

# ALT 를 利用한 點汚染源 最適管理를 위한 알고리즘開發

沈 淳 輔\* · 韓 在 錫\*\* · 沈 揆 哲\*\*\* · 金 萬 植\*\*\*

## 1. 서론

오염이 심화된 지천수는 대부분 하천분류에 직접 합류되어 유하하므로 하천 분류에서 양질의 수자원을 각 용수 사용목적에 따라 적절히 활용하는 데 커다란 제한적 장애요소로서 작용되고 있다.

따라서, 본 연구의 목적은 수계내 각 수질제어지점에서 수질상태가 허용기준을 충족할 수 있도록 점오염원의 수질상태를 방출수 허용기준치이내로 최적제어함과 동시에, 희석효과에 의해 수계자체내의 수질상태를 용수사용목적별 수질기준을 충족시키기 위해 필요한 하천 유출량을 최적제어하는 이론적 방법론을 연구하는 데 있다.

대상 수질변수로는 비보존성물질인 DO(Dissolved Oxygen), BOD<sub>5</sub>(5 day-Biochemical Oxygen Demand), COD<sub>MN</sub>(KMNO<sub>4</sub>-Chemical Oxygen Demand)와 보존성물질인 SS(Suspended Solids)를 선정하였다. 목적함수 및 제약조건에 구성에 필요한 상태벡터는 선정된 수질변수로 한정하고, 제어벡터로는 하천 상류로부터의 유입량 및 처리장 방출수의 농도치로 정하였다. 제약조건으로 필요한 하천 수질모형은 정확한 수질상태의 계산을 위해서 이동과표계를 이용하는 하천 수질모형을 이용하고자 한다. 구성된 목적함수와 제약조건을 해결하기 위한 방법으로는 시스템에 대한 최적조건을 충족시키면서 동시에, 제약상태를 비제약상태로 변환하여 확장된 목적함수에 penalty를 가할 수 있는 ALT (Augmented Lagrangian Technique)를 사용하였다. 또한, 오염발생원은 점오염원에 국한하고, 수온은 상온상태로 가정하였다.

---

\* 忠北大學校 土木工學科 教授, 技術士  
\*\* 忠北大學校 土木工學科 博 修  
\*\*\* 忠北大學校 土木工學科 碩士課程

## 2. ALT를 이용한 점오염원 최적관리시스템의 이론정립

점오염원 최적제어를 위한 하천 수질관리시스템은 실제적으로 매우 복잡한 함수구조로서, 목적함수 식(2.1) 및 제약조건 식(2.2)-식(2.3)과 같이 벡터 표기법으로 표현할 수 있다.

$$\text{Min. } f(x) \quad (2.1)$$

$$\text{s.t. } p(x) = a \quad (2.2)$$

$$q(x) \leq b \quad (2.3)$$

여기서  $x$ 는 제어변수인 하천유량( $\text{m}^3/\text{sec}$ )과 처리장 방출수의 수질변수

BOD, COD, SS에 대한 수질농도치의 수준( $\text{mg}/\text{l}$ ) 그리고, 상태 변수인 하천 수계내의 DO, BOD, COD, SS에 대한 농도치의 수준( $\text{mg}/\text{l}$ ) 으로 구성되는 범함수(functional)구조이고,

$f(x)$ 는 범함수구조  $x$ 에 의한 비선형 목적함수,

$p(x)=[p_1, p_2, \dots, p_{m1}]^T$ 는 하천 수질 상태변수에 대한 농도치의 수준( $\text{mg}/\text{l}$ )을 나타내는 등식 제약조건변수,

$a=[a_1, a_2, \dots, a_{m2}]^T$ 는 상수항으로서 하천 수질모형에 의해 계산된 상태변수의 농도치 수준( $\text{mg}/\text{l}$ ),

$q(x)=[q_1, q_2, \dots, q_{m2}]^T$ 는 제어변수인 하천유량( $\text{m}^3/\text{sec}$ )과 처리장 방출수의 BOD, COD, SS( $\text{mg}/\text{l}$ ) 및 하천 수질 상태변수인 DO, BOD, COD, SS( $\text{mg}/\text{l}$ )에 대한 부등식 제약조건변수,

$b=[b_1, b_2, \dots, b_{m2}]$ 는 상수항으로서 하천 유량에 대한 기준치( $\text{m}^3/\text{sec}$ ) 및 처리장 방출수에 대한 수질기준치( $\text{mg}/\text{l}$ ), 그리고 상태변수인 하천 수질변수 DO, BOD, COD, SS에 대한 하천 수질기준치( $\text{mg}/\text{l}$ )를 의미하고,

$T$ 는 전치행렬(transpose matrix)을 나타낸다.

