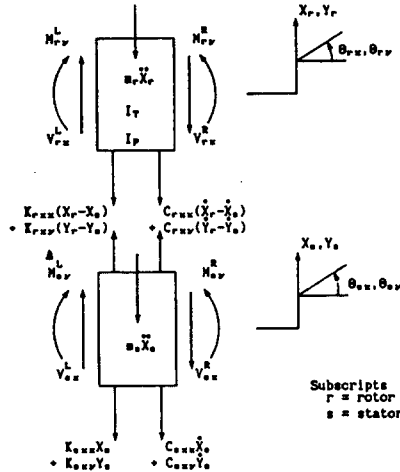


Fig.5 Free Body Diagram showing Shear Balance

Rotor의 경우

$$V_{rx}^R = -m_r \ddot{X}_r - C_{rxx}(\dot{X}_r - \dot{X}_s) - C_{rxy}(\dot{Y}_r - \dot{Y}_s) - K_{rxx}(X_r - X_s) - K_{rxy}(Y_r - Y_s) + V_{rx}^L \quad (12)$$

Stator의 경우

$$V_{sx}^R = -m_s \ddot{X}_s - C_{sxx}\dot{X}_s - C_{sxy}\dot{Y}_s - K_{sxx}X_s - K_{sxy}Y_s + C_{rxx}(\dot{X}_r - \dot{X}_s) + C_{rxy}(\dot{Y}_r - \dot{Y}_s) + K_{rxx}(X_r - X_s) + K_{rxy}(Y_r - Y_s) + V_{sx}^L \quad (13)$$

식(12), (13)에 식(7)를 적용하여 매트릭스 형태로 정리하면

Z_r	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Z_s
θ_{rx}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	θ_{sx}
M_{rv}	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M_{sv}
V_{rv}	$-m_r \ddot{X}_r$	$-C_{rxx} \dot{X}_r$	$-C_{rxy} \dot{Y}_r$	0	0	$C_{rxs} \dot{X}_s$	$C_{ryy} \dot{Y}_s$	0	0	$-C_{rxs} \dot{X}_s$	$-C_{ryy} \dot{Y}_s$	0	0	0	0	0	0	0	0	V_{sv}
Y_r	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y_s
θ_{ry}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	θ_{sy}
M_{ry}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M_{sy}
V_{ry}	$-m_r \ddot{Y}_r$	$-C_{ryy} \dot{Y}_r$	$-C_{rxy} \dot{X}_r$	0	0	$C_{ryy} \dot{Y}_s$	$C_{rxy} \dot{X}_s$	0	0	$-C_{ryy} \dot{Y}_s$	$-C_{rxy} \dot{X}_s$	0	0	0	0	0	0	0	0	V_{sy}
X_s	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	X_r
θ_{sx}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	θ_{rx}
M_{sv}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M_{rv}
V_{sv}	$-m_s \ddot{X}_s$	$-C_{sxx} \dot{X}_s$	$-C_{sxy} \dot{Y}_s$	0	0	$-C_{rxs} \dot{X}_r$	$-C_{ryy} \dot{Y}_r$	0	0	$C_{rxs} \dot{X}_r$	$C_{ryy} \dot{Y}_r$	0	0	0	0	0	0	0	0	V_{rv}
Y_s	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Y_r
θ_{sy}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	θ_{ry}
M_{sy}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	M_{ry}
V_{sy}	$-m_s \ddot{Y}_s$	$-C_{syy} \dot{Y}_s$	$-C_{sxy} \dot{X}_s$	0	0	$-C_{ryy} \dot{Y}_r$	$-C_{rxy} \dot{X}_r$	0	0	$C_{ryy} \dot{Y}_r$	$C_{rxy} \dot{X}_r$	0	0	0	0	0	0	0	0	V_{rv}

이 되며 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$(X)_n^R = [T_D]_n (X)_n^L \quad (15)$$

3. 수치 해법

3.1 Rotor-Bearing 계에 대한 수치 해법

Rotor-Bearing 계의 질량, 축요소부, 베어링 지지부에 대해 전달 매트릭스법을 이용하면 계의 전체 매트릭스는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$(X)_n^R = [T_B]_n [T_A]_{n-1} [T_B]_{n-1} [T_A]_{n-2} \dots [T_A]_1 [T_B]_1 (X)_1^L \quad (16)$$

이를 간단히 하면

$$(X)_n^R = [U]_n (X)_1^L \quad (17)$$

$$[U]_n = [T_B]_n [T_A]_{n-1} \dots [T_A]_1 [T_B]_1 \quad \text{이 된다.}$$

여기서 1번째 질량과 n번째 질량에서 경계 조건

$$V_{x1}^L, V_{y1}^L, V_{xn}^R, V_{yn}^R = 0$$

$$M_{x1}^L, M_{y1}^L, M_{xn}^R, M_{yn}^R = 0 \quad (18)$$

를 적용하면 다음과 같이 행렬식(Determinant)

$$\begin{vmatrix} U_{31} & U_{32} & U_{35} & U_{36} \\ U_{41} & U_{42} & U_{45} & U_{46} \\ U_{71} & U_{72} & U_{75} & U_{76} \\ U_{81} & U_{82} & U_{85} & U_{86} \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

이 구해진다.

이 행렬식은 3차원으로 배열된 매트릭스(4x4xL)이다. 식(19)로부터 다음과 같이 전체 계를 나타내는 다항식을 유도하여 Bairstow(5)방법에 의하여 근을 해석하였다.

$$P_0 S^0 + P_1 S^1 + P_2 S^2 + \dots + P_n S^n = 0 \quad (n = \text{lumped mass no} \times 8) \quad (20)$$

그리고 수치 해석시 모든 관성의 곱으로 인해 Numerical Overflow/Underflow가 발생하는 것을 방지하기 위해 Scale Factor를 사용하였다.

3.2 Rotor-Bearing-Stator(foundation or Casing)계에 대한 수치 해법

2중 구조를 갖는 Rotor-Bearing-Stator계는 Rotor-Bearing 계에서의 방법과는 달리 Fig.6에서 처럼 Rotor와 Stator가 Stiffness와 Damping으로 연결되어 있는 부분과 연결되어 있지 않은 부분으로 나누어서 해석하였다. Fig.6에서 [DCOP1], [DCOP2]등은 각각 16x16xL 매트릭스이며 다음과 같은 형태를 취한다.

$$[DCOP1] = \begin{bmatrix} [TR1] & 0 \\ 0 & [TS1] \end{bmatrix}$$

$$[DCOP2] = \begin{bmatrix} [TR2] & 0 \\ 0 & [TS2] \end{bmatrix} \quad (21)$$

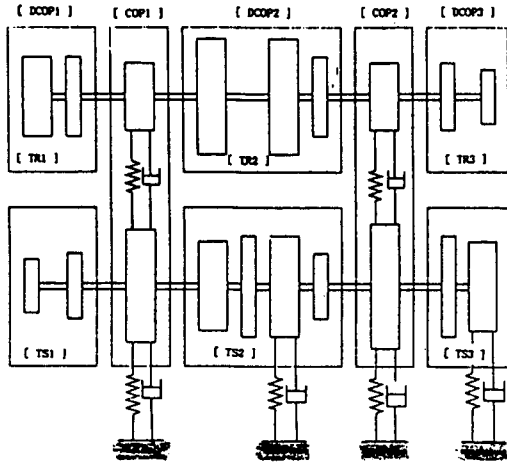


Fig. 6 Matrix Analysis for Rotor-Bearing-Stator System

여기서 [TR1], [TR2], --- 은 각각 $8 \times 8 \times L$ 매트릭스이며, Rotor-Bearing-Stator계의 전체 전달 매트릭스는 Rotor와 Stator부가 연결된 부분과 연결되어 있지 않은 부분을 순차적으로 곱해주므로써 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\bar{X}\}_n^R &= [DCOP3][COP2][DCOP2][COP1][DCOP1]\{\bar{X}\}_1^L \\ &= [\bar{T}]\{\bar{X}\}_1^L \end{aligned} \quad (22)$$

3.3 수치해석

Murphy(1)의 방법에 기초하여 본 연구에서 개발한 다항식법의 정확성을 비교검토하기 위하여 Lund(4)와 Bansal(6)의 결과와 비교하여 개발된 프로그램의 신뢰성을 확인한 이후, 수치해석시 수치해의 정확성을 향상시키기 위해 다음과 같은 방법으로 해석하였다.