식(2.2)로 표현되는 등식 제약조건에서, 하천 수질상태변수  $p(x)$ 는 실측자료에 의해 일정한 농도치로 대체되는 되는 것이 아니라, 시간 및 공간변화에 따라 하천 수질모형에 의해 계산된 농도치로 대체한다는 것을 의미한다. 또한, 식(2.3)의 부등식 제약조건은 제어변수와 상태변수의 값들이 허용기준을 만족해야 한다는 것을 의미한다.

제약조건변수  $p(x)$  및  $q(x)$ 는 실질적으로 총량규제에 따른 하천수질관리를 위해서 오염부하량개념으로 적용되어야 한다. 그러나, 비교판단해야 되는 수질기준치는 부하량개념이 아닌 농도치 수준으로 제도화되어 있다. 따라서, 실제 적용시에는 농도와 유량에 의한 오염부하량으로 계산한 후에 농도치 수준으로 환산하여 허용기준치와 비교판단해야 한다.

ALT의 특성에 따라, 점오염원 최적 제어시스템을 도출하기 위해 목적함수 및 제약조건에 대한 Augmented Lagrangian을 구성하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 L_a(x, \alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = & f + \underbrace{\sum_{i=1}^{m_1} \alpha_i (a_i - p_i)}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{m_2} \beta_j (b_j - q_j)}_{\textcircled{2}} \\
 & + \underbrace{\gamma_1 \sum_{i=1}^{m_1} (a_i - p_i)^2}_{\textcircled{3}} \\
 & + \underbrace{\gamma_2 \sum_{j \in C_a} (b_j - q_j)^2}_{\textcircled{4}} \\
 & + \underbrace{\gamma_3 \sum_{j \in C_b} (b_j - q_j)^2}_{\textcircled{5}} \tag{2.4}
 \end{aligned}$$

여기서 ①은 목적함수항, ②는 Lagrange승수항, ③은 등식 제약조건에 의한 Penalty항, ④ 및 ⑤는 부등식 제약조건에 의한 Penalty항을 의미한다.

### 3. 목적함수의 구성

한정된 양질의 수자원을 효율적으로 관리하고자 본 연구에서는 제어벡터로서 수리·수문학적 희석효과에 따라 하천 수질상태를 개량하기 위한 하천유량과 하천으로 수처리장으로부터 방출되는 수질상태를 선정하였다.

점오염원 최적제어를 위한 하천 수질관리시스템에서 주된 관리대상은 DO, BOD, COD, SS의 농도치 수준(level)으로서, 이 수질인자가 하류 검사지점에서 우리나라 하천 수질 허용기준을 충족시키도록 해야 한다. 특히, 하수 및 폐수, 위생처리장에서의 방출수가 오염된 수계내로 부가되었을때 하천 수질 오염은 심화된다. 이러한 경우, 하류 검사지점에서 수질상태가 허용기준치 이내로 유지할 수 있도록 상류 하천수는 물론 처리장에서의 방출농도를 최적 제어할 수 있는 목적함수와 제약조건을 구성해야 한다.

이와같은 구성목적에 따라, 목적함수는 상태변수와 제어변수에 대한 형태로 구분하여 구성한 후, 최종적으로 점오염원 최적 제어를 위한 수질관리시스템을 개발하기 위하여 이들을 조합시켜 구성하였다.

### 4. 제약조건의 구성

목적함수식에서 상태변수 각각에 대한 동적 수질상태는 항상 일정한 상태로 지되는 것이 아니라, 시간과 공간변동에 따라 그 성질을 달리한다. 따라서, 확정론적 성분이 아닌 동적 변동성분이 되므로 수질상태를 정확히 재현할 수 있는 동적 하천 수질모형을 이용하여 계산될 수 있도록 등식 제약조건을 구성하였다.

한편, 점오염원 최적제어를 위한 제어변수는 수질개선 희석용 하천유량과 처리장 방출수에 대한 수질변수의 농도치 수준으로서 상류로부터의 최대유입량 혹은 최대 정책방출량과 제도적 방출수 허용기준을 충족할 수 있도록 구성하였다.