- (1) Rotor부분만의 고유치 해석을 하여 수학적 모델의 정확성 검증 (Free-Free Condition)
- (2) 각 회전속도에 따른 베어링 Parameter를 포함한 Rotor-Bearing계의 수치해석 결과와 실험치를 비교하여 베어링 Parameter에 대한 정확성 검증
- (3) Foundation 만의 고유치 해석을 하여 실험치와 비교 수학적 모델의 정확성 검증 (Rotor를 제거한 Free-Free상태)
- (4) Foundation Parameter를 포함한 수치해 결과와 실험치를 비교하여 Foundation Parameter에 대한 정확성 검증 (Rotor를 제거한 상태)
- (5) Rotor-Bearing-Foundation계에 대한 수치해석

Fig. 7은 수치해석에 사용되는 Rotor-Bearing-Foundation계를 보여주고 있으며 베어링은 저어널 베어링이다.

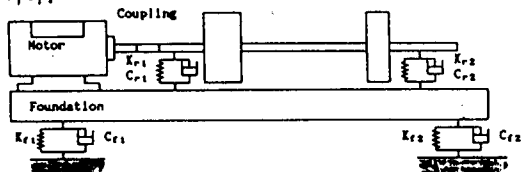


Fig. 7 Model of Rotor-Bearing-Foundation System

4. 실험 결과 및 고찰

본 연구의 이론과 개발된 프로그램의 타당성을 검증하기 위한 Rotor-Bearing-Foundation으로 이루어진 Test Rig와 실험 장치는 Fig. 8에 나타내었다.

Fig. 9는 Free-Free상태에서 모터와 지반을 분리시켜 각각의 고유진동수를 측정하여 나타냈으며 Table. 1에서 측정치와 수치해석치를 비교 검토해 본 결과 거의 정확하게 일치함을 알 수 있었다.

축의 회전 속도를 0, 2000, 4000, 6000 rpm으로 달리한 Rotor-Bearing계의 고유진동수 및 임계속도 측정치를 Fig. 10에서 보여주고 있으며 Table. 2은 각각의 회전 속도에 대한 측정치와 수치 해석 결과를 비교한 것이다. 6000 rpm 근처에서 축을 회전시키면 토터-베어링계의 2차 고유진동수와 지반의 고유진동수가 동시에 공진이 일어나 심한 진동이 발생하여 임계속도를 측정할 수 없었다.

모터를 제거한 상태에서 지반을 석정반 위에 올려 놓고 진동수를 측정한 그 결과를 Fig. 11에 제시하였으며 Table. 3에서 측정치와 수치해석을 비교결과 200 Hz이하에서 많은 성분의 고유진동수가 측정되었으나 그중 몇개만이 수치해석에 의해 예측되었다.

모터-베어링계의 모드형태는 가속도계를 토터의 한 점에 고정하고 가진점을 옮겨가며 측정할 전달함수의 허수부를 고려하여 각 진동수에서의 모우드 형태를 구할 수 있었고 최대 진폭을 1 로서 정규화 하였다.

Fig. 12은 모터-베어링계의 각 Peak Frequency에서 얻은 모우드 형태이며 각각의 진동수에서 실험치와 수치 해석치를 비교하였다.

Fig. 13은 모터-베어링-지반에 대한 실험 결과치이며 Table. 4은 실험 결과와 수치 해석치를 비교한 것이다. 그 결과 지반만을 수치해석할때 예측할 수 없었던 고유진동수를 거의 빠뜨리지 않고 예측할 수 있음을 알 수 있었다.

5. 결 론

모터-베어링 그리고 모터-베어링-지반으로 이루어진 회전체 진동에 관한 수치 해석과 실험으로 부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 모터-베어링계에 대한 고유진동수 및 임계속도의 실험 결과와 축의 전단 변형이나 질량의 회전 관성 효과를 고려하여 개발한 해석 프로그램을 사용하여 얻은 수치 해석치는 잘 일치하여 개발한 프로그램의 신뢰성을 검증할 수 있었다.

2) 본 실험에서 사용된 축의 직경은 축의 길이에 비해 상대적으로 작기때문에 전단 변형의 효과가 미소함을 수치해석 결과로부터 알 수 있었다. 그리고 축방향 질량관성 모멘트인 I_p 가 증가하면 고유진동수도 증가하며, 반경방향 질량관성 모멘트인 I_T 의 증가는 고유진동수를 감소시키는 일반적인 경향을 잘 보여주고 있다.

3) 본 해석용 프로그램은 Lumped Mass법을 사용하였기 때문에 Lumped Mass가 적절하게 증가하면 진동수와 모우드 형태의 정확성은 더욱 향상됨을 알 수 있었다.

4) Damping 과 Stiffness가 포함된 지반의 수치 해석 결과로부터 예측 할 수 없었던 고유진동수는, 같은 입력데이터를 사용하여 로터-베어링-지반으로 이루어진 2중구조해석을 함으로써 해서 대부분의 고유진동수를 구할 수 있었다. 따라서 회전체의 동특성 해석에 있어 2중 구조해석은 매우 유용한 방법임이 밝혀졌다.

5) 계의 동특성에 대한 수치해의 정확성은 베어링과 지반의 Parameter영향이 지배적임을 알 수 있었다.

6. 참고 문헌

[1] Murphy, B.T., and Vance, J.M., " An Improved Method for Calculating Critical Speeds and Rotordynamic Stability of Turbomachinery ", ASME 82-GT-294, J.of Engineering for Power

[2] Myklestad, N.O., " A New Method for Calculating Natural Modes of Uncoupled Bending Vibration of Airplane Wings and Other Types of Beams", J.of Aeronaut. sci., Vol.11 pp 153-162, 1944.

[3] Prohl, M.A., " A General Method for Calculating Critical Speeds of Flexible Rotors ", ASME J.of Applied Mechanics, pp A-142-A-148, Sep., 1945.

[4] Lund, J.W., " Stability and Damped Critical Speeds of A Flexible Rotor in Fluid-Film Bearings ", ASME 73-DET-103, J.of Engineering for Industry, 1975.

[5] James, M.L., Smith, G.M., and Wolford, J.C., " Applied Numerical Methods for Digital Computation", Harper & Low N.Y., 1977.

[6] Bansal, P.N., and Kirk, R.G., " Stability & Damped Critical Speeds of Rotor-Bearing Sys. ", ASME J.of Engineering for Industry, pp 1325-1332, 1975.

[7] 김 창호, " 로터-베어링 축 계의 안정성에 관한 연구", BS E806(3)-3074-2, KIST, 1988.

[8] Vance, J.M., Murphy, B.T. and Tripp, H.A., "Critical Speeds of Turbomachinery Computer Predictions VS. Experimental Measurements * Part 1 : The Rotor Mass-Elastic Modal * Part 2 : Effect of Tilt-Pad Bearings and Foundation Dynamics ", ASME 85-DET-145 & 146, 1986.

[9] 김 창호, "고압펌프용 로터다이나믹스 및 최적 Sealing 기술개발(1,2차년도)", MOST Report, N603(2)-3870-2, June, 1990.

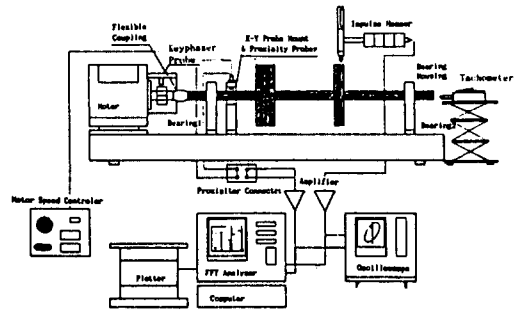


Fig.8 Test Rig. and Measuring Apparatus

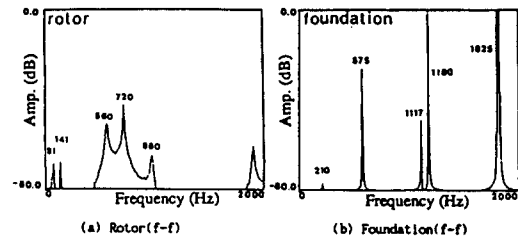


Fig.9 Free-Free Frequency Spectra of Rotor & Foundation

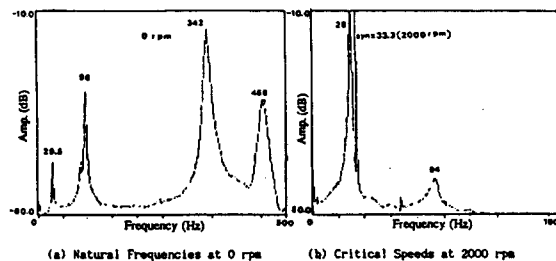
Table.1 Free-Free Natural Frequencies of Rotor and Foundation