## 5. 점오염원 최적 제어시스템의 해법

### 5.1. 최적 제어시스템

하천 수질관리를 위한 점오염원의 최적 제어시스템을 도출하기 위해 개발된 목적함수식과 등식 및 부등식 제약조건식을 이용하여 Lagrange승수를 포함한 Lagrangian함수와 Penalty계수를 포함한 Penalty함수를 유도한 후, 이들을 조합하여 하천 수질관리를 위한 점오염원 최적 제어시스템인 Augmented Lagrangian을 도출하였다.

또한, 시스템의 최적조건인 1계 필요조건과 2계 충분조건을 위해 점오염원 최적 제어시스템에 대한 1계 경사(gradient) 및 Hessian을 도출하였다.

### 5.2. 수치 알고리즘

도출된 점오염원시스템의 해석을 위한 수치 알고리즘은 시스템의 최적해를 위한 최적조건과 탐사를 위한 방향 및 기울기(slope)의 결정, 다음 단계를 위한 Lagrange승수 및 Penalty계수의 갱신에 대한 알고리즘, 그리고 이들을 포함한 ALT의 수치 알고리즘으로 구성하였다.

### 5.3. 전산 알고리즘

하천 수질관리를 위한 점오염원의 최적제어를 하기 위해 사용된 Augmented Lagrangian Technique(ALT)에 대한 전산 알고리즘은 수치 알고리즘을 기초로 구성하였으며, 각 단계에서 산정된 해가 주어진 등식 및 부등식 제약조건을 위배할 때 Lagrange승수 및 Penalty계수의 갱신을 하기 위한 판단조건을 설정하였다.

이때, 필요한 조건은 탐사간격(step size)이 0 가 되거나 상태변수에 대한 다음 단계와 현 단계의 값의 차에 대한 크기가 미소량  $\varepsilon (> 0)$ 보다 작아야 한다. 즉,  $\|x^{k+1} - x^k\| < \varepsilon (> 0)$ 이 되어야 한다. 또한, 각 단계에서 계산

된 해가 모든 제약조건을 만족하는 경우에는 프로그램 실행을 종료시킬 조건을 판별해야 한다. 이때, 필요한 조건은  $\|x^{k+1} - x^k\| < \varepsilon_1$ 와 최적 제어시스템인에 대한 최적조건의 크기가 미소량이어야 한다.

본 논문의 성공적 수행을 위해 사용된 전산시스템은 RAM 4MHz, Processor 32bit, Co-processor가 장착되어진 HP-UX Release 6.5 Version을 갖고있는 HP-UNIX 9000 Series 320 Computer를 사용하였다. 또한, 사용자가 시스템이 아닌 PC에서도 용이하게 운용할수 있도록 IBM-PC-AT와도 호환하여 사용할수 있도록 하였다.

## 6. 적용 및 고찰

본 연구의 적용대상 하천으로서 오염 심화된 무심천을 선정하였다. 무심천은 충북 청주시를 유역 출구부분에 포함하고 있는 유역면적 192.2km<sup>2</sup>, 유로연장 34.5km인 도시하천이다.

적용대상 구간으로는 미호천과 합류되는 지점으로 부터 상류 약 8.4km지점 내에 위치한 무심천 하류부를 선택하여 16개 구간으로 구분 분할하였다.

전산운용에 필요한 기본자료는 현재 한국과학기술처의 목적기초연구(1989.9-1992.8)를 수행중에 있는 충북대학교 수자원 및 수질환경 연구실팀 등에 의해 집중적으로 현장 실측 및 실험실 분석을 한 자료중 연구된 이론적 방법론에 적용하는 데 필요한 자료의 일관성과 수질분석 성과가 좋은 최근의 자료를 선택하였다.

모형에 의해 계산된 농도치의 적합성 정도를 판단하기 위해서 본 연구에서는 표준개산오차(Standard Error of Estimate)방법을 사용하였고, 그 결과로 보면 신뢰한계(confidence limit)를 95 %로 주었을 때 상관계수는 0.88이상, 표준개산오차는 0.41이하, 결정계수는 78%이상으로 분석되었다.

점오염원 최적제어를 위하여, 실제 전산운용시 오염부하량이 다량 유입되는 단면을 중심으로 적용구간의 최종제어단인 St.17 을 포함한 St.3, St.5, St.9, St.13을 선정하여 우리나라 하천 수질기준치중 IV 등급 기준치인 DO 2mg/l이상, BOD 8mg/l이하, COD 8mg/l이하, SS 100mg/l이하 및 분뇨처리장에서의 방출수기준인 BOD 40mg/l이하, COD 30mg/l이하, SS 70mg/l이하를 제약 조건화하여 사용하였다.