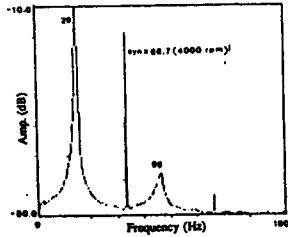
(a) Rotor (f-f)

Measured (Hz)	Computed (Hz)	Error (%)
81	81	0.0
141	141	0.0
Not measured	382	
560	556	0.7
720	720	0.0
980	979	0.1

(b) Foundation (f-f)

Measured (Hz)	Computed (Hz)	Error (%)
210	210	0.0
575	575	0.0
1115	1120	0.45
1180	Not computed	
1825	1832	0.38





(c) Critical Speeds at 4000 rpm

Fig.10 Natural Frequencies and Critical Speeds Spectra of Rotor-Bearing System at 0, 2000, 4000 rpm

Table.2 Measured VS. Calculated Frequencies for Rotor-Bearing System at 0 ~ 6000rpm

At 0 rpm

Measured (Hz)	Computed (Hz)	Error (%)
29.5	28	5.1
96	96.1	0.1
342	369	7.3
456	457	0.2

At 2000 rpm

Measured (Hz)	Computed (Hz)	Error (%)
28	27.8	0.7
94	95.2	1.3
Not measured	367.7	-
-	453	-

At 4000 rpm

Measured (Hz)	Computed (Hz)	Error (%)
29	27.8	4.1
95	94.9	0.1
Not measured	368	-
-	460	-

At 6000 rpm

Measured (Hz)	Computed (Hz)	Error (%)
Not measured	28	-
-	94	-
-	365	-
-	461	-

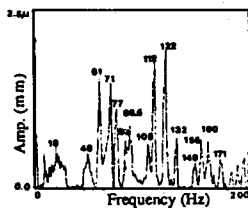


Fig.11 Natural Frequencies of Foundation Supported Damping & Stiffness

Table.3 Measured VS. Calculated Frequencies of Foundation Supported Damping & Stiffness

Measured (Hz)	Computed (Hz)	Error (%)
18.0	Not Computed	-
48.0	-	-
61.0	-	-
71.0	-	-
77.0	-	-
83.0	82.5	0.6
88.5	Not Computed	-
105.0	-	-
112.0	-	-
122.0	-	-
132.0	-	-
149.0	-	-
155.0	158.0	1.9
160.0	-	-
171.0	170.0	0.6

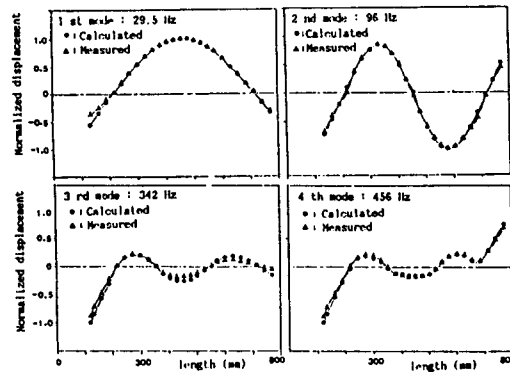


Fig.12 Comparison of Measured and Calculated Mode Shapes for Rotor-Bearing System

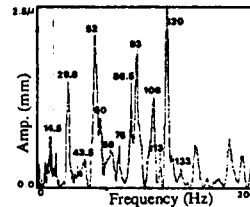


Fig.13 Natural Frequencies of a Rotor-Bearing-Foundation System

Table.4 Measured VS. Calculated Frequencies of a Rotor-Bearing-Foundation System

Measured (Hz)	Computed (Hz)	Error (%)
14.5	14.8	2.0
29.8	34.0	12.4
43.5	Not Computed	-
52.0	50.0	3.8
60.0	61.1	0.2
68.0	69.0	1.4
76.0	Not Computed	-
86.5	86.7	0.2
93.0	94.7	1.8
106.0	102.0	3.8
113.0	Not Computed	-
120.0	-	-
133.0	133.8	0.6