선정된 단면중 최종 제어단인 Site 17에 대한 최적해는 허용기준치 IV등급을 만족시키기 위해 요구되는 희석용수량은  $7.01 \text{ m}^3/\text{sec}$ 으로 최적 결정되었다. 또한, 그때의 하천 수질상태는 DO 2.18 mg/l, BOD<sub>5</sub> 5.89 mg/l, COD<sub>MN</sub> 7.44mg/l, SS 73.44 mg/l으로 최적 결정되었으며, 이와같은 수질상태를 유지하기 위해 최적제어된 위생처리장 방출수에 대한 최적 방출기준치는 BOD<sub>5</sub> 22.36 mg/l, COD<sub>MN</sub> 16.77 mg/l, SS 65.13 mg/l으로 결정되었다.

## 7. 결 론

본 연구는 하천 수질관리를 위한 점오염원의 최적제어를 위한 이론적 방법론을 연구한 것이다. 따라서, 연구의 필요성 및 목적에 따라 하천 수질 관리 시스템에 대한 시스템 분석과 최적 제어기법, 목적함수 및 제약조건의 개발, 그에따른 최적 제어시스템의 도출 등과 같은 이론적 연구성과를 실제 오염이 심화된 무심천에 적용하여 그 실용성과 유용성을 입증하였다.

## 참 고 문 헌

- 1) 심 순보, 한 재석 외, (1988) 도시하천의 수자원 최적관리를 위한 다차원 수질 모델의 개발, 한국과학재단, No. 862-1303-013-2 .
- 2) 심 순보, 한 재석, (1989) 하천 수질 상태변수에 따른 수자원 최적제어, 대한 환경공학회지, 11(2): 47-58.
- 3) Fan, L.T.and R.S. Nadkarni and L.E. Erickson.(1971) Management of Optimum Water Quality in a Stream, Water Research Pergamon Press, 5:1005-1021.

- 4) Lohani, B.N. and N.C. Thanh.(1979) Probabilistic Water Quality Control Policies. J. of the Environmental Engineering Division, ASCE, 105(E4): 713-725.
- 5) Herbay, J.P. and Y.Smeers and D.Tyteca.(1983) Water Quality Management with Time Varying River Flow and Discharge Control. WRR, 19(6):1481-1487.
- 6) Burn, D.H. and E.A. McBean.(1985) Optimization Modeling of Water Quality in an Uncertain Environment. WRR, 21(7):934-940 .
- 7) Fujiwara, O. and S.K. Gnanendran and S. Ohgaki.(1986) River Quality Management under Stochastic Streamflow . J. of Environmental Engineering Division, ASCE, 112(2):185-198.
- 8) Revesz, R.L. and D.H. Marks.(1982) "Second Best" Effluent Fees in Water Quality Management: Problems of Achieving Efficiency. WRR, 18(4): 717-720.
- 9) Eheart, J.W., (1980) Cost-Efficiency of Transferable Discharge Permits for Control of BOD Discharges, WRR, 16(6): 980-986.
- 10) Eheart, J.W. and E.D. Brill, Jr. and B.J. Lence and J.D. Kilgore and J.G. Uber. (1987) Cost Efficiency of Time - Varying Discharge Permit Programs for Water Quality Management. WRR, 23(2): 245-251.
- 11) Byrd, R.H. (1978) Local Convergence of the Diagonalized Method of Multipliers. J.Opt.Th.Applics., 26: 485-500.
- 12) Tapia, R. A.(1977) Diagonalized Multiplier Method and Quasi-Newton Methods for Constrained Optimization. J.Opt.Th.Applics., 22:135-194.
- 13) Glad, S.T.(1979) Properties of Updating Methods for the Multipliers in Augmented Lagrangians. J.Opt.Th.Applics., 28: 135-156.
- 14) Boggs, P.T. and J.W. Tolle. (1980) Augmented Lagrangians which are Quadratic in the Multiplier, J.Opt.Th.Applics., 31: 17-26.
- 15) Hestenes, M. R.(1980) Augmentability in Optimization Theory. J.Opt.Th.Applics., 32: 427-440.
- 16) Ito, K. and K. Kunisch (1987) The Augmented Lagrangian Method for Equality and Inequality Constraints in Hilbert Spaces. Rep. 86-79, Univ. Brown, Germany.
- 17) Di Pillo, G. and L.Grippo.(1982) SIAM J. Control Optim., 17 :618 , J. Optim.Th. Applic., 36-495.
- 18) Lucidi, S.(1985) Tech. Rep., IASI-CUR , 116.